

JUBILEUSZOWY ZJAZD
MATEMATYKÓW POLSKICH
W STULECIE
POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO

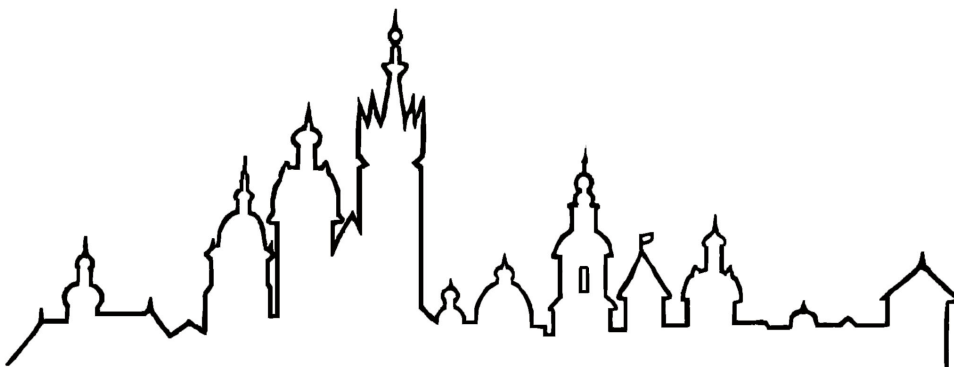
Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie



Polskiego
Towarzystwa
Matematycznego

Kraków 3 -7 września 2019





Witamy w Krakowie!

W dniach 3-7 września 2019 w Krakowie odbędzie się uroczysty Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich z okazji 100-lecia powstania Towarzystwa Matematycznego (2 kwietnia 1919 roku w Krakowie), które wkrótce potem przekształciło się w Polskie Towarzystwo Matematyczne.

Jest rzeczą budzącą podziw, że w wyniszczonej przez rozbiory, podnoszącej się z niebytu Polsce, pojawiła się stosunkowo liczna grupa utalentowanych matematycznie młodych ludzi, którzy swym talentem i tytaniczną pracą potrafili przez dwudziestolecie 1919-1939 wprowadzić matematykę polską do czołówki matematyki światowej. Najbardziej znane są dokonania tzw. Szkoły Lwowskiej, związane m.in. z nazwiskami Banacha, Mazura, Schaudera, Steinhausa i Ulama, oraz Szkoły Warszawskiej, gdzie tworzyli m.in. Borsuk, Eilenberg, Kuratowski, Leśniewski, Sierpiński, Tarski. Także w innych ośrodkach w Polsce matematycy osiągnęli znaczące rezultaty. Można tu przykładowo wymienić matematyków krakowskich (Leja, Ważewski, Zaremba), wileńskich (Marcinkiewicz, Zygmund) czy poznańskich (Rejewski, Różycki, Zygałski – kryptolodzy znani ze złamania szyfru Enigmy).

Ten wspaniały rozwój został brutalnie przerwany przez wybuch Drugiej Wojny światowej, w wyniku której wielu matematyków straciło życie. Wielu też (przed wojną lub tuż po niej) opuściło Polskę i w miejscach, gdzie los ich rzucił, kontynuowali rozpoczęte w Polsce badania. Takie nazwiska jak Bergman, Tarski, Ulam są powszechnie znane i wysoko cenione nie tylko w świecie matematyki, ale w świecie nauki w ogóle. Dzięki obecności wybitnych polskich matematyków w czołowych uczelniach światowych kontakt polskiej matematyki z najnowszymi osiągnięciami światowymi przetrzymał izolację polskiej nauki w latach 1945-1990. Współpraca z polskimi emigrantami dawała kolejnym pokoleniom polskich matematyków możliwość studiów, pracy i badań na czołowych uniwersytetach świata. Część z nich pozostała na Zachodzie i osiągnęła sukcesy naukowe będąc w bliskim kontakcie z matematykami pracującymi w Polsce. Skalę sukcesu obrazuje wysoka liczba wywodzących się z Polski zaproszonych mówców na kon-

gresach matematycznych (International Congress of Mathematics (ICM) i European Congress of Mathematics (ECM)). Wielu z tych wybitnych matematyków będzie uczestniczyło w jubileuszowym spotkaniu 3-7 września 2019.

Obrady Zjazdu staną się okazją do podsumowania ostatnich stu lat matematyki polskiej. Będzie to miejsce spotkań, dyskusji oraz przedstawiania planów na przyszłość. Nakreślona zostanie wizja rozwoju, dzięki której być może jeszcze bardziej wzrośnie znaczenie matematyki polskiej w świecie i w najbliższych latach osiągnie tak wysoką pozycję, jaką miała w okresie dwudziestolecia międzywojennego.

W spotkaniu brać będą udział przedstawiciele świata matematyki z polskich uczelni, a także matematycy związani z Polską, ale pracujący na uczelniach zagranicznych (w tym również tych najbardziej prestiżowych). Oprócz naukowców, w Zjeździe uczestniczyć będą nauczyciele matematyki oraz przedstawiciele innych środowisk ściśle związanych z matematyką. Zjazd będzie zatem okazją do integracji tych licznych, często bardzo zróżnicowanych środowisk.

Wykłady wybitnych matematyków z całego świata, dyskusje panelowe o stanie matematyki (i ogólnie nauki) prowadzone przez najważniejszych przedstawicieli środowiska matematycznego, spotkania z tymi, którzy od wielu lat przebywają za granicą, zebranie w jednym miejscu tych, których ogromny dorobek zapewnił im już miejsce w historii matematyki, z tymi, którzy dopiero wchodzi w świat poważnej matematyki – wszystko to spowoduje, że spotkanie w Krakowie będzie niepowtarzalnym wydarzeniem, które ma szansę nadać impet dalszemu rozwojowi matematyki polskiej oraz przybliżyć społeczeństwu dokonania Polskiej Matematyki.

Włodzimierz Zwonek
Dziekan Wydziału Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego

Spis treści

Wokół Zjazdu 43

- 43 Patronat honorowy i Komitety
- 46 Organizatorzy Zjazdu
- 49 Program Zjazdu
- 52 Laureaci nagród PTM
- 53 Panele dyskusyjne
- 54 Sesje naukowe
- 57 Sesje specjalne
- 58 Dzień popularyzacji matematyki
- 60 Wydarzenia towarzyszące

Wykłady zaproszonych gości 63

- 64 Piotr Achinger
Typy homotopii w geometrii algebraicznej
- 64 H el ene Frankowska
Sterowanie optymalne oraz inkluzje r ozniczkowe
- 65 Krzysztof Gawędzki
Druga zasada termodynamiki dla procesów stochastycznych a transport optymalny, czyli ile kosztuje puszczenie w niepamięć
- 65 Łukasz Grabowski
Granice grafów rzadkich i ich zastosowania
- 65 Tadeusz Iwaniec
Granice homeomorfizmow Soboleva i przekształcenia o najmniejszej energii

- 66 Tadeusz Januszkiewicz
Topologia toryczna i geometryczna teoria grup
- 67 Jerzy Kaczorowski
Analiza zespolona na usługach arytmetyki, czyli o analitycznej teorii liczb
- 67 Sławomir Kołodziej
Równanie Monge'a-Ampere'a w geometrii zespolonej
- 67 Wojciech Kucharz
Aproksymacja algebraiczna odwzorowań
- 68 Krystyna Kuperberg
Hipotezy Seiferta
- 69 Krzysztof Kurdyka
O nierównościach dla trajektorii gradientu
- 69 Rafał Łatała
Logarytmicznie wklęsłe wektory losowe
- 70 Tomasz Łuczak
Losowość i pseudolosowość
- 71 Anna Marciniak-Czochra
Rola mechanistycznych modeli matematycznych w medycynie na przykładzie modelowania białaczek
- 71 Ludomir Newelski
Teoria modeli i dynamika topologiczna
- 72 Wiesława Niziot
p-adyczna Teoria Hodge'a
- 72 Piotr Nowak
Analiza na grupach: operatory Laplace'a, reprezentacje i sztywność
- 73 Tomasz Nowicki
Hamiltonian Markov Chains: sampling, dynamics and stability
- 73 Feliks Przytycki
Iteracje przekształceń, fraktale, metody formalizmu termodynamicznego
- 74 Maksym Radziwill
Pewne kierunki nowoczesnej analitycznej teorii liczb

- 74 Agata Smoktunowicz
Pierścienie macierzowe i równanie Yanga-Baxtera
- 75 Sławomir Solecki
Dynamika grup polskich, koncentracja miary i podmiary
- 75 Paweł Strzelecki
Od Gaussa do rozwiązania rzeczywistej hipotezy Fatou, czyli o miejscu jakie możemy mieć w świecie
- 76 Stanisław Szarek
Kiedy Alicja i Bob spotkali Banacha
- 76 Piotr Śniady
Teoria reprezentacji grup permutacji. Nowa nadzieja
- 77 Grzegorz Świątek
Rozbieżne pojęcia typowości w układach dynamicznych
- 78 Nicole Tomczak-Jaegermann
Struktura liniowa i geometria podprzestrzeni i przestrzeni ilorazowych dla przestrzeni unormowanych dużego wymiaru
- 78 Jarosław Włodarczyk
Rozwiązywanie osobliwości różności algebraicznych i ich przekształceń
- 79 Jerzy Zabczyk
Sterowalność ze znikającą energią

Analiza funkcjonalna

81

- 82 Radosław Adamczak
Asymptotyczne własności losowych operatorów splotu na grupach skończonych
- 83 Tomasz Beberok
Nierówność typu A. Markowa na pewnych zbiorach z ostrzami
- 83 Krystian Kazaniecki, Michał Wojciechowski
Operator śladu na śnieżynce von Kocha
- 84 Tomasz Kiwerski
Pewne własności abstrakcyjnych funkcyjnych przestrzeni Cesàro

- 85 Mateusz Krukowski
Characterizing compactness via the Laplace transform
- 85 Piotr Mikusiński
Transfunkcje
- 86 Piotr Nayar, Rafał Latąta
Iloczynny Hadamarda i normy p -sumujące
- 86 Patryk Pagacz, Z. Burdak, M Kosiek, M. Stociński
The evanescent part of two-parametric weakly stationary stochastic process
- 87 Anna Pelczar-Barwacz, Antonis Manoussakis, Michał Świętek
Podprzestrzenie przestrzeni Bourgaina-Delbaena
- 87 Beata Randrianantoanina, S. J. Dilworth
O problemie rotacji Banacha-Mazura
- 88 Maciej Rzeszut
Interpolacja podprzestrzeni Hoeffdinga
- 89 Bartosz Łanucha, M. Cristina Câmara Kamila Kliś-Garlicka, Marek Ptak
Operatory sprzężenia na przestrzeni $L^2(\mathbb{T})$ zachowujące S -niezmiennicze podprzestrzenie przestrzeni H^2
- 89 Małgorzata Michalska
Charakteryzacje asymetrycznych obciętych operatorów Toeplitza i Hankela
- 90 Adam Wegert
Canonical commutation relation, traces and affiliated operators

- 93 Marcin Bownik, Ziemowit Rzeszotnik
Otwarte problemy w teorii falek
- 93 Ewa Damek
Absolutna ciągłość rozkładów spełniających pewne równania gładzące
- 94 Karol Dziedziul, Marcin Bownik, Anna Kamont
Smooth orthogonal decomposition of identity and Parseval frames on Riemannian manifold

- 95 Agnieszka Hejna
On semigroups associated with the Dunkl operators
- 95 Edyta Kania, Paweł Plewa, Marcin Preisner
Lokalny atomowy rozkład przestrzeni Hardy'ego
- 96 Sebastian Król
Zastosowanie zawagowanych oszacowań w teorii regularności rozwiązań problemów Cauchy'ego
- 97 Grzegorz Lewicki
O minimalności rozszerzeń typu Fouriera
- 97 Tomasz Luks, Piotr Graczyk, Patrice Sawyer
Oszacowania jądra potencjału dla niezmienniczego laplasjanu Dunkla
- 98 Grzegorz Łysik
Pizzetti's formulas and heat type equations
- 99 Marcin Preisner, Adam Sikora, Lixin Yan
Przestrzeń Hardy'ego i funkcje harmoniczne
- 99 Tomasz Przebinda, Joachim Hilgert, Angela Pasquale
Resonances of the Laplace-Beltrami operator on a symmetric space of non-compact type and geometry of hyperplane arrangements in a complex sphere
- 100 Mateusz Rapicki, Adam Osękowski
Oszacowania dla operatorów maksymalnych w przestrzeniach Lorentza
- 100 Leszek Skrzypczak, Cyril Tintarev
O pewnych własnościach funkcji multi-radialnych
- 101 Zygmunt Wronicz
Jednoznaczność układu Franklina – problemy Gevorkyana
- 102 Błażej Wróbel
Dimension-free estimates for maximal functions over convex bodies; from the continuous to a discrete setting

- 104 Piotr Bartłomiejczyk
Homotopie gradientowe versus właściwe gradientowe

- 104 Bartosz Bieganowski, Jarosław Mederski
Bound states for the Schrödinger equation with mixed-type nonlinearities
- 105 Piotr Biler
Nonlinear nonlocal heat equations: global solutions vs blowup
- 106 Iwona Chlebicka (Skrzypczak), Youssef Ahmida, Piotr Gwiazda, Ahmed Youssefi, Anna Zatorska-Goldstein
Renormalized solutions to parabolic problems with strongly nonstandard growth
- 107 Magdalena Chmara
Rozwiązania okresowe anizotropowych układów Eulera-Lagrange'a - istnienie i krotność
- 107 Tomasz Cieślak
TBA
- 107 Aleksander Ćwieszewski, Piotr Kokocki
Rozwiązania stacjonarne zagadnień eliptycznych na \mathbb{R}^N
- 108 Grzegorz Gabor
Nieziemniczość i silna nieziemniczość w inkluzjach różniczkowych
- 109 Marek Galewski
Some remarks on monotone and variational methods with applications to nonlinear equations
- 109 Anna Gołębiewska
Bifurkacje z orbit rozwiązań układów eliptycznych
- 110 Grzegorz Graff
Fixed point indices of iterates for a boundary fixed point
- 110 Joanna Janczewska
Bifurkacje sprężystego pręta pod działaniem siły ściskającej na podłożu Winklera
- 111 Piotr Kalita, Piotr Zgliczyński
Rigorous FEM for integration of dissipative PDEs in 1d
- 111 Grzegorz Karch
Nieciągłe stany stacjonarne układów reakcji-dyfuzji

- 112 Joanna Kluczenko
Bifurkacje z orbit rozwiązań eliptycznych równań różniczkowych z warunkiem Neumanna
- 113 Piotr Kokocki
Nieziemienniki homotopijne dla układów równań w rezonansie
- 114 Michał Kowalczyk, Angela Pistoia, Giusi Vaira
Maximal solution of the Liouville equation in doubly connected domains
- 114 Jakub Maksymiuk, Sonia Acinas, Fernando Mazzone
Dualność Clarke'a dla układów Hamiltonowskich z niestandardowym wzrostem
- 115 Michał Miśkiewicz
Minimalizujące przekształcenia harmoniczne – wpływ przekształcenia brzegowego na osobliwości
- 116 Piotr B. Mucha
Density patches in viscous fluid mechanics
- 116 Aleksandra Orpel
Existence and asymptotics of positive solutions for semipositone problems
- 117 Lucjan Sapa, Bogusław Bożek, Marek Danielewski
Mathematical models of interdiffusion
- 118 Jakub Siemianowski, Wojciech Kryszewski
Układy równań eliptycznych na \mathbb{R}^N
- 118 Mikołaj Sierżęga
On some generalisations of the rigidity result for the Giga-Kohn equation
- 119 Jakub Skrzeczkowski
Modele populacyjne ze strukturą - optymalizacja rozwiązań miarowych
- 119 Maciej Starostka
Klasy homotopii właściwych odwzorowań gradientowych
- 120 Andrzej Szulkin, Jarosław Mederski
Stała typu Sobolewa dla operatora curl i stany podstawowe dla równania curl-curl

■ 120 Agnieszka Świerczewska-Gwiazda, C. Bardos, E. Feireisl,
P. Gwiazda, E. Titi, E. Wiedemann
Onsager's Conjecture for General Conservation Laws

■ 121 Anna Zatorska-Goldstein
Nieliniowe zagadnienia eliptyczne o anizotropowej strukturze z danymi
o niskiej regularności

■ 123 Dariusz Pączka
Adhesive contact problem for viscoplastic materials

■ 123 Filip Pietrusiak
On the solvability of the boundary value problems for discrete $p(\cdot)$ -
Laplacian on finite graphs

Analiza Zespólna

125

■ 126 Rafał Czyż
m-subharmonic functions

■ 126 Maciej Klimek
O przestrzeni metrycznej zbiorów pluriregularnych w \mathbb{C}^N

■ 127 Piotr Kokocki
Total integrals of solutions for the inhomogeneous Painlevé II equation

■ 127 Wojciech Kucharz
Globalna wersja twierdzenia Hartogsa

■ 127 Wiesław Pleśniak, Rafał Pierzchała
Struktury o-minimalne w słuźbie L -regularności

■ 128 Marcin Sroka
Monge-Ampère type equation on hypercomplex manifolds

■ 128 Tomasz Łukasz Żynda
On weights which admit reproducing kernel of the Szegő type

■ 129 Ewa Ciechanowicz
Properties of meromorphic solutions of certain nonlinear ODEs

■ 130 Maciej P. Denkowski, Anna Denkowska
Twierdzenie Bersteina-Walsha-Siciaka dla multifunkcyj analitycznych

■ 130 Marta Kosek, Maciej Klimek

Aproksymacja zbiorów Julii zwartych rodzin odwzorowań wielomianowych

■ 131 Edyta Trybucka

Problemy ekstremalne w pewnej rodzinie typu bawrinowskiego funkcji wielu zmiennych zespolonych

Dydaktyka matematyki

132

■ 133 Szymon Charzyński

Nauka matematyki przez internet

■ 133 Kamila Łyczek, Martha Łącka, Marcin Pitera

Konkurs Uczniowskich Prac

■ 134 Eliza Jackowska-Boryc, Anna Pyzara

Ocenianie kształtujące w nauczaniu matematyki

■ 134 Karolina Mroczyńska

Rozumowanie i argumentacja ucznia ze spektrum autyzmu na lekcjach matematyki

■ 135 Krzysztof Ostaszewski

Darth Vader Rule

■ 135 Barbara Pieronkiewicz

Kształtowanie pojęć matematycznych u przyszłych nauczycieli matematyki

■ 135 Jerzy Szczepański

Polskie podręczniki do matematyki 1919–2019. Zmiany

■ 136 Michał Szurek

Matematyka utopijna

■ 137 Anna Widur

O potrzebie pogłębionych badań z dydaktyki matematyki na podstawie wybranych prac magisterskich

■ 138 Renata Rososzczuk

Application of Cabri 3d in teaching stereometry

■ 140 Piotr Błaszczyk

New Science of Infinity

■ 141 Jerzy Dadaczyński

Najwcześniejsza postać metamatematyki Hilberta

■ 141 Marlena Fila

Granice rozumowań opartych na diagramach

■ 142 Mateusz Hohol

Początki geometrii euklidesowej jako przykład poznania rozszerzonego

■ 143 Stanisław Krajewski

Suprasubiektywne istnienie w matematyce

■ 143 Roman Murawski

O dowodzie w matematyce

■ 143 Jerzy Mycka, Adam Olszewski

Negacja tezy Churcha a zupełność arytmetyki

■ 144 Zbigniew Semadeni

Koncepcja post-transgresyjnej nadinterpretacji w filogenezie i ontogenezie matematyki

■ 145 Jan Woleński

W jakim sensie matematyka jest aprioryczna?

■ 147 Katarzyna Grabowska

Algebroidy Liego w mechanice geometrycznej i teorii pola

■ 147 Jerzy Kijowski

Geometric structure of spacetime: about three fundamental ideas of Einstein (two of them unsuccessful...)

■ 147 Anatol Odziejewicz

Quantization and groupoid of partially invertible elements of W^* -algebra

■ 148 Wojciech Tarnowski

Nieortogonalne wektory własne dużych niehermitowskich macierzy przypadkowych

■ 149 Bogusław Zegarłinski

Perturbation of Noncommutative Dirichlet Forms and Entropy Estimates

Forum informatyki teoretycznej

150

■ 151 Dorota Celińska-Kopczyńska, Eryk Kopczyński

Hiperboliczne pseudo-betweenness – nowa miara centralności dla sieci społecznych

■ 151 Andrzej Dorobisz, Jakub Kozik

Algorytm lokalny dla problemu kolorowania hipergrafów niejednorodnych

■ 152 Grzegorz Guśpiel

Mniejsze uniwersalne grafy docelowe dla homomorfizmów kolorowań krawędziowych

■ 152 Artur Jeż

Równoważenie SLP

■ 153 Łukasz Jeż

A φ -Competitive Algorithm for Scheduling Packets with Deadlines

■ 153 Robert A. Kłopotek, Mieczysław A. Kłopotek

Does Kernel-k-Means Optimize the k-Means Cost Function?

■ 154 Tomasz Kociumaka

Techniki lokalnej zgodności w przetwarzaniu tekstów

■ 155 Tomasz Krawczyk

Testowanie izomorfizmu grafów łukowych w czasie wielomianowym

■ 155 Damian Leśniak, Adam Gągoł, Damian Straszak, Michał Świątek

Jak rzucać monetą, gdy adwersarz patrzy, i co to ma wspólnego z blockchainem?

■ 156 Mariusz Marek, Andrzej Kozik, Tomasz Machalewski, Adrian Ochmann

Opracowanie algorytmów i modeli z dziedziny sztucznej inteligencji z wykorzystaniem metod drzew behawioralnych celem wdrożenia do gier typu Real-Time Strategy

■ 156 Krzysztof Nowicki, Mohsen Ghaffari, Mikkel Thorup

Faster Algorithms for Edge Connectivity via Random 2-Out Contractions

■ 157 Krzysztof Onak

Algorytmy dla dużych danych, czyli gdy nie da się wszystkiego zobaczyć

■ 158 Paweł Parys

Gry parzystości: Algorytm Zielonki w czasie kwaziwielomianowym

■ 158 Adam Polak, Lech Duraj, Krzysztof Kleiner, Virginia Vassilevska Williams

Równoważności Pomiędzy Problemami Zliczania Trójkątów i Zapytań na Przedziałach

■ 159 Zenon Sadowski

Całkowite Niedeterministyczne Maszyny Turinga i p-optymalny System Dowodowy dla SAT

■ 160 Krzysztof Sornat, Jarosław Byrka, Joachim Spoerhase

Stała aproksymacja dla problemu Ordered k-Median

■ 160 Andrzej Szepietowski, Janusz Dybizbański

Hamiltonian cycles in hypercubes with disjoint faulty edges

■ 161 Jakub Tarnawski

Algorytm o stałym współczynniku aproksymacji dla asymetrycznego problemu komiwojażera (ATSP)

■ 162 Tomasz Wąs

Centralność Zanikania Błądzenia Losowego

■ 162 Michał Wrona

Relational Width of First-Order Expansions of Homogeneous Graphs with Bounded Strict Width

Geometria algebraiczna

164

■ 165 Paweł Borówka

Nakrycia Kleina gładkich krzywych zespolonych genusu 2

■ 165 Dominik Burek

Wyżej wymiarowe różności Calabiego-Yau typu Kummera

■ 166 Adam Czapliński, Mateusz Michałek, Tim Seynnaeve

Uniform matrix product states from an algebraic geometer's point of view

■ 167 Maria Donten-Bury, Grzegorz Kapustka

Vinberg's most algebraic K3 surfaces and related IHS 4-folds

- 168 Łucja Farnik
Hipoteza SHGH i niewymierność stałych Seshadriego
- 168 Jędrzej Garnek
Ekwiwariatne rozszczepianie ciągu Hodge'a–de Rhama
- 169 Zbigniew Hajto
O pewnych zastosowaniach różniczkowej teorii Galois w afinicznej geometrii algebraicznej
- 169 Joachim Jelisiejew
Uogólnienia rozkładu Białynickiego–Biruli
- 170 Grzegorz Kapustka, Bert van Geemen
Exceptional divisors of contractions of hyper-Kähler fourfolds
- 170 Michał Kapustka
Quadric fibrations from symmetric resolutions
- 171 Krzysztof Jan Nowak
The closedness theorem and desingularization over Henselian valued fields with analytic structure
- 172 Maciej Zdanowicz
Rozkład Beauville'a–Bogomółowa w charakterystyce $p > 0$

- 174 Maciej Czarnecki
Niezmienniki brzegowe i rozdzielanie symetralnych w zespolonej przestrzeni hiperbolicznej
- 174 Włodzimierz Jelonek, Ewelina Mulawa
Generalized Calabi type Kähler surfaces
- 175 Waldemar Cieślak, Witold Mozgawa
Wzory Fussa w poryźmie Ponceleta
- 176 Maria Robaszewska
Przekształcenie Bäcklunda dla powierzchni z niemetryzowalną koneksją lokalnie symetryczną
- 177 Magdalena Skrzypiec
O zerach krzywizny izoptyk pewnych owali

■ 178 Paweł Walczak

Godbillon-Vey type invariants for arbitrary plane fields

■ 179 Szymon Walczak

Topologia Gromowa-Haudsorffa dla uogólnionych przestrzeni metrycznych

■ 179 Marcin Zubilewicz

Tkaniny w geometrii unimodularnej

Historia matematyki

181

■ 182 Szymon Dolecki

O rozwoju topologii ogólnej od Cantora i Peany do teorii zbieżności Choqueta

■ 183 Stefan Jackowski

Warszawska Szkoła Matematyczna 1918-1939

■ 184 Krystyna Kuperberg

Przetomowy wkład polskich matematyków w teorię retraktów oraz w rozwój teorii homotopii i homologii singularnej

■ 184 Lech Maligranda, Małgorzata Terepeta

Przestrzenie, które zawdzięczamy polskim matematykom cz. 1 i 2

■ 184 Włodzimierz Odyniec

O pewnych matematykach i fizykach polskich pracujących w latach trzydziestych w ZSSR

■ 185 Walerian Piotrowski

Doktoraty z matematyki i logiki na Uniwersytecie Warszawskim w okresie międzywojennym

■ 185 Arkadiusz Płoski

Wykład algebry za czasów Samuela Dicksteina

■ 186 Zdzisław Pogoda

Początki geometrii różniczkowej w Polsce

■ 186 Franciszek Hugon Szafraniec

Stanisław Zaremba - doniosłość odkrycia własności reprodukowania

■ 187 Witold Tomaszewski

Kazimierz Bartel Od ślusarza do profesora

- 190 Bartłomiej Bosek, Marcin Anholcer, Jarosław Grytczuk, Gabriel Jakóbczak
Większościowe kolorowanie grafów
- 191 Sylwia Cichacz, Zsolt Tuza
Realization of digraphs in Abelian groups
- 191 Nicolas T. Courtois
Lack of Unique Factorization as a Tool in Block Cipher Cryptanalysis
- 192 Przemysław Gordinowicz
Metoda wielomianowa dla problemów kolorowania grafów
- 193 Aleksandra Gorzkowska
Indeks rozróżniający grafów spójnych w zależności od maksymalnego stopnia grafu
- 193 Andrzej Grzesik
Liczby Turána i ich uogólnienia
- 194 Lucjan Hanzlik, Michael Backes, Nico Döttling, Kamil Kluczniak, Jonas Schneider
Podpisy pierścieniowe
- 194 Jakub Kozik
Ekstremalne losowe hipergrafy dla problemu efektywnej dwukolorowości
- 195 Michał Lasoń
O pewnych naturalnych strukturach na matroidach i powiązanych problemach algebraicznych
- 196 Paweł Morawiecki
Bezpieczeństwo i wiarygodność sieci neuronowych
- 196 Barbara Nayar
O unikaniu repetycji
- 197 Marcin Pilipczuk, Tomáš Masařík, Irene Muzi, Paweł Rzażewski, Manuel Sorge
Ćwierć całkowite pakowanie cyklu
- 197 Jakub Przybyto
Hipoteza 1–2–3 jest niemal niemal prawdziwa dla grafów regularnych

- 198 Andrzej Ruciński
Powers of Hamiltonian cycles in randomly augmented graphs
- 198 Marian Srebrny, Artur Jakubski, Josef Pieprzyk
Głosowanie przez Internet — ZA i PRZECIW
- 199 Magdalena Tyniec-Motyka
Maximal k -edge-colorings of graphs
- 199 Mariusz Woźniak
Skierowane wersje hipotez 1–2–3 i 1–2
- 200 Andrzej Żak, Andrzej Ruciński
Konstrukcje rzadkich maksymalnych niehamiltonowskich hipergrafów

Logika i informatyka teoretyczna

202

- 203 Wojciech Czerwiński
Problem osiągalności w sieciach Petriego jest nieelementarny
- 203 Michał Tomasz Godziszewski, Theodore Slaman, Leo Harrington
Computable quotient presentations of nonstandard models of arithmetic
- 204 Joanna Golińska-Pilarek
Alfred Tarski człowiek, który zdefiniował niedefiniowalne
- 204 Artur Jeż
Rozwiązywanie równań w grupie wolnej
- 205 Marcin Kozik
O jednym zastosowaniu algebry ogólnej
- 205 Krzysztof Krupiński
O średniowości w teorii modeli
- 206 Szymon Toruńczyk
Pewne związki między teorią modeli a algorytmiczną teorią grafów

Matematyka obliczeniowa

207

- 208 Michał Braś, Angela Cardone, Giuseppe Izzo, Zdzisław Jackiewicz, Paulina Pierzchała
Otwarto-zamknięte ogólne metody liniowe dla równań różniczkowych zwyczajnych

- 208 Jacek Dębowski
Optimal approximation of stochastic integrals with respect to a homogeneous Poisson process
- 209 Anna Dudek
Block bootstrap methods for periodic processes
- 210 Maciej Goćwin
Optymalne siatki adaptacyjne dla całkowania automatycznego
- 210 Michał Góra
Pozytywne konsekwencje złego uwarunkowania zadania – wybrane twierdzenia teorii stabilności i odpornej stabilności wielomianów
- 211 Bolesław Kacewicz, Paweł Przybyłowicz
Skonczenie wymiarowe rozwiązywanie problemów początkowych w nieskonczenie wymiarowych przestrzeniach Banacha
- 212 Andrzej Kałuża, Paweł Morkisz, Paweł Przybyłowicz
Optimal approximation of stochastic Itô integrals in the presence of informational noise
- 213 Marek Aleksander Kowalski
Prolate spheroidals and their selected applications
- 214 Piotr Krzyżanowski
Operatory ściskające dla nieciągłej metody Galerkina z różnymi typami penalizacji
- 214 Leszek Marcinkowski, Erik Eikeland, Talal Rahman
An Adaptive Coarse Space for DG discretization of a heterogeneous elliptic problem
- 215 Paweł Morkisz
Derivative-free randomized Milstein scheme for strong approximation of solutions of SDEs in analytic noise model
- 216 Paweł Pilarczyk
Algorytmiczne obliczanie odwzorowania indukowanego w homologiach
- 217 Leszek Plaskota
W poszukiwaniu wszystkich zer funkcji gładkich
- 217 Michał R. Przybyłek
Phaseless polynomial interpolation

■ 218 Paweł Przybyłowicz, Raphael Kruse

Optimal approximation of SDEs under fractional Sobolev regularity

■ 219 Paweł Siedlecki

Absolute value information for IBC problems

■ 219 Irmina Walawska

Period k -tupling bifurcations of periodic orbits with time reversing symmetry

■ 220 Daniel Wilczak

Validated integration of a class of dissipative PDEs

■ 220 Henryk Woźniakowski

Spolegliwość wielowymiarowego zadania Voltery

■ 221 Piotr Zgliczyński

Komputerowo wspierane dowody w dynamice

Matematyka w ekonomii i finansach

222

■ 223 Łukasz Balbus, Kevin Reffett, Łukasz Woźny

Markov Equilibria in Dynamic Behavioral Games with Generalized Discounting

■ 223 Łukasz Balbus, Anna Jaśkiewicz

Równowaga w symetrycznych grach stochastycznych wyczerpywania zasobów

■ 225 Michał Barski, Jerzy Zabczyk

Replikacja opcji w dyskretnych modelach rynków obligacji

■ 225 Jacek Chudziak

Complementary symmetry under Prospect Theory

■ 226 Beata Ciałowicz

Innovative competition in a production system - neo-Schumpeterian approach

■ 227 Anna Denkowska, Maciej Denkowski

Zbiory konfliktowe dla deformacji

■ 227 Fryderyk Falniowski

Chaotyczne zachowania uczących się graczy przy optymalnej cenie anarхии

- 228 Marzena Filipowicz-Chomko, Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz
Wielokryterialne wspomaganie negocjacji elektronicznych
- 229 Dariusz Gątarek
Matematyk na Wall Street
- 229 Mariusz Górajski
Awersja do ryzyka decydentów i niepewność parametrów w optymalnej polityce makroekonomicznej
- 230 Mariusz Górajski, Dominika Machowska
Optymalne strategie reklamowe w modelach renomy produktu z uwzględnieniem segmentacji rynku
- 231 Jakub Growiec
The Hardware–Software Model: A New Conceptual Framework of Production, R&D, and Growth with AI
- 231 Carlos Hervés-Beloso
Results on preference representation
- 232 Roman Huptas
Wpływ wolumenu transakcyjnego na zmienność stóp zwrotu - analiza danych śróddziennych z rozwijających się rynków akcji
- 232 Michał Jakubczyk
A jeśli $0 \neq 0$? Interpersonalne porównania użyteczności z wykorzystaniem największych lęków
- 233 Jacek Jakubowski
Rozkład Hartmana-Watsona w finansach
- 233 Piotr Jaworski
CoVaR jako miara ryzyka systemowego
- 234 Damian Jelito, Marcin Pitera
New test of normality based on conditional second moments with applications to finance
- 234 Ignacy Kaliszewski, Przemysław Juszcuk, Janusz Miroforidis, Dmitry Podkopaev
The hierarchy or the double life of financial instruments

- 235 Bogumił Kamiński, Michał Jakubczyk, Michał Lewandowski, Aleksander Nosarzewski
Nash equilibrium vs mini-max regret predictions: an empirical verification
- 236 Marek Kapera
Imperfect self knowledge and its implications for stability of preferences
- 237 Marcin Kolasa, Andrzej Kocięcki
A framework to analyze identification in DSGE models
- 237 Marta Kornafel
Consumers' Optima in Schumpeterian Evolution
- 237 Marta Kornafel
The role of Γ -convergence in economic modelling
- 238 Maciej Kostrzewski, Jadwiga Kostrzewska
Znaczenie skoków w prognozowaniu cen energii elektrycznej
- 238 Adam Krawiec, Marek Szydłowski
Rozwiązania okresowe w układach typu Kaleckiego i ich nieliniowych rozszerzeniach
- 239 Michał Lewandowski, Manel Baucells, Krzysztof Kontek
Range Utility Theory for uncertain cash-flows
- 239 Agnieszka Lipieta
Mechanisms within economic evolution – Hurwiczian approach
- 241 Dominika Machowska
Delayed effects of cooperative advertising in goodwill dynamics
- 241 Zofia Michalik
Niejednorodne zmiany czasu dla łańcuchów Markowa – własności i zastosowania
- 242 Justyna Mokrzycka
Prognozowanie VaR i ES z zastosowaniem rozkładów predyktywnych bayesowskich dynamicznych modeli tCopula-GARCH
- 242 Mariusz Niewęglowski
Lokalna minimalizacja ryzyka w modelu eksponencjalnym markowsko-addytywnym

- 243 Beata Osiewalska, Jerzy Marzec, Jacek Osiewalski
ZIP-CP models for the number of children and the age at first birth
- 244 Jacek Osiewalski
Bayesian interpretation of some Empirical Bayes procedures in hierarchical models
- 245 Anna Pajor, Justyna Wróblewska, Łukasz Kwiatkowski
Porównanie własności predyktywnych bayesowskich modeli VEC ze stałą oraz zmienną w czasie macierzą warunkowych kowariancji
- 245 Andrzej Palczewski
Jednoznaczność rozwiązań w problemach analizy ryzyka
- 246 Zbigniew Palmowski
Model Lelanda-Tofta optymalnej struktury kapitałowej i poissonowskie obserwacje
- 247 Mateusz Pipień, Błażej Mazur
Time-varying asymmetry and tail thickness in long series of daily financial returns
- 248 Marcin Pitera
Nieobciążona estymacja i ewaluacja miar ryzyka
- 248 Agnieszka Rygiel
Minimalny koszt doskonałego zabezpieczenia opcji na rynkach niepełnych
- 248 Marek Skarupski
Problem wyboru najlepszego obiektu z błędną oceną
- 249 Tadeusz Stanisławski
Funkcje o zmiennych rozdzielonych w naukach ekonomicznych
- 249 Łukasz Stettner
Cena kalkulacyjna dla rynków finansowych z czasem dyskretnym – podejście indukcyjne
- 250 Krzysztof J. Szajowski
Inwestycje wysokiego ryzyka
- 250 Grzegorz Szulik
Estymacja parametrów modelu CAViaR z wykorzystaniem algorytmów metaheurystycznych

■ 251 Sławomir Śmiech, Monika Papież

Przenikanie zmienności na rynkach finansowych. Wyniki na podstawie analizy częstościowej VAR

■ 251 Magdalena Ulrichs

Transmisja szoków finansowych. Wnioski z modelu TV-MS-VAR

■ 252 Łukasz Wawrowski

Modelowanie ubóstwa na poziomie lokalnym w Polsce

■ 253 Rafał Weron

Recent advances in electricity price forecasting: A 2019 perspective

■ 253 Arkadiusz Wiśniowski, James Raymer

Probabilistyczne wieloregionalne prognozowanie ludności

■ 253 Agnieszka Wiszniewska-Matyskiel, Rajani Singh

Liniowo-kwadratowa gra dynamiczna z zastosowaniami w eksploatacji ekosystemów

■ 254 Dariusz Zawisza

Portfel optymalny na rynku obligacji

Metody probabilistyczne i stochastyczne

255

■ 256 Anna Aksamit

Optymalny transport martyngałowy oraz dualność wyceny i replikacji

■ 256 Małgorzata Bogdan

Sorted L-One Penalized Estimation

■ 257 Zdzisław Brzeźniak

Stochastic nonlinear Schrödinger equation on 3d compact manifolds

■ 258 Dariusz Buraczewski

O równaniach kinetycznych i gałązkowych spacerach losowych

■ 258 Krzysztof Burdzy

On Archimedes' principle and Fermi acceleration

■ 259 Krzysztof Burnecki, Mario Giuricich, Zbigniew Palmowski

Wycena warunkowo zamiennych obligacji katastroficznych

- 259 Leszek Gawarecki, Sergio Albeverio, Viadhar Mandrekar, B. Rüdiger, B. Sarkar
Itô formula for mild solutions to stochastic differential equations driven by Gaussian and non-Gaussian noise
- 260 Adam Jakubowski
Współczesne pożytki z zasady warunkowania
- 260 Jacek Jakubowski
Zależności strukturalne procesów wielowymiarowych
- 261 Zbigniew J. Jurek
Kazimierz Urbanik w probabilistyce
- 267 Bogumił Kamiński, Paweł Prałat
Sub-trees of a random tree
- 267 Tomasz J. Kozubowski, Krzysztof Podgórski
The Sibuya distribution and stochastic extrema
- 268 Tadeusz Kulczycki, Michał Ryznar, Paweł Sztonyk
Własności półgrup dla rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych z szumem Lévy'ego
- 268 Mateusz Kwaśnicki
Norma ℓ^p dyskretnej transformaty Hilberta
- 269 Marcin Magdziarz
Lamperti transformation - Cure for ergodicity breaking
- 270 Elżbieta Motyl
Stochastyczne równanie quasi-geostroficzne
- 270 Jacek Osiewalski
Bayesian interpretation of some Empirical Bayes procedures in hierarchical models
- 271 Zbigniew Palmowski, A. Bhattacharya, B. Zwart
Niezwyczajna uporczywość średniej próbkowej w zbiorze zwartym czyli o nieskończonej liczbie ciężko-ogonowych skoków
- 271 Anna Panorska, Tomasz Kozubowski, Marek Arendarczyk, Fares Qeadan
Stochastic Episodes with Light and Heavy Tails: Models, Properties, and Testing

■ 272 Adam Paszkiewicz

Problem Amemiya–Ando, produkty kontrakcji, produkty warunkowych wartości oczekiwanych, inne wyniki geometrycznej teorii operatorów

■ 272 Piotr Puchała, Andrzej Z. Grzybowski

On a certain characterization of Young measures associated with bounded Borel functions

■ 273 Tomasz Rolski

Początki procesów punktowych i wkład Czesława Ryll–Nardzewskiego do teorii

■ 274 Andrzej Rozkosz, Tomasz Klimsiak

Asymptotyka rozwiązań półliniowych równań ewolucyjnych

■ 274 Andrzej Ruciński

Embedding Erdős–Rényi Random Graphs into Random Regular Graphs

■ 275 Ryszard Rudnicki

Asymptotyka rozkładów procesów kawałkami deterministycznych

■ 275 Grzegorz Serafin

Liczba izomorficznych kopii danego grafu w grafie losowym

■ 276 Łukasz Stettner

Problemy sterowania procesem Markowa ze zdegenerowaną obserwacją

■ 277 Władysław Szczotka

Steinhausowskie seminarium matematyki stosowanej

■ 277 Anna Talarczyk–Noble

Twierdzenia graniczne dla pewnej klasy wyciąkowanych procesów nieskończenie podzielnych

■ 278 Karol Wawrzyniak

W służbie społeczeństwu, czyli modelowanie matematyczne w praktyce

■ 278 Aleksander Weron

Hugo Steinhaus – matematyk na każdy sezon

■ 279 Rafał M. Wojakowski

Mathematics in Finance: On option valuation and its applications to solving certain real-world problems in a probabilistic framework

■ 280 Aneta Augustynowicz

Prawie pewne własności centralnych statystyk porządkowych

■ 280 Paweł Kurasiński

Dokładne prawa wielkich liczb i ich zastosowania

■ 281 Rafał Martynek

Kanoniczne procesy Bernoulliego

■ 282 Agnieszka Piliszek

Warunki niezależności i stałości momentów, które charakteryzują rozkład Gamma/Wisharta i rozkład Kummera

Metody topologiczne równań różniczkowych

283

■ 284 Maciej Capiński

Geometryczny dowód dyfuzji Arnolda, z zastosowaniem w problemie trzech ciał

■ 284 Jacek Cyranka, Konstantin Mischaikow

Contractibility of a persistence map preimage

■ 285 Paweł Dłotko

Topologia, dynamika i nauka o danych

■ 285 Tomasz Dłotko

Równania z krytyczną nieliniowością

■ 286 Anna Gierzkiewicz, Piotr Zgliczyński

Dynamika symboliczna w modelu rotacji Hyperiona

■ 286 Mateusz Juda

Klasyfikacja próbkowanych pól wektorowych

■ 287 Michał Lipiński

Wielowartościowa dynamika kombinatoryczna dla skończonych przestrzeni topologicznych

■ 287 Małgorzata Moczurad, Piotr Zgliczyński

Konfiguracje centralne dla płaskiego problemu n -ciał dla $n = 5, 6, 7$ z równymi masami

■ 288 Konstantin Mischaikow

An approach to solving $dx/dt = ?$

■ 288 Paweł Pilarczyk

Automatyczna klasyfikacja układów dynamicznych w oparciu o rozkład Morse'a

■ 289 Mateusz Przybylski, Marian Mrozek

Kategoria Szymczaka dla FSET i FREL

■ 289 Robert Szczelina

Ścisłe całkowanie równań różniczkowych z opóźnieniem

■ 290 Daniel Wilczak

Metoda relacji nakrywających na zwartych ANR-ach

■ 291 Piotr Zgliczyński

Śledzenie nietranswersalnych połączeń heteroklinicznych

Podstawy matematyki, teoria mnogości i topologia ogólna

293

■ 294 Taras Banakh

Baire category properties of some function spaces

■ 294 Tomek Bartoszyński

Snapshot of Set Theory of the Real Line

■ 294 Tomasz Cieśla, Marcin Sabok

Mierzalne twierdzenie Halla dla działań skończenie generowanych grup przemiennej

■ 295 Szymon Dolecki

O znaczeniu teorii zbieżności

■ 295 Jakub Gismatullin, Krzysztof Majcher, Martin Ziegler

Metric ultraproduct of groups — simplicity and amenability

■ 296 Piotr Koszmider

Nieprzeliczalne ewolucje

■ 296 Mikołaj Krupski

Dziedziczna własność Baire'a w hiperprzestrzeniach i przestrzeniach miar

■ 297 Paweł Krupski, Krzysztof Omiljanowski

Hyperspaces of infinite compacta with finitely many accumulation points

■ 297 Aleksandra Kwiatkowska, Maciej Malicki

Conjugacy classes of automorphism groups of linearly ordered structures

- 298 Mateusz Łętyk
Nonequivalent axiomatizations of PA and the Tarski Boundary
- 298 Artur Piękosz
Pewne topologie Grothendiecka w prostym języku
- 299 Tomasz Rzepecki
Teoria modeli a przestrzenie Banacha i dynamika topologiczna
- 300 Sławomir Solecki
Transfinite sequences of topologies and descriptive complexity
- 300 Marian Turzanski, Władysław Kulpa, Andrzej Szymanski
On a Corollary KKM Theorem
- 301 Apoloniusz Tyszką, Agnieszka Peszek
Hilbert's 10th Problem for solutions in a subring of \mathbb{Q}
- 302 Bartosz Wcisło
Siła teorii dowodowa kompozycyjnych predykatów prawdy
- 302 Szymon Żeberski, Marcin Michalski, Robert Rałowski
Mycielski among trees

- 305 Damian Brzyski
The cooperation of nuclear and ℓ_1 norms in revealing the association between HIV disease and brain connectivity structure
- 305 Tomasz Burzykowski
Estimation of treatment effects in cancer clinical trials when the proportional hazard assumption is not fulfilled
- 306 Bogdan Ćmiel, Tadeusz Inglot, Teresa Ledwina
Efektywność pośrednia w nieparametrycznych problemach testowania
- 306 Anna Dudek
(dual-frequency)-dependent dynamic functional connectivity analysis of visual working memory capacity
- 307 Alain Durmus
Analysis of Langevin Monte-Carlo via convex optimization

■ 307 Katarzyna Filipiak

Testing covariance structure and estimation of unknown parameters under doubly multivariate models

■ 308 Konrad Furmańczyk

Szacowanie błędu klasyfikacji w źle wyspecyfikowanym modelu regresji binarnej

■ 308 Lesław Gajek

Nieparametryczna estymacja prawdopodobieństw ruiny w modelach przeciążeniowych

■ 309 Piotr Graczyk, H. Ishi, B. Kołodziejek, H. Massam

Model selection in the space of coloured Gaussian models

■ 310 Jarosław Harezlak

Brain Connectivity-Informed Adaptive Regularization for Generalized Outcomes

■ 310 Marek Kimmel, Philip Ernst, Monika Kurpas, Quan Zhou

Heavy-Tailed Distributions in Models of Secondary Tumors

■ 311 John Kornak

Bayesian image analysis in transformed spaces

■ 311 Andrzej Kozek

Odporna estymacja 'szkieletu' rozkładu wielowymiarowego

■ 312 Mariusz Kubkowski, Jan Mielniczuk

Two-step selection method for misspecified binary regression

■ 313 Rafał Kulik

Limit theorems for empirical cluster functionals with applications to statistical inference

■ 314 Błażej Miasojedow

Non-asymptotic Analysis of Biased Stochastic Approximation Schemes

- 314 Wojciech Niemiro, Tomasz Cąkała, Błażej Miasojedow
Poisson Tree MCMC
- 315 Hernando Ombao
Statistical Real-Time Tools for Exploring Dependence in Multivariate Time Series
- 315 Mirosław Pawlak
Metody najbliższego sąsiada w modelowaniu predykcyjnym
- 316 Krzysztof Podgórski, Tomasz J. Kozubowski
A novel weighted likelihood estimation with empirical Bayes flavor
- 317 Łukasz Rajkowski
Geometria rozbitcia MAP w bayesowskich modelach mieszanek
- 317 Timothy Randolph
A regression framework for multi-view analysis of high-dimensional structured data
- 318 Wojciech Rejchel, Małgorzatą Bogdan
Szybka i odporna selekcja cech w modelach regresyjnych
- 318 Krzysztof Rudaś
Własności estymatorów w modelowaniu przyczynowości
- 319 Tomasz Rychlik
Zmienność średnich i kwantyli mieszanek uporządkowanych rozkładów przy niedokładnym wyborze rozkładu a priori
- 319 Zbigniew Szkutnik
Zasada Morozowa dla poissonowskich problemów odwrotnych
- 320 Paweł Teisseyre
Classifier chains for multi-label classification
- 320 Jacek Wesółowski
Asymptotics of the overflow in urn models
- 321 Grzegorz Wyłupek
Adaptacyjny jednostronny dwupróbkowy test Kaplana-Meiera

- 323 Klaudiusz Czudek, Tomasz Szarek
Centralne twierdzenie graniczne dla losowych homeomorfizmów odcinka
- 323 Tomasz Downarowicz
Wkład Czesława Ryll-Nardzewskiego w rozwój teorii ergodycznej
- 324 Brunon Kamiński
Edward Słasiada - inicjator badań w zakresie teorii ergodycznej na UMK w Toruniu
- 324 Olena Karpel, Sergey Bezuglyi, Jan Kwiatkowski
Dokładna liczba ergodycznych miar niezmienniczych dla diagramów Brat-telego
- 325 Mariusz Lemańczyk
Rozłączność möbiusowa układów sztywnych
- 325 Romuald Lenczewski
Decomposition of free cumulants
- 325 Zbigniew Lipecki
Zwartość przedziałów porządkowych w kracie liniowej z topologią lokalnie solidną
- 326 Grzegorz Plebanek
Miary doskonałe i gry Banacha-Mazura
- 326 Andrzej Wiśnicki
Wokół nieliniowej wersji twierdzenia Rylla-Nardzewskiego

- 329 Dorota Blinkiewicz
Badanie liniowej zależności punktów w grupach typu Mordella-Weila
- 329 Jakub Byszewski, Gunther Cornelissen, Marc Houben, Lois van der Meijden
Punkty okresowe endomorfizmów grup algebraicznych w dodatniej charakterystyce
- 330 Jędrzej Garnek
Torsja różnorodności abelowych nad ciałami p -adycznymi

- 330 Paweł Gładki
Inspiracje szkołą Sierpińskiego wśród śląskich algebraików
- 330 Tomasz Jędrzejak, Andrzej Dąbrowski
Krzywe eliptyczne o dobrej redukcji poza dwiema liczbami pierwszymi
- 331 Aleksandra Kaim-Garnek
Moduł Tate'a różności abelowej IV typu
- 332 Jakub Konieczny
Automatic sequences, nilsystems, and higher order Fourier analysis
- 332 Przemysław Koprowski, Alfred Czogała
Punkty parzyste na krzywych arytmetycznych
- 333 Piotr Krasoń
Linear relations in algebraic groups
- 334 Borys Kuca
Wielomianowe twierdzenie Szemerédiego
- 334 Jolanta Marzec
O współczynnikach Fouriera dla form modularnych Siegela stopnia 2
- 335 Łukasz Merta
Porównanie własności formalnych odwrotności wybranych ciągów automatycznych
- 335 Piotr Miska, Maciej Ulas
O jedynkach w rozwinięciach pierwiastków kwadratowych z liczb pierwszych w ułamki łańcuchowe
- 336 Bartosz Naskręcki
Hypergeometric differential equations and hypergeometric motives
- 336 Tadeusz Pezda
Efektywne znajdowanie cykli wielomianowych
- 337 Maciej Radziejewski
Quantitative factorization problems in analytic monoids
- 338 Bartosz Sobolewski
Cyklotomiczne własności wielomianów zadanych przez ciągi automatyczne

■ 338 Yoichi Uetake, Grzegorz Banaszak

Abstrakcyjna teoria przecięć

■ 339 Maciej Ulas

Uogólnienie twierdzenia Schura i zastosowania

■ 339 Błażej Wróbel, Jean Bourgain, Mariusz Mirek, Eliast Stein

Dimension-free estimates for discrete maximal functions and number theoretic questions related to them

■ 340 Maciej Zakarczemny

On the Davenport constant

■ 341 Błażej Żmija

Konstrukcje dużych zbiorów z własnością P

Teoria operatorów

342

■ 343 Dariusz Cichoń

Analityczność funkcji operatorowych o wartościach subnormalnych

■ 343 Maciej Ciesielski, Grzegorz Lewicki

Wybrane własności geometryczne przestrzeni funkcyjnych Banacha i zastosowanie w teorii aproksymacji

■ 344 Petru A. Cojuhari

On spectral analysis of elliptic differential operators

■ 345 Paweł Foralewski

Kilka uwag o przestrzeniach Orlicza–Lorentza

■ 345 Kazimierz Goebel

Some “exotic” constructions in Banach spaces

■ 345 Alan Kamuda

POVMs and frames associated with Naimark’s dilation theorem

■ 346 Tomasz Kania

Kiedy algebry operatorów na przestrzeniach Banacha są przestrzeniami Grothendiecka?

■ 346 Paweł Kolwicz

Własność punktu stałego optymalnych dziedzin operatorów Hardy’ego

- 347 Jakub Kośmider
 m -izometryczne operatory kompozycji
- 347 Michał Kozdęba
Jedyność minimalnej projekcji w przestrzeni trójwymiarowych macierzy
- 348 Wojciech M. Kozłowski
On modulated topological vector spaces and applications
- 348 Damian Kubiak
O pewnej własności geometrycznej w przestrzeniach Orlicza
- 349 Mateusz Kwaśnicki
Metoda rozszerzeń harmonicznych
- 349 Karol Leśnik
Słabo zwarte zbiory i słabo zwarte mnożniki
- 350 Grzegorz Lewicki
Projekcje minimalne w przestrzeniach Banacha
- 351 Witold Marciszewski, Antonio Avilés, Grzegorz Plebanek
O sumach skręconych przestrzeni Banacha c_0 i $C(K)$
- 351 Artur Michalak
On surjections between Banach spaces of continuous functions on separable nonmetrizable compact lines
- 352 Marcin Moszyński
Chaos liniowy i analiza spektralna operatorów
- 352 Marian Nowak
Ciągłe operatory liniowe na przestrzeniach Orlicza-Bochnera
- 353 Łukasz Piasecki
Równoważniki własności polyhedralnych dla ℓ_1 -predualnych
- 353 Paweł Pietrzycki
A Shimorin-type analytic model for left-invertible operators
- 354 Michał Rzeczkowski
Miary Carlesona w teorii przestrzeni Hardy'ego na obszarach
- 354 Juliusz Stochmal
Operatory liniowe na przestrzeni $C_b(X,E)$ z topologią ścisłą

■ 355 Jakub Tomaszewski

Punktowe mnożniki pomiędzy przestrzeniami Musielaka–Orlicza

■ 356 Yuri Tomilov, Charles Batty, Alexander Gomilko

Holomorfczne funkcje Besova generatorów półgrup operatorowych

■ 356 Marek Wiśta

Domkniętość zbioru punktów ekstremalnych kuli jednostkowej w przestrzeniach funkcyjnych Orlicza

■ 357 Michał Wojtylak, T. Berger, H. Gernandt, C. Trunk,

H. Winkler

The gap distance between linear pencils

Teoria osobliwości

358

■ 359 Janusz Adamus, Hadi Seyedinejad

Extensions of arc-analytic functions

■ 359 Marcin Bilski

Approximation of maps into uniformly rational varieties by piecewise-regular maps

■ 360 Jacek Bochnak

Kryteria analityczności funkcji zdefiniowanych na rozmaitościach analitycznych rzeczywistych

■ 360 Maciej P. Denkowski

Szkielet i osobliwości

■ 361 Michał Farnik, Zbigniew Jelonek

Generyczne odwzorowania wielomianowe

■ 361 Tadeusz Krasiński, Szymon Brzostowski, Grzegorz Oleksik

The Łojasiewicz exponent of non-degenerate surface singularities

■ 361 Stanisław Spodzieja

A geometric model of an arbitrary ordinary differentially closed field of characteristic zero

■ 363 Anna Valette, Beata Kocel-Cynk, Wiesław Pawłucki

Semiałgebraiczna wersja twierdzenia Calderóna–Zygmunda o regularyzacji funkcji odległości

- 366 Maciej Borodzik
Heegaard Floer homologies and Gordian distance of torus knots
- 366 Wojciech Chachólski
What is persistence?
- 366 Jerzy Dydak
Linear algebra and unification of geometries in all scales
- 366 Steven Ferry, John Bryant
Counterexamples to a conjecture of Bing and Borsuk
- 367 Joanna Kania-Bartoszyńska
Skein Modules and Conformal Field theory
- 367 James Keesling, Louis Block, Ross Ptacek
Monotonicity of Entropy for the Quadratic Family
- 368 Danuta Kołodziejczyk
On some problem of K. Borsuk concerning homotopy dominations
- 368 Michał Marcinkowski, Michael Brandenbursky
Bounded cohomology of transformation groups
- 369 Łukasz Michałak
Problemy realizacyjne dla grafów Reeba oraz epimorfizmów na grupy wolne
- 369 Andrzej Nagórko, Gregory C. Bell
Combinatorics of Markov compacta
- 370 Józef Przytycki, Marithania Silvero
Czy złożoność obliczeniowa homologii Khovanova warkoczy o danej liczbie pasm jest wielomianowa?
- 370 Krzysztof K. Putyra, Anna Beliakova, Stephan Wehrli, Matthew Hogancamp
Nowe kierunki w kategoryfikacji niezmienników kwantowych
- 371 Damian Sawicki
On index maps and metric spaces defined by group actions
- 372 Stanisław Spież
Rigidity of embeddings and homeomorphisms of products of continua

■ 373 Joanna Sułkowska

Physics, knots, and biology

■ 374 Piotr Sułkowski

Physics, knots, and quivers

■ 374 Karol Szumito, Krzysztof Kapulkin

Homotopijne interpretacje teorii typów

■ 375 Mirosław Ślosarski

Przestrzeń metryczna odwzorowań wielowartościowych

■ 376 Anna Zamojska-Dzienio, Maciej Niebrzydowski, Agata Pili-
towska

O quasigrupach ternarnych w teorii węzłów

■ 376 Krzysztof Ziemiański

Spaces of directed paths on precubical sets

■ 377 Tomasz Gzella, Zdzisław Dzedzej

O homotopii morfizmów i odwzorowań dopuszczalnych

■ 377 Jakub Jasinski, Krzysztof C. Ciesielski

Local Contraction Properties and Fixed Point Theorems

■ 378 Bartosz Kamedulski

Własność produktowa stopnia współzmienniczego przy działaniu zwartej
abelowej grupy Liego

■ 378 Filip Turoboś

On mappings which preserve metric-type structure of the space

Układy dynamiczne

380

■ 381 Zbigniew Bartosiewicz

Stability of positive systems on time scales

■ 382 Andrzej Biś, Wojciech Kozłowski

Dynamics of Foliated Spaces

■ 382 Maciej Capiński

Geometryczny dowód dyfuzji Arnolda, z zastosowaniem w problemie
trzech ciał

■ 383 Tomasz Downarowicz

Minimal subsystems of triangular maps of type 2^∞

■ 383 Janina Kotus

Dynamika funkcji meromorficznych przestępnych

■ 384 Dominik Kwietniak

On Problem 32 from Rufus Bowen's list: classification of shift spaces with specification

■ 384 Krzysztof Leśniak

Krótki dowód zbieżności zderandomizowanego algorytmu gra chaosu dla iterowanych układów kontrakcji

■ 385 Anna Michalak

Attractors and second dual approach to Lyapunov stability

■ 386 Adrian Myszkowski

Periodic expansion in determining minimal sets of Lefschetz periods

■ 386 Tomasz Nowicki

Kilka przykładów dynamicznego spojrzenia na algorytmy

■ 386 Piotr Oprocha

Śledzenie pseudo-orbit i lokalne własności dynamiki

■ 387 Justyna Signerska-Rynkowska

Teoria rotacji w hybrydowych modelach neuronów

■ 387 Adam Śpiewak, Krzysztof Barański, Yonatan Gutman

Probabilistyczne twierdzenie Takensa o zanurzeniu

Zastosowania

389

■ 390 Krzysztof Argasinski, Mark Broom, Ryszard Rudnicki

Mechanistyczny model tłumienia wzrostu populacji i jego konsekwencje dla mechanizmów doboru naturalnego

■ 391 Krzysztof Bartoszek

Convergence of Quadratic Stochastic Operators

■ 392 Adam Bobrowski

O dyfuzji w cienkich warstwach oddzielonych półprzepuszczalnymi membranami i o „rozbrzygu”

- 393 Marek Bodnar, Agnieszka Bartłomiejczyk
Bifurkacja Hopfa w modelu ekspresji białka Hes1 z uwzględnieniem procesu tworzenia się dimerów i opóźnieniem.
- 393 Marcin Choiński, Mariusz Bodzioch, Urszula Foryś
Dyskretny model krzyżowy rozprzestrzeniania się gruźlicy w niejednorodnej populacji bezdomnych i niebezdomnych
- 394 Antoni Leon Dawidowicz, Anna Poskrobko
Stabilność i chaos dla równania Lasoty
- 395 Urszula Foryś
Wpływ opóźnień czasowych na dynamikę relacji optymistów i pesymistów
- 396 Adam Gregosiewicz
Od szybkich neurotransmiterów do lepkich dyfuzji na grafach
- 396 Jan Karbowski
Informacja i energia w mózgu.
- 397 Jan Koroński
Krakowska szkoła równań różniczkowych
- 397 Agnieszka Kozdęba, Andrzej Tomski
Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression
- 398 Jacek Miękisz
Gry ewolucyjne z opóźnieniami czasowymi zależnymi od strategii
- 398 Zbigniew Peradzyński, Bogdan Kaźmierczak, Sławomir Białtecki
Fale wapniowe podtrzymywane napływem wapnia poprzez mechanicznie aktywowane kanały wapniowe w błonie komórkowej
- 399 Katarzyna Pichór, Ryszard Rudnicki
Zastosowanie półgrup stochastycznych w badaniu dwufazowych modeli cyklu komórkowego
- 399 Aleksandra Piotrowska
Metoda identyfikowania popularnych generatorów liczb pseudolosowych
- 400 Monika J. Piotrowska
Modelling direct and indirect patient transfers within healthcare networks

- 401 Grzegorz A. Rempała
Metoda przybliżeń wieloskalowych w analizie modeli molekularnych
- 401 Ryszard Rudnicki
Z Andrzejem Lasotą tam i z powrotem
- 402 Andrzej Tomski, Agnieszka Kozdęba, Maciej Zakarczemny
Jak modelować ekspresję genów?
- 402 Marta Tyran-Kamińska
Modele probabilistyczne cyklu komórkowego
- 403 Radosław Wieczorek
Indywidualne modele stochastyczne populacji biologicznych
- 404 Dariusz Wrzosek
Równanie populacji ze strukturą w przestrzeni miar Radona a teoria optymalnego żerowania
- 404 Anita Zgorzelska
Bifurkacje w zagadnieniu różniczkowym opisującym deformacje wirującej kolumny z gazem
- 405 Daria Boratyn
Jak uniknąć oceniania strategicznego?
- 405 Agnieszka Geras, Marek Gągolewski, Grzegorz Siudem
Dwie skale czasowe w aktywności użytkowników StackOverflow
- 406 Ewa Girejko, Agnieszka Malinowska
Konsensus w układach wieloagentowych w stanie ataku DoS (Denial-of-Service)
- 406 Andrzej Just, Zdzisław Stempień
Analiza i aproksymacja zadania sterowania optymalnego opisanego pewnym nieliniowym równaniem drgającej belki
- 407 Agnieszka Kamedulska, Łukasz Kubik, Paweł Wiczling
Zastosowanie bayesowskich modeli hierarchicznych w statystycznej analizie danych chromatograficznych
- 408 Agnieszka Kowalczyk
Klatki wielościenne

■ 409 Paweł Marcin Kozyra

Analysis of minimal path and cut vectors in multistate monotone systems and use it for detection binary type multistate monotone systems

■ 410 Dorota Mozyrska, Małgorzata Wyrwas

Pochodne i różnice niecałkowitego rzędu i ich funkcje własne

■ 411 Anna Poskrobko, Antoni Leon Dawidowicz

Oscillations in bats population size: mathematical model

■ 411 Wojciech Słomczyński, Dariusz Stolicki

Sługa dwóch panów: interesy narodowe w Parlamencie Europejskim

■ 412 Dariusz Stolicki, Jarostaw Flis, Wojciech Słomczyński

Podział mandatów w systemie Jeffersona-D'Hondta

■ 412 Stanisław Szufa

Gerrymandering: manipulacje granicami okręgów wyborczych i ich wykrywanie

Pogromcy Enigmy

414

■ 415 Marek Grajek

Tam, z powrotem i ponownie tam

■ 415 Dermot Turing

X, Y and Z. The real story of how Enigma was broken

Sponsorzy Zjazdu

416

Patronat Narodowy



Patronat Narodowy
Prezydenta Rzeczypospolitej Polskiej
Andrzeja Dudy
w Stulecie Odzyskania Niepodległości.

Komitet Honorowy

Jarosław Gowin (Wiceprezes Rady Ministrów, Minister Nauki i Szkolnictwa Wyższego) ● Piotr Ćwik (Wojewoda Małopolski) ● Witold Kozłowski (Marszałek Województwa Małopolskiego) ● Jacek Majchrowski (Prezydent Miasta Krakowa) ● Zbigniew Błocki (Dyrektor Narodowego Centrum Nauki) ● Jan Ostrowski (Prezes Polskiej Akademii Umiejętności) ● Wacław Marzantowicz (Prezes Polskiego Towarzystwa Matematycznego) ● Andrzej Chochół (Rektor Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie) ● Kazimierz Karolczak (Rektor Uniwersytetu Pedagogicznego im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie) ● Jan Kazior (Rektor Politechniki Krakowskiej im. Tadeusza Kościuszki) ● Wojciech Nowak (Rektor Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie) ● Włodzimierz Sady (Rektor Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie) ● Tadeusz Słomka (Rektor Akademii Górniczo-Hutniczej)

Komitet Programowy

Leokadia Białas-Cież (Uniwersytet Jagielloński, prezes OK PTM) ● Piotr Biler (Uniwersytet Wrocławski) ● Janina Kotus (Politechnika Warszawska) ● Włodzimierz Kuperberg (Auburn University) ● Marta Lewicka (University of Pittsburgh) ● Wacław Marzantowicz (Uniwersytet Adama Mickiewicza w Po-

znaniu, prezes PTM) ● Jacek Mięgisz (Uniwersytet Warszawski, wiceprezes PTM) ● Sławomir Rybicki (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu) ● Wojciech Słomczyński (Uniwersytet Jagielloński) ● Paweł Strzelecki (Uniwersytet Warszawski) ● Maciej Ulas (Uniwersytet Jagielloński) ● Klaudiusz Wójcik (Uniwersytet Jagielloński)

Rada Naukowa Komitetu Programowego

Czesław Bagiński (Politechnika Białostocka) ● Mariusz Bieniek (Uniwersytet Marii Skłodowskiej-Curie) ● Zbigniew Błocki (Dyrektor Narodowego Centrum Nauki) ● Jacek Bochnak (Vrije Universiteit Amsterdam, Holandia) ● Małgorzata Bogdan (Uniwersytet Wrocławski) ● Marek Bożejko (Uniwersytet Wrocławski, Przewodniczący Jury Nagrody Głównej PTM im. Banacha) ● Andrzej Dąbrowski (Uniwersytet Szczeciński) ● Krzysztof Diks (Przewodniczący Polskiej Komisji Akredytacyjnej) ● Wojciech Domitrz (Politechnika Warszawska) ● Wojciech Gajda (Uniwersytet Adama Mickiewicza w Poznaniu) ● Ben Gotdys (University of Sydney, Australia) ● Jacek Graczyk (d'Orsay Université Paris-Sud, Francja) ● Paweł Idziak (Uniwersytet Jagielloński) ● Tomasz Jurdziński (Uniwersytet Wrocławski) ● Michał Karoński (Uniwersytet Adama Mickiewicza w Poznaniu) ● Jarosław Kędra (University of Aberdeen, Wielka Brytania) ● Maciej Klimek (Uppsala University, Szwecja) ● Michał Kowalczyk (Universidad de Chile, Chile) ● Wojciech Kryszewski (Politechnika Łódzka) ● Irena Lasiecka (University of Memphis, Stany Zjednoczone) ● Mariusz Lemańczyk (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu) ● Lech Maligranda (Luleå University of Technology, Szwecja) ● Anna Marciniak-Czochra (Universität Heidelberg, Niemcy) ● Jacek Mięgisz (Uniwersytet Warszawski) ● Jerzy Motyl (Uniwersytet Zielonogórski) ● Marian Mrozek (Uniwersytet Jagielloński) ● Tadeusz Nadzieja (Uniwersytet Opolski) ● Piotr Nowak (Instytut Matematyczny PAN) ● Piotr Oprocha (Akademia Górniczo-Hutnicza) ● Adam Parusiński (University of Nice Sophia Antipolis, Francja) ● Wiesław Pleśniak (Przewodniczący Komitetu Matematyki PAN) ● Józef Przytycki (George Washington University, Stany Zjednoczone) ● Ryszard Rudnicki (Instytut Matematyczny PAN Katowice) ● Adam Skalski (Dyrektor Centrum Banacha) ● Łukasz Stettner (Dyrektor Instytutu Matematycznego PAN) ● Krzysztof Stempak (Politechnika Wrocławski) ● Tomasz Szarek (Uniwersytet Gdański) ● Aleksy Tralle (Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie) ● Bronisław Wajnryb (Politechnika Rzeszowska) ● Paweł Walczak (Uniwersytet Łódzki) ● Jarosław Wiśniewski (Uniwersytet Warszawski) ● Wojbor Woyczyński (Case Western Reserve University, Stany Zjednoczone) ●

Anna Zdunik (Uniwersytet Warszawski) ● Włodzimierz Zwonek (Uniwersytet Jagielloński)

Rada Środowiskowa Komitetu Programowego

Krystyna Biątek (Organizator Konkursu Matematyka bez Granic) ●
Szymon Charzyński (Redakcja Miesięcznika Delta) ● Krzysztof Chełmiński (Przewodniczący Zarządu Stowarzyszenia na rzecz Edukacji Matematycznej) ●
Czesław Domański (Prezes Rady Głównej Polskiego Towarzystwa Statystycznego) ● Stanisława Kanas (Prezes Polskiego Towarzystwa Kobiet w Matematyce) ● Marcin Karpiński (Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe) ●
Małgorzata Makiewicz (Organizator Konkursu Matematyka w Obiektywie) ●
Zbigniew Marciniak (Przewodniczący Rady Głównej Nauki i Szkolnictwa Wyższego) ● Mariusz Mączyński (Oficyna Wydawnicza K. Pazdro) ●
Małgorzata Mikołajczyk (Wrocławski Portal Matematyczny i Magazyn Miłośników Matematyki) ● Mieczysław Mentzen (Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych) ● Dorota Mozyrska (Organizatorka Festiwalu Podlaskie Dni Matematyki) ● Alina Przychoda (Prezes Zarządu Głównego SNM) ● Tomasz Rolski (Prezes Rady Fundacji Matematyków Wrocławskich) ●
Barbara Roszkowska-Lech (Organizatorka Dni Popularyzacji Matematyki) ●
Krzysztof Szajowski (Reprezentant PTM) ● Grzegorz Świętek (Przewodniczący Komitetu Głównego Olimpiady Matematycznej)

Organizatorzy Zjazdu



Polskie Towarzystwo Matematyczne



Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego

Współorganizatorzy Zjazdu



Wydział Matematyki
Stosowanej Akademii
Górniczno-Hutniczej



Centrum Badań
Nieliniowych im. J.
Schaudera



Centrum Badań Układów
Złożonych im. Marka
Kaca



Centrum Badań
Stochastycznych im.
Hugona Steinhausa
Politechnika Wrocławska



Politechnika Krakowska
im. Tadeusza Kościuszki

Instytut Matematyki
Politechniki Krakowskiej



UNIwersYTET
EKONOMICZNY
W KRAKOWIE

Katedra Matematyki
Uniwersytetu
Ekonomicznego
w Krakowie



Instytut Matematyki
Uniwersytetu
Pedagogicznego
w Krakowie



UNIwersYTET ROLNICZY
im. Hugona Kołłątaja w Krakowie

Katedra Zastosowań
Matematyki
Uniwersytetu
Rolniczego w Krakowie



UNIwersYTET
WARSZAWSKI

Wydział Matematyki,
Informatyki i Mechaniki
Uniwersytetu
Warszawskiego

Inicjator i Honorowy Przewodniczący Komitetu Organizacyjnego Jubileuszowego Zjazdu Matematyków Polskich

Antoni Leon Dawidowicz (Uniwersytet Jagielloński)

Komitet Organizacyjny

Armen Edigarian - przewodniczący (UJ, Prorektor UJ ds. dydaktyki) ●
 Jerzy Stochel - wiceprzewodniczący (AGH) ● Wacław Marzantowicz - prezes PTM (UAM w Poznaniu) ● Leokadia Białas-Cieź - prezes OK PTM (UJ) ●
 Magdalena Grzech (PK) ● Włodzimierz Jelonek (PK) ● Mariusz Jużyniec (PK) ●
 Marta Kornafel (UE w Krakowie) ● Agnieszka Kowalska (UP w Krakowie) ●
 Witold Majdak (AGH) ● Jacek Mięksisz (UW, wiceprezes PTM) ● Marek Ptak (UR w Krakowie) ● Wojciech Słomczyński (UJ) ● Tomasz Szemberg (UP w Krakowie) ● Anna Widur (UJ) ● Klaudiusz Wójcik (UJ)

● **Sekretarze:** Jacek Chmieliński (UP w Krakowie), Marcin Dumnicki (UJ), Agnieszka Kowalska (UP w Krakowie)

Odpowiedzialni za:

- **finanse i księgowość:** Beata Palka (UJ), Klaudiusz Wójcik (UJ)
- **hotele:** Tomasz Drwięga (AGH), Arkadiusz Lewandowski (UJ)
- **kontakt z mediami:** Maciej Denkowski (UJ)
- **posiłki:** Beata Palka (UJ), Dagmara Waszkiewicz (UJ), Anna Widur (UJ)
- **promocję Zjazdu i materiały konferencyjne:** Agnieszka Dudek (UJ), Magdalena Grzech (PK)
- **sale konferencyjne:** Paweł Morkisz (AGH), Paweł Przybyłowicz (AGH), Łukasz Struski (UJ), Anna Szymusiak (UJ)
- **stronę www:** Sebastian Baran (UE w Krakowie), Marta Kornafel (UE w Krakowie), Grzegorz Szulik (UE w Krakowie)
- **wydarzenia kulturalne:** Karol Gryszka (UP w Krakowie), Maciej Ślusarek (UJ), Dagmara Waszkiewicz (UJ), Klaudiusz Wójcik, Dariusz Zawisza (UJ)

Program ramowy

poniedziałek, 02.09	
15.00	Zebranie Zarządu Głównego PTM
16.00	Wernisaż wystawy <i>Machinae Calculatoriae</i> w Collegium Maius
20.00	Pokaz specjalny filmu Wiesława Saniewskiego „Banach. Między duchem a materią” w Kinie Kijów
pierwszy dzień (wtorek, 03.09) Auditorium Maximum	
7.30–9.00	rejestracja uczestników Zjazdu
9.00–9.30	uroczyste rozpoczęcie Zjazdu
9.30–10.15	wręczenie nagród PTM
10.15–10.30	nadanie honorowego członkostwa PTM – Jean-Pierre Bourguignon
10.30–11.00	przerwa kawowa
11.00–12.00	Paweł Strzelecki „Od Gaussa do rozwiązania rzeczywistej hipotezy Fatou, czyli o miejscu, jakie możemy mieć w świecie”
12.00–13.30	panel główny im. Zygmunta Janiszewskiego: „Stan Matematyki Polskiej: szanse i zagrożenia”, moderator: Zbigniew Błocki
13.30–15.00	obiad (w podziemiach AM)
15.00–16.30	równoległe panele dyskusyjne a) „Matematyka stosowana – jak to robią za granicą”, moderator: Jacek Miękiś b) „Matematyka piękna i potrzebna, czyli jak ją popularyzować?”, moderator: Tomasz Rożek c) „Dydaktyka matematyki na styku różnych poziomów edukacji”, moderator: Marcin Karpiński
16.30–17.00	przerwa kawowa
17.00–18.00	wystawy i stoiska dostępne w AM
18.00	kolacja powitalna (w podziemiach AM)
19.30	„Opera matematyczna, czyli paradoksalny rozkład sfery” Romana Kołakowskiego (AM)
drugi dzień (środa, 04.09) Auditorium Maximum	
9.00–10.00	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Piotr Achinger, Feliks Przytycki, Jerzy Zabczyk
10.00–11.00	wykłady zaproszonych gości (równoległe) Łukasz Grabowski, Jerzy Kaczorowski, Wojciech Kucharz, Piotr Śniady
11.00–11.30	przerwa kawowa
11.30–12.30	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Tadeusz Iwaniec, Rafał Łatała, Agata Smoktunowicz
12.30–13.30	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Hélène Frankowska, Tomasz Łuczak, Grzegorz Świątek
13.30–15.00	obiad (w podziemiach AM)
15.00–16.00	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Anna Marciniak-Czochra, Wiesława Nizioł, Sławomir Solecki
16.00–16.30	przerwa kawowa

16.00	Projekcje filmów: „Przestrzenie Banacha” w reżyserii Krzysztofa Langa i „Polscy pogromcy Enigmy” Waldemara Stankiewicza w kinie Kijów
16.30-17.30	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Krzysztof Kurdyka, Nicole Tomczak-Jaegermann, Sławomir Kołodziej
17.30-20.00	wystawy i stoiska dostępne w AM oraz czas na kolację
18.00	wernisaż wystawy „Matematyka na znaczkach pocztowych” w Bibliotece Jagiellońskiej
18.00	wernisaż wystawy „Formy i liczby” w Galerii ASP i Promocyjnej (ul. Basztowa 18)
19.00	wernisaż wystawy „Formy i liczby” w Galerii Pryzmat (ul. Łobzowska 3)
20.00	koncert Boba Jazz Band w Kinie Kijów
W godzinach od 9.00 do 14.30 na UP zaplanowany jest strumień popularyzatorski. O 14.00 w AM odbędzie się finał Konkursu Prac Uczniowskich im. P. Domańskiego.	
trzeci dzień (czwartek 05.09) - Nowy Kampus UJ	
9.30-10-30	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Krzysztof Gawędzki, Krystyna Kuperberg, Piotr Nowak strumień edukacyjny + strumień studencki + sesja posterowa
10.30-11.00	przerwa kawowa
10.30-18.00	Sesja specjalna <i>Pogromcy Enigmy</i>
11.00-12.00	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Tomasz Nowicki, Stanisław Szarek, Jarosław Włodarczyk strumień edukacyjny + strumień studencki + sesja posterowa
12.00-13.00	wykłady zaproszonych gości (równoległe): Tadeusz Januszkiewicz, Ludomir Newelski, Maksym Radziwiłł
13.00-14.30	obiad (na Nowym Kampusie UJ)
14.00-14.30	dyskusje przy posterach
14.30-15.30	sesje imienne równoległe strumień edukacyjny + strumień studencki + sesja posterowa
14.30-16.00	W ramach sesji „Krygowska” odbędzie się panel dyskusyjny „O kształceniu nauczycieli oraz kluczowych problemach nauczania matematyki”, moderator: Zdzisław Pogoda
15.30-16.00	sesje imienne równoległe strumień edukacyjny + strumień studencki + sesja posterowa
16.00-16.30	przerwa kawowa i dyskusje przy posterach
16.30-17.30	sesje imienne równoległe strumień edukacyjny + strumień studencki + sesja posterowa
17.30-18.00	sesje imienne równoległe strumień edukacyjny + strumień studencki + sesja posterowa
18.00	wyjazd do Niepołomic
19.00	bankiet w Zamku Królewskim w Niepołomicach recital Jacka Wójcickiego
Równoległe do obrad zaplanowane są krótkie referaty w ramach sesji „Zadania olimpijskie niezwykłej urody”.	

Równoległe do obrad odbędzie się sesja specjalna *Pogromcy Enigmy*.
Prosimy zwrócić uwagę na jej niestandardowe rozkłady czasowe w stosunku do innych wydarzeń.

W ramach strumienia studenckiego odbędą się finały konkursów dla studentów: „*Matematyka mi w duszy gra*” oraz *Konkursu im. Wilkosza*.

czwarty dzień (piątek 06.09) – AGH	
9.00-10.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
10.00-10.30	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
10.30-11.00	przerwa kawowa
11.00-12.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
12.00-13.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
11.00-13.00	Symboliczne złożenie w Panteonie Narodowym prochów M. Rejewskiego, J. Różyckiego i H. Zygalskiego (Kościół św. Piotra i Pawła, ul. Grodzka 52a)
13.00-14.30	obiad (AGH)
14.30-16.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
16.00-16.30	przerwa kawowa
16.30-18.30	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
18.45-19-45	poczęstunek połączony z wystawą upamiętniającą założycieli PTM (AGH)
20.30	koncert fortepianowy Pera Enflo w Kinie Kijów
piąty dzień (sobota 07.09) – AGH	
9.00-10.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
10.00-10.30	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
10.30-11.00	przerwa kawowa
11.00-12.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
12.00-13.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
13.00-14.30	obiad (AGH)
14.30-16.00	sesje imienne równoległe + FIT + MEF
16.00-16.30	przerwa kawowa
16.30-17.00	podsumowanie Zjazdu
17.00-17.30	uroczyste zakończenie Zjazdu

Legenda:

AM := Auditorium Maximum UJ

UP := Uniwersytet Pedagogiczny

AGH := Akademia Górniczo-Hutnicza

FIT := sesja specjalna Forum Informatyki Teoretycznej

MEF := sesja specjalna Matematyka w Ekonomii i Finansach

Honorowe członkostwo PTM

Podczas Zjazdu honorowe członkostwo Polskiego Towarzystwa Matematycznego otrzyma

Jean-Pierre Bourguignon

przewodniczący Europejskiej Rady ds. Badań Naukowych.

Nagrody PTM

W pierwszym dniu Zjazdu zostaną wręczone nagrody Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

-  **Nagroda Banacha
dla Maksyma Radziwilla (Caltech)**
laudacja Mariusza Lemańczyka (UMK)
-  **Nagroda Banacha
dla Wojciecha Kucharza (UJ)**
laudacja Jacka Bochnaka (University of Amsterdam)
-  **Nagroda Dicksteina
dla Michała Krycha (UW)**
laudacja Krzysztofa Ciesielskiego (UJ)
-  **Nagroda Kuratowskiego
dla Joachima Jelisiejewa (IM PAN)**
laudacja Karola Palki (IM PAN)
-  **Nagroda dla młodych matematyków
dla Piotra Miski (UJ)**
laudacja Macieja Ułasa (UJ)
-  **Nagroda Steinhausa
dla Marka Rutkowskiego (University of Sydney, PW)**
laudacja Grzegorza Świątka (PW)

Panele dyskusyjne

Panel główny im. Zygmunta Janiszewskiego „Stan Matematyki Polskiej: szanse i zagrożenia”

Moderator: Zbigniew Błocki (UJ i NCN)

Paniści: Piotr Achinger (IM PAN) ● Małgorzata Bogdan (UWr) ● Joanna Kania-Bartoszyńska (NSF) ● Jarosław Kędra (University of Aberdeen) ● Wacław Marzantowicz (UAM i PTM)

wtorek 03.09, 12.00–13.30, Aditorium Maximum

Matematyka stosowana – jak to robią za granicą

Moderator: Jacek Mięksiz (UW i PTM)

Paniści: Marek Kimmel (Rice University) ● Anna Marciniak-Czochra (Universität Heidelberg) ● Tomasz Nowicki (IBM, Stany Zjednoczone) ● Jan Poleszczuk (IBIB PAN) ● Grzegorz Rempała (Ohio State University)

wtorek 03.09, 15.00–16.30, Aditorium Maximum

Matematyka piękna i potrzebna, czyli jak ją popularyzować

Moderator: Tomasz Rożek (fizyk, popularyzator nauki)

Paniści: Adam Dzedzej (UG) ● Andrzej Grzesik (UJ) ● Kamila Łyczek (UW)

wtorek 03.09, 15.00–16.30, Aditorium Maximum

Dydaktyka matematyki na styku różnych poziomów edukacji

Moderator: Marcin Karpiński (IBE)

Paniści: Adam Makowski (Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki) ● Zbigniew Marciniak (UW) ● Piotr Piskorski (Fundacja Rodziny Maciejko) ● Wojciech Wieczorek (Stanford University) ● Barbara Wikieł (PG)

wtorek 03.09, 15.00–16.30, Aditorium Maximum

O kształceniu nauczycieli oraz kluczowych problemach nauczania matematyki

Moderator: Zdzisław Pogoda (UJ)

Paniści: Ryszard Pawlak (UŁ) ● Maciej Sysło (WWSI) ● Tomasz Szemberg (UP) ● Michał Szurek (UW)

czwartek 05.09, 14.30–16.00, Nowy Kampus UJ

Sesje naukowe

■ Analiza funkcjonalna

patroni: **Stefan Banach, Stanisław Mazur, Aleksander Pełczyński**

koordynatorzy: Michał Wojciechowski, Przemysław Wojtaszczyk

■ Analiza harmoniczna

patroni: **Józef Marcinkiewicz, Aleksander Rajchman, Antoni Zygmund**

koordynatorzy: Marcin Bownik, Leszek Skrzypczak, Ziemowit Rzeszotnik

■ Analiza nieliniowa i równania różniczkowe cząstkowe

patroni: **Juliusz Paweł Schauder, Stanisław Zaremba**

koordynatorzy: Piotr Gwiazda, Marek Izydorek, Wojciech Kryszewski, Centrum Schaudera

■ Analiza zespolona

patron: **Franciszek Leja**

koordynatorzy: Sławomir Dinew, Marek Jarnicki, Łukasz Kosiński

■ Dydaktyka matematyki

patronka: **Zofia Krygowska**

koordynatorzy: Jacek Dymel, Ewa Swoboda

■ Filozofia matematyki

patroni: **Stanisław Leśniewski, Jan Łukasiewicz**

koordynatorzy: Stanisław Krajewski, Roman Murawski

■ Fizyka matematyczna

patroni: **Mark Kac, Stanisław Ulam**

koordynatorzy: Marek Bożejko, Maciej Nowak, Piotr Sułkowski, Centrum Kaca

■ Geometria algebraiczna

patron: **Alfred Rosenblatt**

koordynatorzy: Piotr Achinger, Sławomir Cynk, Jarostaw Wiśniewski

■ Geometria różniczkowa i grupy Liego

patroni: **Stanisław Gołąb, Antoni Hoborski, Władysław Ślebodziński**

koordynatorzy: Janusz Grabowski, Barbara Opozda, Paweł Walczak

■ Historia matematyki

patron: **Samuel Dickstein**

koordynatorzy: Danuta Ciesielska, Lech Maligranda

■ Kombinatoryka i kryptologia

patroni: **Marian Rejewski, Jerzy Różycki, Henryk Zygański**

koordynatorzy: Stefan Dziembowski, Jarosław Grytczuk, Jerzy Jaworski

■ Logika i informatyka teoretyczna

patroni: **Alfred Tarski**

koordynatorzy: Krzysztof Apt, Mikołaj Bojańczyk, Paweł Idziak

■ Matematyka obliczeniowa

patron: **Andrzej Kietbasiński**

koordynatorzy: Bolesław Kacewicz, Leszek Plaskota, Henryk Woźniakowski

■ Metody probabilistyczne i stochastyczne

patron: **Hugo Steinhaus**

koordynatorzy: Krzysztof Bogdan, Ben Gołdys, Szymon Peszat, Rafał Weron, Centrum Steinhausa

■ Metody topologiczne równań różniczkowych

patron: **Tadeusz Ważewski**

koordynatorzy: Tomasz Kaczyński, Marian Mrozek, Roman Szrednicki, Piotr Zgliczyński

■ Podstawy matematyki, teoria mnogości i topologia ogólna

patroni: **Kazimierz Kuratowski, Edward Marczewski (Szpilrajn), Andrzej Mostowski**

koordynatorzy: Zofia Adamowicz, Krzysztof Krupiński, Witold Marciszewski, Grzegorz Plebanek

■ Statystyka

patron: **Jerzy Sptawa-Neyman**

koordynatorzy: Małgorzata Bogdan, Teresa Ledwina, Jan Mielniczuk

■ Teoria ergodyczna

patroni: **Czesław Ryll-Nardzewski, Edward Sęsiada**

koordynatorzy: Tomasz Downarowicz, Krzysztof Frączyk, Mariusz Lemańczyk

■ Teoria liczb

patron: **Wacław Sierpiński**

koordynatorzy: Grzegorz Banaszak, Łukasz Pańkowski, Tomasz Schoen

■ Teoria operatorów

patroni: **Andrzej Alexiewicz, Włodzimierz Mlak, Władysław Orlicz**

koordynatorzy: Henryk Hudzik, Jerzy Kąkol, Grzegorz Lewicki, Mieczysław Mastyło, Jan Stochel

■ Teoria osobliwości

patron: **Stanisław Łojasiewicz**

koordynatorzy: Stanisław Janeczko, Tadeusz Mostowski, Adam Parusiński, Wiesław Pawłucki, Zbigniew Szafraniec

■ Topologia, geometria i algebra homologiczna

patroni: **Karol Borsuk, Samuel Eilenberg**

koordynatorzy: Jerzy Dydak, Stefan Jackowski, Józef Przytycki, Henryk Toruńczyk

■ Układy dynamiczne

patron: **Wiesław Szlenk**

koordynatorzy: Krzysztof Barański, Jacek Graczyk, Anna Zdunik

■ Zastosowania

patron: **Andrzej Lasota**

koordynatorzy: Jacek Miękiś, Ryszard Rudnicki, Tomasz Szarek

Sesje specjalne

■ Forum Informatyki Teoretycznej

FIT jest doroczną polską konferencją informatyczną odbywającą się nieprzerwanie od późnych lat osiemdziesiątych (początkowo pod nazwą „Seminarium Warszawsko-Wrocławskie”) i obejmującą wszystkie aspekty informatyki teoretycznej. Sesja odbędzie się w dniach **6-7 września** 2019 r.

Zaproszeni goście: Tomasz Kociumaka (Bar-Ilan University) ● Krzysztof Onak (IBM T.J. Watson Research Center) ● Jakub Tarnawski (École Polytechnique Fédérale de Lausanne).

Częścią FIT-u jest także sesja specjalna pt. „Zastosowania teorii gier w informatyce”, która odbędzie się **6 września w godz. 9:00-11:45**. Więcej informacji na stronie: <http://fit.tcs.uj.edu.pl/>

Organizatorzy sesji: Maciej Bendkowski ● Jakub Kozik ● Bartosz Walczak

■ Matematyka w ekonomii i finansach

Sesja odbędzie się w dniach **6-7 września** 2019 r. Zgromadzi zarówno matematyków, jak i ekonomistów, stosujących zaawansowane metody matematyczne w opisie i analizie zjawisk gospodarczych i procesów finansowych. Planowane są następujące sesje tematyczne:

analiza decyzji ● ekonomia matematyczna ● ekonomia empiryczna ● metody stochastyczne w finansach ● modelowanie demograficzne ● problemy modelowania statystycznego w ekonomii empirycznej ● rynki finansowe i towarowe ● teoria gier w psychologii i ekonomii ● teoria wzrostu gospodarczego ● wybrane zagadnienia matematyki finansowej

Organizatorzy sesji: Marta Kornafel ● Anna Pajor ● Barbara Pawetek ● Jacek Osiewalski ● Agnieszka Rygiel

Koordynatorzy sesji: Jacek Osiewalski ● Agnieszka Wiszniewska-Matyskiel

■ Zadania olimpijskie niezwyklej urody

Chodzi o zadania związane z pomysłowymi czy oryginalnymi, zaskakującymi a nie przesadnie długimi rozwiązaniami; nieraz już sam temat zadania może okazać się nad wyraz ciekawy. Problemy tego rodzaju budzą zainteresowanie także tych matematyków, którzy z konkursami nie byli w żaden sposób związani. Takim właśnie zadaniom poświęcona będzie sesja planowana na **czwartek, 5 września** 2019 roku.

Wszystkie tematy zadań zostaną wcześniej udostępnione uczestnikom Zjazdu, by chętni mogli nad nimi pomyśleć przed wystąpieniem referatu. Planowany jest również wykład o pierwszym przewodniczącym Komitetu Głównego Olimpiady Matematycznej, Stefanie Straszewiczu.

Do udziału w sesji zapraszamy wszystkich, a w szczególności:

byłych uczestników Olimpiady Matematycznej i międzynarodowych zawodów, w tym International Mathematics Competition for University Students ● osoby pracujące obecnie (lub kiedyś) w Komitetach Olimpiady Matematycznej ● uczestników Zjazdu nie związanych nigdy z olimpiadami, ale uważających, że spotkanie z oryginalnymi zadaniami może okazać się interesujące ● nauczycieli matematyki ● uczniów – aktualnych oraz potencjalnych uczestników Olimpiady Matematycznej studentów matematyki

Organizator sesji: Krzysztof Ciesielski

Dzień popularyzacji matematyki

Uniwersytet Pedagogiczny zaprasza **4 września w godzinach od 9.00 do 14.00** na Dzień popularyzacji matematyki. W programie:

cykle wykładów plenarnych, krótkich prelekcji i warsztatów ● wręczenie nagród w konkursie im. Anny Zofii Krygowskiej na najlepszą pracę studencką z dydaktyki matematyki ● finał konkursu uczniowskich prac z matematyki im. Pawła Domańskiego ● wręczenie nagród w konkursie uczniowskich prac z matematyki im. Pawła Domańskiego (godz. 14.30, Auditorium Maximum)

Strumień studencki

W ramach Jubileuszowego Zjazdu Matematyków Polskich, **5 września**, odbędzie się studencka konferencja naukowa „Nowe Pokolenie PTM”. Będzie to doskonała okazja do zaprezentowania osiągnięć studentów z ośrodków akademickich z całej Polski, co przyczyni się integracji środowiska studenckiego. Podczas konferencji przewidywane jest 20 studenckich referatów oraz dwa wykłady specjalne, które wygłoszą zaproszeni goście – dr Krzysztof Ciesielski oraz przedstawiciel banku BBH.

Strumień edukacyjny

5 września o godz. 9.30 w Nowym Kampusie UJ rozpocznie się strumień edukacyjny, na który złoży się cykl wykładów. Referaty wygłoszą:

Ryszard Pagacz (Oficyna Edukacyjna Pazdro) ● Tomasz Szwed (Oficyna Edukacyjna Pazdro) ● Marek Legutko (Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki) ● Joanna Świercz (Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki) ● Alina Przychoda (Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki – członek założyciel) ●

Ponadto w trakcie sesji posterowej Paulina Gajda (Uniwersytet Jagielloński – studentka matematyki) i Anna Widur (Uniwersytet Jagielloński – opiekun)

przedstawią *Fraktal na stulecie - projekt edukacyjny w Krakowie i Polsce.*

Wydarzenia towarzyszące Zjazdowi

Banach. Między duchem a materią

pokaz specjalny nowego filmu Wiesława Saniewskiego (2 września, godz. 20.00, Kino Kijów)

„Opera matematyczna. Paradoksalny rozkład sfery” Romana Kołakowskiego widowisko multimedialne o Stefanie Banachu i jego przyjaciółach z kawiarni Szkockiej (3 września, godz. 19.30, Auditorium Maximum)

Przestrzenie Banacha (reż. Krzysztof Lang) i Polscy pogromcy Enigmy (reż. Waldemar Stankiewicz)

pokaz specjalny filmów, (4 września godz. 16.00, Kino Kijów)

Boba Jazz Band

koncert (4 września, godz. 20.00, Kino Kijów)

Jacek Wójcicki

recital (5 września, Zamek Królewski w Niepołomicach podczas bankietu Zjazdowego)

X, Y, Z. Prawdziwa historia złamania szyfru Enigmy

promocja książki Sir Dermota Turinga (5 września, Wydział Matematyki i Informatyki UJ)

Pogromcy Enigmy w Panteonie Narodowym

symboliczne złożenie prochów M. Rejewskiego, J. Różyckiego i H. Zygalskiego w Panteonie Narodowym (6 września, godz. 11.00, ul. Grodzka 52)

Per Enflo

koncert fortepianowy (6 września 20.30, Kino Kijów)

Machinae Calculatoriae - przyrządy wspomagające obliczenia

wystawa w Muzeum UJ (wernisaż odbędzie się w poniedziałek 2.09 o godz.16.00 w Collegium Maius)

Szyfry, kody, cyfry

wystawa w holu Biblioteki Jagiellońskiej (wejście od ul. Oleandry 3) czynna w dniach 02.09-05.10.2019, od poniedziałku do soboty, w godzinach otwarcia Biblioteki

Formy i liczby

wystawa w Galerii ASP i Promocyjnej (wernisaż w środę, 4.09, o godz. 18.00, przy ul. Basztowej 18) oraz w Galerii Pryzmat (wernisaż w środę, 4.09, o godz.19.00 przy ul. Łobzowskiej 3)

Matematyka na znaczkach pocztowych

wystawa w Bibliotece Jagiellońskiej (wernisaż w środę, 4.09, o godz. 18.00)

Matematyka w obiektywie

wystawa pokonkursowa w Auditorium Maximum (3-4 września)

O matematyce i matematykach w 100-lecie PTM

w Auditorium Maximum (3-4 września)

Obrazy z historii polskiej nauki. Matematycy, fizycy i astronomowie na Uniwersytecie w Getyndze (1895-1933)

wystawa plakatów w Auditorium Maximum (3-4 września)

Założyciele Towarzystwa Matematycznego w Krakowie i działalność PTM do 1936 r.

wystawa w Auditorium Maximum (3-4 września)

Wystawy wydawnictw

m. in. Gambit, ABE-IPS, De Gruyter, Platforma Otwartej Nauki, Oficyna Edukacyjna Pazdro, PWN, Wydawnictwo Nowik.

Aplikacja mobilna **Zjazd PTM 100**



Do dyspozycji Uczestników Jubileuszowego Zjazdu Matematyków Polskich oddajemy aplikację mobilną „Zjazd PTM 100”. Zawiera ona szczegółowy program Zjazdu – informacje o lokalizacji każdego z wydarzeń, harmonogramy wszystkich sesji naukowych oraz harmonogram wydarzeń towarzyszących. Po zainstalowaniu jej na własnym smartfonie istnieje możliwość wyboru i zapisania wydarzeń na indywidualnej liście przez każdego uczestnika – tzw. „moja agenda”. Dane w aplikacji będą na bieżąco uaktualniane, tą drogą będziemy też informować Państwa o zmianach z ostatniej chwili. Zachęcamy serdecznie do skorzystania z aplikacji.

Aplikacja „Zjazd PTM 100” jest dostępna w sklepach aplikacji mobilnych Google Store oraz Apple Store (do pobrania i zainstalowania bezpłatnie).

W celu zainstalowania aplikacji można skorzystać z kodu QR lub postępować według następującej instrukcji:

1. w telefonie należy uruchomić aplikację



Sklep Play (w telefonie z systemem Android)

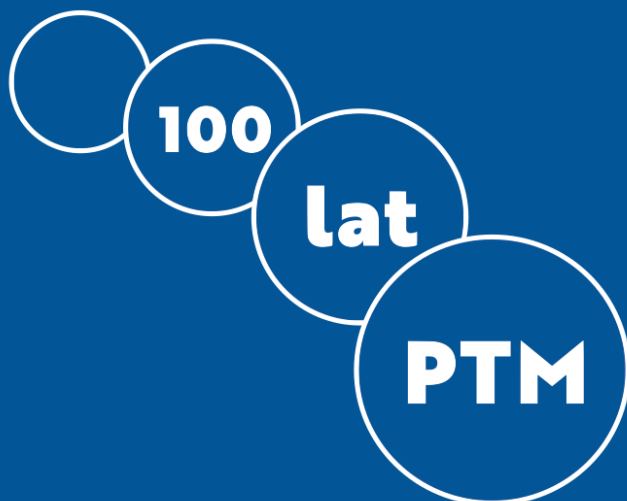


Apple Store (w iPhone),

2. w wyszukiwarce wpisać nazwę aplikacji konferencyjnej: Zjazd PTM 100,

3. wybrać tę aplikację z listy wyszukiwania, następnie polecenie „Zainstaluj”.





wykłady zaproszonych gości



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Typy homotopii w geometrii algebraicznej

Piotr Achinger pachinger@impan.pl

Instytut Matematyczny PAN

Metody topologii algebraicznej są bardzo pomocne w badaniu różnorodności algebraicznych, ponieważ odpowiednie niezmienniki (grupy kohomologii, grupa podstawowa) mają dużo więcej struktury niż w topologii (struktury Hodge'a, działanie grupy Galois). Jedne z najgłębszych hipotez w geometrii algebraicznej (hipotezy Hodge'a – jeden z problemów milenijnych, Tate'a i Grothendiecka) postulują, że z tych niezmienników można odczytać istotne geometryczne i arytmetyczne informacje.

Na wykładzie zaprezentuję kilka konstrukcji typów homotopii w geometrii algebraicznej nad dowolnymi ciałami [2, 3] oraz związki pomiędzy nimi, oraz omówię kilka zjawisk, które odróżniają je od typów homotopii przestrzeni topologicznych [1, 4].

Bibliografia

- [1] P. Achinger, *Wild ramification and $K(\pi, 1)$ spaces*, Invent. Math. 210 (2017), no. 2, 453 – 499
- [2] P. Achinger and M. Talpo *Betti realization of varieties defined by formal Laurent series*, w przygotowaniu.
- [3] M. Artin and B. Mazur, *Étale homotopy*, Lecture Notes in Mathematics, No. 100, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1969.
- [4] M. Raynaud, *Revêtements de la droite affine en caractéristique $p > 0$ et conjecture d'Abhyankar*, Invent. Math. 116 (1994), no. 1-3, 425 – 462.

● [Początek sekcji](#)

Sterowanie optymalne oraz inkluzje różniczkowe

Hélène Frankowska helene.frankowska@imj-prg.fr

Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, Francja

Celem wykładu jest dyskusja na temat znanych i mniej znanych powiązań między układami sterowania, a inkluzjami różniczkowymi. Dla ilustracji, niektóre pytania dotyczące problemów sterowania optymalnego zostaną przedstawione z perspektywy analizy wielowartościowej.

Bibliografia

- [1] Aubin J.-P. & Frankowska H., *Set-Valued Analysis*, Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin (Modern Birkhäuser Classics, reprint 2008).
- [2] Frankowska H. and Osmolovskii N. P., *Second-order necessary conditions for a strong local minimum in optimal control with general control constraints*, Appl. Math. Optim. 80: 135-164 (2019).
- [3] Ważewski T., *Sur une condition équivalente à l'équation au contingent*, Bull. Acad. Pol. Sc., 9: 865-867 (1961).

- [4] Zaremba S., *Sur les équations au paratingent*, Bull. Sc. Math., 60: 139-160 (1936).

● Początek sekcji

Druga zasada termodynamiki dla procesów stochastycznych a transport optymalny, czyli ile kosztuje puszczenie w niepamięć

Krzysztof Gawędzki kgawedzk@ens-lyon.fr

Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon, Francja

Relacje między informacją i termodynamiką mają długą historię sięgającą ekperymentu myślowego Maxwella z demonem walczącym z drugą zasadą termodynamiki (1867). W 1961 r. Landauer sformułował prawo stwierdzające, że wymazanie jednego bitu informacji w temperaturze pokojowej rozprasza co najmniej 2.8×10^{-21} dżuli energii cieplnej. Przedstawię analizę prostego modelu stochastycznego wymazywania informacji, dla którego można otrzymać dolną granicę dla dodatkowego ciepła rozproszonego, jeśli proces wymazywania pamięci przebiega w określonym przedziale czasowym. Oszacowanie bazuje na teorii optymalnego transportu masy Monge'a-Kantorowicza. Pozwala też opisać protokół z minimalnym rozpraszaniem energii oparty na rozwiązaniu równania różniczkowego Burgersa. Przykład prostego problemu łączącego teorię informacji, fizykę statystyczną i matematykę.

Bibliografia

- [1] R. Landauer, *Irreversibility and heat generation in the computing process*, IBM Journal of Res. and Dev. 5:3: 183-191 (1961).
- [2] C. Villani, *Topics in Optimal Transportation*, Graduate Studies in Mathematics Vol. 38, American Mathematical Society, Providence R.I. 2003
- [3] E. Aurell, K. Gawędzki, C. Mejía-Monasterio, R. Mohayaei and P. Muratore-Ginanneschi, *Refined second law of thermodynamics for fast random processes*, J. Stat. Phys. 147: 487-505 (2012)

● Początek sekcji

Granice grafów rzadkich i ich zastosowania

Łukasz Grabowski

Lancaster University, Wielka Brytania

Limits of Sobolev Homeomorphisms and Energy-minimal Deformations

Tadeusz Iwaniec tiwaniec@syr.edu

Syracuse University, Stany Zjednoczone

Limits of Sobolev Homeomorphisms and Energy-minimal Deformations

Sobolev homeomorphisms and their limits are widely studied in Geometric Function Theory (GFT) and mathematical models of Nonlinear Elasticity (NE).

It is at the heart of the present lecture to convince you that the weak limits of Sobolev homeomorphisms are legitimate deformations of hyper-elastic materials. As we seek greater knowledge about the energy-minimal deformations in NE, the questions of existence and injectivity (motivated by the principle of non-interpenetration of matter) become ever more quintessential. Nonlinear PDEs and topology of monotone mappings come into play. Theoretical prediction of failure of bodies, caused by cracks, should appeal to both: **Mathematical Analysts and Researchers in the Engineering Fields** In case of the materials with Dirichlet stored-energy, to illustrate, cracks propagate along vertical trajectories of the associated Hopf quadratic differential. I will summarize, in the briefest possible terms, our recent advances with Jani Onninen. It goes back to the concept of Direct Method in the Calculus of Variations introduced by David Hilbert and Stanisław Zaremba the first President of the Polish Mathematical Society whose 100-anniversary we celebrate today.

Bibliografia

- [1] T. Iwaniec, L. Kovalev, J. Onninen, *The Nitsche Conjecture*, J. Amer. Math. Soc., 24, no.2 (2011)
- [2] T. Iwaniec, L. Kovalev, J. Onninen, *Diffeomorphic Approximation of Sobolev Homeomorphisms*, Arch. Rat. Mech. Anal. 201, no.3 (2011)
- [3] T. Iwaniec, N-T. Koh, L. Kovalev, J. Onninen, *Existence of Energy-minimal Diffeomorphisms Between Doubly Connected Domains*, Invent. Math. 186, no. 3 (2011)
- [4] T. Iwaniec, J. Onninen, *Monotone Sobolev Mappings of Planar Domains and Surfaces*, Arch. Rat. Mech. Anal., no.1 (2016)
- [5] T. Iwaniec, J. Onninen, *Limits of Sobolev Homeomorphisms*, J. Eur. Math. Soc. 19, no. 2 (2017)
- [6] T. Iwaniec, J. Onninen, *Radó-Kneser-Choquet Theorem for Simply Connected Domains*, Transactions of Amer. Math. Soc. 371, no. 4 (2019)

● [Początek sekcji](#)

Topologia toryczna i geometryczna teoria grup

Tadeusz Januszkiewicz T.Januszkiewicz@impan.pl
Instytut Matematyczny PAN

Topologia toryczna to dziedzina usytuowana na pograniczu topologii działań grup, algebraicznej, symplektycznej i różniczkowej geometrii, teorii reprezentacji i kombinatoryki. Jej obiekty (rozmaitości z działaniem torusa, często wyposażone w dodatkowe struktury: algebraiczną, symplektyczną, metryczną) mają często jawny opis kombinatoryczny, który pozwala na ich głębsze przebadanie.

Istnieje mocna analogia między tą teorią i ważną klasą obiektów geometrycznej teorii grup, gdzie przestrzenie i ich (dyskretne) grupy symetrii badane są przy użyciu (zazwyczaj radykalnie) geometrycznych metod. Główne przykłady pochodzą z teorii grup odbić i budynków.

W wykładzie przedstawię ogólny zarys przyczyn oraz szczególnie interesujące przykłady tej analogii.

● [Początek sekcji](#)

Analiza zespolona na usługach arytmetyki, czyli o analitycznej teorii liczb

Jerzy Kaczorowski kjerzy@amu.edu.pl
Uniwersytet Adama Mickiewicza

Głównym celem wykładu jest pokazanie w jaki sposób środki analizy zespolonej mogą być użyte w zagadnieniach teorii liczb, a także – przynajmniej częściowo – wytłumaczenie dlaczego jest to możliwe. Mowa będzie o funkcjach typu L , w szczególności o funkcji dzeta, słynnej Hipotezie Riemanna, rozmieszczeniu liczb pierwszych oraz innych zagadnieniach pokrewnych. Wykład adresowany będzie do szerokiej publiczności, a do jego zrozumienia nie zakłada się posiadania żadnej głębszej wiedzy specjalistycznej.

● [Początek sekcji](#)

Równanie Monge'a-Ampere'a w geometrii zespolonej

Sławomir Kołodziej Slawomir.Kolodziej@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Wykład przedstawia wyniki dotyczące rozwiązań zespolonego równania Monge'a-Ampere'a, metody ich uzyskania oraz geometryczne zastosowania w problemach związanych z istnieniem kanonicznych metryk na zwartych rozmaitościach Kählera, a także z opisem granic potoku Kählera-Ricciego. W dalszym ciągu podobna dyskusja zostanie przeprowadzona dla ogólniejszej rodziny równań typu hesjanowego.

● [Początek sekcji](#)

Aproksymacja algebraiczna odwzorowań

Wojciech Kucharz Wojciech.Kucharz@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Zgodnie z klasycznym twierdzeniem aproksymacyjnym Stone'a-Weierstrassa, każde odwzorowanie ciągłe pomiędzy rzeczywistymi przestrzeniami afinicznymi można aproksymować jednostajnie na zbiorach zwartych odwzorowaniami wielomianowymi. Jednak algebraiczna aproksymacja odwzorowań ciągłych pomiędzy rzeczywistymi zbiorami algebraicznymi stanowi trudny problem, nawet gdy rozważane zbiory są sferami jednostkowymi. Wyniki zależą od interpretacji pojęcia algebraicznej aproksymacji. Przedstawię wyniki dotyczące aproksymacji odwzorowaniami wielomianowymi, regularnymi, regularnymi na płatach stratyfikacji,

lub kawałkami regularnymi.

● Początek sekcji

Hipotezy Seiferta

Krystyna Kuperberg kuperkm@auburn.edu

Auburn University, Stany Zjednoczone

Znane od dawna twierdzenie o zaczesaniu kuli mówi, że żadna sfera o wymiarze parzystym nie dopuszcza stycznego do niej ciągłego pola wektorowego bez wektorów zerowych. Sfery o nieparzystym wymiarze, dzięki ich zerowej charakterystyce Eulera, dopuszczają takie pola wektorowe. W roku 1950 H. Seifert udowodnił, że małe zaburzenie pola wektorowego bez wektorów zerowych, równoległego do rozwłóknienia Hopfa, musi posiadać zamkniętą trajektorię. Hipoteza o istnieniu zamkniętej trajektorii dla wszystkich takich pól wektorowych na sferze trójwymiarowej przyjęła nazwę Hipotezy Seiferta. W roku 1966 F. W. Wilson obalił analogiczną hipotezę dla sfer o nieparzystym wymiarze od piątego wzwyż.

Przypadek wymiaru trzeciego przez dłuższy czas był nierozstrzygnięty. W roku 1974 P. A. Schweitzer znalazł piękny kontrprzykład do Hipotezy Seiferta klasy C^1 . W roku 1993 H. Hofer udowodnił hipotezę w przypadku rozmaitości kontaktowych. Wkrótce potem skonstruowany został (przez prelungentkę) kontrprzykład nieskończenie różniczkowalny. W rezultacie, dzięki pracy G. Kuperberga ukazały się kontrprzykłady w dwóch bardzo ważnych kategoriach: analitycznych oraz kawałkami liniowych. W roku 1996 G. Kuperberg podał również kontrprzykład w wymiarze trzecim zachowujący objętość. W roku 2003 V. Ginzburg i B. Gürel skonstruowali potok Hamiltona bez zamkniętych orbit.

W wykładzie zostanie przedstawiona historia rozwiązań Hipotezy Seiferta oraz Zmodyfikowanej Hipotezy Seiferta. Dzięki pracom E. Ghysa, Sh. Matsu-moto, S. Hurdera, A. Rechtman i innych, pewne ważne właściwości algebraiczne i ergodyczne można opisać dla dużej klasy kontrprzykładów.

Bibliografia

- [1] V. L. Ginzburg and B. Z. Gürel, *C^2 -smooth counterexample to the Hamiltonian Seifert conjecture in \mathbb{R}^4* , Ann. of Math. 158 (2003), 953–976.
- [2] H. Hofer, *Pseudoholomorphic curves in symplectizations with applications to the Weinstein conjecture in dimension three*, Invent. Math. 114 (1993), 515–563.
- [3] S. Hurder and A. Rechtman, *The dynamics of generic Kuperberg flows*, Astérisque 377 (2016), 1–250.
- [4] G. Kuperberg, *A volume-preserving counterexample to the Seifert conjecture*, Comment. Math. Helvetici 71 (1996), 70–97.
- [5] K. Kuperberg, *A smooth counterexample to the Seifert conjecture*, Ann. of Math., 140 (1994), 723–732.
- [6] K. Kuperberg and G. Kuperberg, *Generalized counterexamples to the Seifert conjecture*, Ann. Math. 144 (1996), 239–268.

- [7] P. A. Schweitzer, *Counterexamples to the Seifert conjecture and opening closed leaves of foliations*, Ann. Math. 100 (1974), 386–400.
- [8] H. Seifert, *Closed integral curves in 3-space and two-dimensional deformations*, Proc. Amer. Math. Soc. 1 (1950), 287–302.
- [9] F. W. Wilson, *On the minimal sets of non-singular vector fields*, Ann. Math. 84 (1966), 529–536.

● Początek sekcji

O nierównościach dla trajektorii gradientu

Krzysztof Kurdyka Krzysztof.Kurdyka@univ-savoie.fr
 Université de Savoie, Francja

Gdy f jest funkcją analityczną przetłomowe odkrycie S. Łojasiewicza [1] nierówności $\nabla f \geq c|f|^\rho$, z wykładnikiem $\rho < 1$, pozwala udowodnić, że długość trajektorii ∇f między dwoma poziomiami f jest skończona. Wynika stąd istnienie granicy dowolnej trajektorii ∇f . W [2] podałem jej uogólnienie dla szerokiej klasy funkcji definiowalnych w strukturach o-minimalnych. Pod nazwą nierówności (warunku) K-L jest stosowana do wykazywania zbieżności algorytmów w teorii optymalizacji. Ogólniejsza metoda oszacowania długości trajektorii ∇f przez długość talwegu (linii dna doliny) ma potencjalnie jeszcze szersze pole zastosowań, np. [3]. W [4] wykazaliśmy istnienie granicy siecznych w punkcie krytycznym trajektorii gradientu funkcji analitycznej f . Bardziej subtelny opis trajektorii w pobliżu punktów krytycznych f pozostaje dalej otwarty.

Bibliografia

- [1] S. Łojasiewicz, *Une propriété topologique des sous-ensembles analytiques réels*, Coll. Internat. du CNRS 117: 87–89 (1962).
- [2] K. Kurdyka, *On gradients of functions definables in o-minimal structures*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 48: 769–783 (1998).
- [3] K. Kurdyka and S. Spodzieja, *Convexifying polynomials and SOS approximation*, SIAM J. of Opt. 25: 2512–2536 (2015).
- [4] K. Kurdyka, T. Mostowski, A. Parusiński, *Proof of the Gradient Conjecture of R. Thom*, Annals of Math. 152: 763–792 (2000).

● Początek sekcji

Logarytmicznie wklęsłe wektory losowe

Rafał Łatała rlatala@mimuw.edu.pl
 Uniwersytet Warszawski

Rozkłady jednostajne na ciałach wypukłych pojawiają się w wielu zagadnieniach geometrii wypukłej, rachunku prawdopodobieństwa i analizy. Z uwagi na to, że klasa takich rozkładów nie jest zamknięta ani na sploty ani na rzuty, wygodniej jest badać ogólniejszą klasę logarytmicznie wklęsłych miar probabilistycznych

(tzn. miar z logarytmicznie wklęstymi gęstościami). Wektory losowe o rozkładach z tej klasy nazywa się logarytmicznie wklęstymi. Badanie miar i wektorów logarytmicznie wklęstych przyciągnęło w ostatnich latach uwagę wielu badaczy [1,2].

Szereg wyników pokazuje, że logarytmicznie wklęste miary o diagonalnej macierzy kowariancji zachowują się podobnie do miar produktowych. Dwa ważne przykłady takiego zachowania to centralne twierdzenie graniczne Klartaga [4] i udowodniona przez Paourisa koncentracja normy euklidesowej [6]. Jednak wiele ważnych pytań dotyczących logarytmicznie wklęstych wektorów losowych pozostaje otwartych. Do jednych z ważniejszych należy hipoteza Kannana, Lovásza i Simonovitsa [3] o wykładniczej koncentracji izotropowych wektorów logarytmicznie wklęstych.

W czasie wykładu przedyskutujemy związki między różnymi problemami dotyczącymi miar i wektorów logarytmicznie wklęstych oraz omówimy pewne metody, które są wykorzystywane przy ich badaniu.

Bibliografia

- [1] S. Artstein–Avidan, Shiri, A. Giannopoulos and V. D. Milman, *Asymptotic Geometric Analysis. Part I*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2015.
- [2] S. Brazitikos, A. Giannopoulos, P. Valettas and B. H. Vritsiou, *Geometry of isotropic convex bodies*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2014
- [3] R. Kannan, L. Lovász and M. Simonovits, *Isoperimetric problems for convex bodies and a localization lemma*, *Discrete Comput. Geom.* 13: 541–559 (2005).
- [4] B. Klartag, A central limit theorem for convex sets, *Invent. Math.* 168: 91–131 (2007).
- [5] R. Łatała, *On some problems concerning log-concave random vectors*, in: *Convexity and Concentration*, 525–539, Springer, New York, 2017
- [6] G. Paouris, *Concentration of mass on convex bodies*, *Geom. Funct. Anal.* 16: 1021–1049 (2006).

[● Początek sekcji](#)

Losowość i pseudolosowość

Tomasz Łuczak tomasz@amu.edu.pl

Uniwersytet Adama Mickiewicza

Pierwsze zastosowania narzędzi probabilistycznych do rozwiązywania zagadnień matematycznych i informatycznych pojawiły się w pierwszej połowie dwudziestego wieku, a w 1947 Paul Erdős opublikował w Biuletynie Amerykańskiego Towarzystwa Matematycznego trzystronicową notkę, która stała się kamieniem węgielnym teorii struktur losowych. W czasie wykładu zaprezentujemy niektóre z wyników i idei, które w ciągu ostatnich 70 lat wpłynęły na obecny kształt tej dziedziny, a także postaramy się odgadnąć przyszłe kierunki

jej rozwoju.

● Początek sekcji

Rola mechanistycznych modeli matematycznych w medycynie na przykładzie modelowania białaczek

Anna Marciniak-Czochra Anna.Marciniak@iwr.uni-heidelberg.de
Heidelberg University

Prezentacja poświęcona jest modelowaniu matematycznemu ostrych białaczek, które są nowotworowymi chorobami układu krwiotwórczego. Pochodzą one z niewielkiej populacji białaczkowych komórek macierzystych (LSC), które konkurują z hematopoetycznymi komórkami macierzystymi (HSC), niezbędnymi do tworzenia komórek krwi. Eksperymenty sugerują, że różnice w interakcjach między komórkami zdrowymi a złośliwymi przyczyniają się do obserwowanej heterogeniczności pacjentów. Te interakcje obejmują odpowiedź komórek białaczkowych na sprzężenia zwrotne dalekiego zasięgu, np. na hematopoetyczne czynniki wzrostu oraz współzawodnictwo komórek macierzystych o dostęp do nisz wspierających komórki macierzyste. W naszych badaniach używamy modeli matematycznych w postaci równań różniczkowych i różniczkowo-całkowych, ich analizy i symulacji komputerowej połączonej z analizą danych pacjentów, aby uzyskać wgląd w istotne klinicznie pytania dotyczące różnic między pacjentami i heterogeniczności komórek nowotworowych oraz ich wpływu na prognozę.

● Początek sekcji

Teoria modeli i dynamika topologiczna

Ludomir Newelski Ludomir.Newelski@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

Metody topologiczne są obecne w teorii modeli niemal od początku. W przełomowym twierdzeniu Morleya (1964) kluczowym pomysłem było mierzenie wielkości zbiorów definiowalnych w modelu przy pomocy rangi Morleya, która jest wariantem rangi Cantora-Bendixsona w przestrzeni typów. Shelah badał następnie warianty rangi Morleya metodami kombinatorycznymi, co doprowadziło go do odkrycia forkingu i rozwoju geometrycznej teorii modeli (Zilber, Hrushovski, Pillay).

W latach 2000 zaproponowałem stosowanie dokładniejszych narzędzi do badania wielkości zbiorów definiowalnych i typów (zwłaszcza w grupach definiowalnych w modelu), mających swe źródła w dynamice topologicznej.

Dynamika topologiczna bada ciągłe działania grupy G na przestrzeni zwartej X , zwanej G -potokiem. Rozważa się tu potoki minimalne, punkty prawie okresowe, półgrupy i grupy Ellisa dla G -potoku X . W teorii modeli rozważa się dwie sytuacje tego typu.

1. G jest grupą definiowalną w modelu M działającą na przestrzeni G -typów $S_G(M)$ przez lewe przesunięcia.

2. G jest grupą automorfizmów modelu monstrum \mathcal{M} działającą na przestrzeni typów globalnych $S(\mathcal{M})$.

W obu przypadkach metody dynamiki topologicznej prowadzą do nowych wyników na temat kombinatoryki zbiorów definiowalnych [1, 2, 3, 4]. Interakcja między teorią modeli a dynamiką topologiczną prowadzi też do wyników ciekawych w dynamice topologicznej. Np. grupa Ellisa dla potoku βG okazuje się być algebraicznie związana z G .

W odczycie przypomnę źródła teorii modeli (ze szczególnym uwzględnieniem jej polskich korzeni) oraz wyjaśnię, jak stosujemy w niej pojęcia dynamiki topologicznej.

Bibliografia

- [1] K. Krupiński, A. Pillay, T. Rzepecki, *Topological dynamics and the complexity of strong types*, Israel J. Math. 228: 863–932 (2018).
- [2] K. Krupiński, L. Newelski, P. Simon, *Boundedness and absoluteness of some dynamical invariants in model theory*, J. Mathematical Logic, przyjęte.
- [3] L. Newelski, *Topological dynamics of definable group actions*, J. Symbolic Logic 74: 50–72 (2009).
- [4] L. Newelski, *Topological dynamics of stable groups*, J. Symbolic Logic 79: 1199–1223 (2014).

● [Początek sekcji](#)

p-adyczna teoria Hodge'a

Wiesława Nizioł wieslaw.nizioł@ens-lyon.fr

École Normale Supérieure de Lyon, Francja

p-adyczna teoria Hodge'a jest analogiem klasycznej teorii Hodge'a dla p-adycznych rozmaitości algebraicznych. W ostatnich trzech dekadach zastosowano ją do rozwiązania wielu otwartych problemów w teorii liczb: wielkie twierdzenie Fermata, hipoteza Sato-Tate'a, itd.

Zaprezentuję krótkie wprowadzenie do tematu.

● [Początek sekcji](#)

Analiza na grupach: operatory Laplace'a, reprezentacje i sztywność

Piotr Nowak pnowak@impan.pl

Instytut Matematyczny PAN

Grupa posiada własność (T) gdy jej dowolne działanie przez afiniczne izometrie na przestrzeni Hilberta posiada punkt stały. Własność (T) została wprowadzona przez Kazhdana w 1966 r. w terminach struktury topologicznej przestrzeni reprezentacji unitarnych grupy, aby pokazać, że kraty w półprostych grupach Liego wyższej rangi są skończenie generowane. Od tego czasu własność (T) zy-

skąta szereg nowych zastosowań w formie różnych form sztywności dla algebr operatorów czy działań grup oraz bardzo istotne miejsce w teorii grup.

Celem wykładu będzie omówienie własności (T), jej wybranych zastosowań oraz przykładów. W szczególności, przedstawiona zostanie nowa metoda pokazywania własności (T) przy użyciu metod optymalizacji wypukłej w pierścieniu grupowym oraz wykorzystujący ją niedawny dowód własności (T) dla grup automorfizmów grup wolnych.

● [Początek sekcji](#)

Hamiltonian Markov Chains: sampling, dynamics and stability

Tomasz Nowicki tnowicki@us.ibm.com

IBM, Stany Zjednoczone

HMC is an approach to a problem of finding a normalizing constant when a distribution is known only up to a proportionality factor. The normalization becomes crucial when a sampling is needed. For example when a set is given by some constraints a characteristic function represents a uniform distribution on this set up to a constant which is the volume of the set, usually difficult to compute. Several algorithms were developed and HMC is doing very well among them. We provide an explanation of the phenomenon in terms of pure functional-analytical methods.

Co-authors:

Soumyadib Ghosh ghoshs@us.ibm.com

IBM TJ Watson Research Center

Yingdong Lu yingdong@us.ibm.com

IBM TJ Watson Research Center

● [Początek sekcji](#)

Iteracje przekształceń, fraktale, metody formalizmu termodynamicznego

Feliks Przytycki feliksp@impan.gov.pl

Instytut Matematyczny PAN

Wykład będzie dotyczył iteracji funkcji wymiernych na sferze Riemanna. Opowiem o fraktalności zbiorów Julii dla tych funkcji, w tym o wymiarze Hausdorffa, miarach niezmienniczych (stanach Gibbsa), o porównaniu ich z miarami Hausdorffa, o mierze harmonicznej na brzegu basenu przyciągania. Użyta do tego będzie tzw. funkcja geometrycznego ciśnienia w zależności od temperatury. Wspomnę o analogicznej teorii dla iteracji przekształceń odcinka i przykładach niekonforemnych.

Wykład opiera się na teorii stworzonej przez autora, a także A. Zdunik, M. Urbańskiego, J. Rivery-Leteliera, J. Graczyka, S. Smirnova, S. Rohde i innych, począwszy od lat 80-tych XX wieku, patrz: F. Przytycki, Proc. ICM Rio de Janeiro 2018 oraz Wiad. Mat. 54.1 (2018), 23-53, a także F. Przytycki, M. Urbański,

Conformal Fractals: Ergodic Theory Methods, Cambridge, 2010.

● [Początek sekcji](#)

Pewne kierunki nowoczesnej analitycznej teorii liczb

Maksym Radziwill maksym.radziwill@gmail.com

Caltech, Stany Zjednoczone

Celem wykładu będzie omówienie trzech nowoczesnych branż analitycznej teorii liczb i przetomów, które w nich zostały dokonane w ostatnich latach: problem „subconvexity” w analitycznej teorii L-funkcji, nowe techniki analizy harmonicznej w adytywnej teorii liczb, i postęp w multiplikatywnej teorii liczb.

● [Początek sekcji](#)

Matrix rings and the Yang-Baxter equation

Agata Smoktunowicz A.Smoktunowicz@ed.ac.uk

University of Edinburgh, Wielka Brytania

The Yang-Baxter equation is an important equation in mathematics and physics. It is relevant to statistical mechanics, quantum information science and numerous other research areas. Following Drinfeld’s suggestion, the study of set-theoretic solutions to the Yang-Baxter equation (YBE) have been developed and several interesting connections have been found. In pure mathematics, some of these connections are with braid and Garside groups, regular subgroups and Hopf-Galois extensions, affine manifolds, Knot theory, Hopf algebras, quantum groups, orderability and factorizable groups. In mathematical physics the connections include Yang-Baxter maps, discrete integrable systems, cellular automata, crystals and tropical geometry. Due to this abundance of relationships set-theoretic solutions to the quantum Yang-Baxter equation have been intensively studied.

In 2007, Rump presented some surprising connections between nilpotent rings and set-theoretic solutions of the Yang-Baxter equation. In particular, he showed that every nilpotent ring yields a solution to the Yang-Baxter equation, and every non-degenerate, involutive set-theoretic solution of the Yang-Baxter equation can be obtained from a nilpotent ring, or more generally from a brace (a structure which generalises nilpotent rings). In this talk we look at how to use Rump’s method to construct solutions of YBE from sets of nilpotent matrices, and which open problems on nilpotent matrices appear in this context. The set-theoretic reflection equation with the first examples of solutions first appeared in the work of Caudrelier and Zhang.

In this talk we investigate set-theoretic solutions to the Yang-Baxter equation (YBE) and the reflection equation.

Amongst other things, we show that for a finite, non-degenerate involutive solution to YBE one only needs to check one of the coordinates to prove that a certain map is a reflection. We give examples of invertible solutions to the reflec-

tion equations coming from sets of nilpotent matrices. We also use set-theoretic solutions to construct solutions to the parameter dependent reflection equation (which appears in integrable systems).

For the research topics that we consider in this talk it is sufficient to consider solutions coming from sets of nilpotent matrices. We list some open questions which appear in this context. We also mention connections with other research areas.

This talk will be mainly based on collaborative work with Leandro Vendramin, Robert Weston and Alicja Smoktunowicz.

● Początek sekcji

Dynamika grup polskich, koncentracja miary i podmiary

Stawomir Solecki ssolecki@cornell.edu

Cornell University, Stany Zjednoczone

Dynamika topologiczna grup polskich posiada pewne cechy nieobecne w dynamice grup lokalnie zwartych. Na przykład istnieją grupy polskie, których wszystkie działania ciągłe na przestrzeniach zwartych mają punkty stałe; grupa unitarna ośrodkowej nieskończonej wymiarowej przestrzeni Hilberta jest taką grupą. Grupy tego typu, zwane ekstremalnie średniowalnymi, były pierwszy raz skonstruowane przez Herera i Christensena za pomocą pewnych podmiar. Później Gromov i Milman znaleźli związek między grupami ekstremalnie średniowalnymi i zjawiskiem koncentracji miary w teorii prawdopodobieństwa.

W tym kontekście, który zarysuję, zaprezentuję nowe twierdzenie o koncentracji miary zainspirowane przez geometryczne idee pochodzące z twierdzenia Loomisa i Whitneya. Opiszę dynamiczne konsekwencje, w duchu Gromova i Milmana, owej koncentracji miary. Wszystkie te rozważania opierają się na nowej „geometrycznej” klasyfikacji podmiar.

Jest to wspólna praca z F. Martinem Schneiderem.

● Początek sekcji

Od Gaussa do rozwiązania rzeczywistej hipotezy Fatou, czyli o miejscu jakie możemy mieć w świecie

Paweł Strzelecki P.Strzelecki@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Wkrótce po roku 1820 Carl Friedrich Gauss stwierdził, że wprowadzenie na powierzchni współrzędnych izotermicznych – takich, w których metryka jest wielokrotnością zwykłej metryki euklidesowej – wymaga rozwiązania tzw. równania Beltramiiego. Gauss potrafił to zrobić przy założeniu, że sama powierzchnia i metryka na niej są analityczne w sensie rzeczywistym. To założenie osłabiali później m.in. Korn i Lichtenstein oraz Morrey. W 1955 roku Bogdan Bojarski wykazał, że wyjącznie przy założeniu mierzalności metryki równanie Beltramiiego ma rozwiązania homeomorficzne, których pochodne są całkowne z pewną potęgą większą

od 2. Brzmi to dość technicznie, niemniej jednak twierdzenie Bojarskiego i metody użyte w jego dowodzie łączą się różnymi nitkami z historią analizy w XX wieku, z pracami Ahlforsa oraz Calderona i Zygmunta, a także z późniejszym rozwojem układów dynamicznych, m.in. z rozwiązaniem tak zwanej hipotezy Fatou przez Jacka Graczyka i Grzegorza Świątka.

Postaram się opowiedzieć tę historię w sposób możliwie pełny, a jednocześnie zrozumiały dla niespecjalistów.

● [Początek sekcji](#)

Kiedy Alicja i Bob spotkali Banacha

Stanisław Szarek szarek@cwru.edu

Case Western Reserve University, Stany Zjednoczone

Jak było wiadomo już w pierwszej połowie XX wieku, mają miejsce bardzo bliskie związki między różnymi dziedzinami analizy funkcjonalnej i teorią kwantową. Celem tego wykładu jest naszkicowanie koneksji, która skrytykowała się w ciągu ostatnich 10–15 lat, a mianowicie interakcji między geometrią przestrzeni Banacha, teorią macierzy losowych, czy bardziej ogólnie teorią obiektów wysoko-wymiarowych, a kwantową teorią informacji, która tworzy teoretyczną bazę nowych technologii kwantowych i prób zbudowania komputera kwantowego.

Jednym ze źródeł tej koneksji jest fakt, że systemy kwantowe składające się z zaledwie kilku cząstek prowadzą do modeli matematycznych, których wymiar może być mierzony w tysiącach czy miliardach. Po zdefiniowaniu kilku pojęć i niezmienników używanych do jakościowej analizy rozmiaru i złożoności wysoko-wymiarowych obiektów, naszkicujemy, jak mogą być one użyte do studiowania splatania i innych zjawisk pojawiających się w teorii kwantowej.

● [Początek sekcji](#)

Teoria reprezentacji grup permutacji. Nowa nadzieja

Piotr Śniady psniady@impan.pl

Instytut Matematyczny PAN

Teoria reprezentacji jest nadzwyczaj wszechdobylska i pojawia się w wielu działach matematyki, na przykład w analizie harmonicznej na grupach, geometrii algebraicznej i teorii niezmienników.

Mogłoby się wydawać, że niemal wszystkie problemy *teorii reprezentacji grup permutacji* S_n zostały już rozwiązane, a najlepsza możliwa odpowiedź została już dawno znaleziona w kombinatorycznym języku *diagramów i tableaux Younga*. Niestety, język ten źle się nadaje do badania *problemów asymptotycznych*, w których rozmiar grupy $n \rightarrow \infty$ dąży do nieskończoności.

Podczas mojego odczytu przedstawię *nowe spojrzenie na teorię reprezentacji grup permutacji* S_n [1], które zostało zainicjowane w latach 1990. przez matematyków ze szkoły leningradzkiej, zgodnie z którym obiekty teorii repre-

zentacji należy oglądać nie każdy z osobna, ale naraz. Zgodnie z tą optyką teoria reprezentacji bada różne *algebry funkcji*. To nowe spojrzenie zaowocowało nowymi rodzajami pytań, jakie zaczęto stawiać w teorii reprezentacji oraz odkryciem związków z teorią macierzy losowych.

Bibliografia

- [1] Pierre-Loïc Méliot, *Representation theory of symmetric groups* Discrete Mathematics and its Applications (Boca Raton) CRC Press, Boca Raton, FL, 2017.

● [Początek sekcji](#)

Rozbieżne pojęcia typowości w układach dynamicznych

Grzegorz Świątek g.swiatek@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

W badaniu układów dynamicznych na ogół nie jest możliwe opisanie dowolnej orbity dla dowolnej wartości parametru i dlatego interesują nas własności typowe w sensie wyboru warunku początkowego lub parametru. Używane są różne pojęcia typowości, które można podzielić na topologiczne w duchu teorii kategorii oraz metryczne wywodzące się z teorii miary. Okazuje się raczej regułą niż wyjątkiem, że wzajem sprzeczne własności są typowe w jednym albo drugim sensie. Przedyskutujemy tego rodzaju wyniki, które zostały udowodnione dla iteracji funkcji w wymiarze 1, a w szczególności problem atraktora dla przekształceń odcinka oraz typowe zachowania ze względu na wybór parametru w rodzinie logistycznej oraz na brzegu zbioru Mandelbrota. Na podstawie tych ściśle przeanalizowanych przykładów podejmiemy mniej formalną dyskusję nad tym, jak rozumieć tego typu rozbieżność – co właściwie się zaobserwuje badając odpowiedni model choćby numerycznie. Wreszcie przedstawimy hipotezy dotyczące zachowań układów znacznie bardziej skomplikowanych, o których niewiele ściśle wiadomo, ale za to wy wpływają bezpośrednio z modeli zjawisk naturalnych.

Bibliografia

- [1] H. Bruin, G. Keller, T. Nowicki, S. Van Strien, *Wild Cantor attractors exist*, Ann. Math. 143, 97–130 (1996)
- [2] J. Graczyk, G. Świątek, *Generic hyperbolicity in the logistic family*, Ann. of Math 146, 1–56 (1997)
- [3] J. Graczyk, G. Świątek, *Fine structure of connectedness loci*, Math. Ann., 369, 49–108 (2017)
- [4] M.-V. Jakobson, *Absolutely continuous invariant measures for one-parameter families of one-dimensional maps*, Comm. Math. Phys., 81, 39–88 (1981)

● [Początek sekcji](#)

Struktura liniowa i geometria podprzestrzeni i przestrzeni ilorazowych dla przestrzeni unormowanych dużego wymiaru

Nicole Tomczak-Jaegermann nicole.tomczak@ualberta.ca
University of Alberta, Kanada

Pośród dziedzin matematyki gdzie znaczący wpływ mieli polscy matematycy analiza funkcjonalna zajmuje znaczącą pozycję. W kontekście tej dziedziny można było zaobserwować w ostatnich latach znaczący wzrost liczby prac na temat ilościowych charakterystyk geometrycznych i liniowych właściwości skończenie wymiarowych obiektów gdzie wymiar dąży do nieskończoności. Ta teoria jest znana dzisiaj jako Asymptotyczna Analiza Geometryczna (w skrócie z angielskiego - AGA). AGA poprzez swoje ogólne założenia, metody i wpływy na spokrewnione dziedziny zazębia się z wieloma innymi działami matematyki; jak z analizą funkcjonalną, wypukłą i dyskretną geometrią, wieloma sekcjami rachunku prawdopodobieństwa, jak na przykład z teorią macierzy losowych i innymi. W tej prezentacji pokażemy AGA poprzez przykłady wyników i dowodów.

● [Początek sekcji](#)

Rozwiązywanie osobliwości rozmaitości algebraicznych i ich przekształceń

Jarosław Włodarczyk wlodarcz@purdue.edu
Purdue University, Stany Zjednoczone

Przedstawimy najnowsze wyniki z teorii rozwiązywania osobliwości rozmaitości i przekształceń. We wspólnej pracy wraz z Abramowichem i Temkinem dowodzimy istnienia rozwiązywania osobliwości rozmaitości w charakterystyce zero, które jest niezmiennicze ze względu na logarytmicznie gładkie przekształcenia. Te wyniki i metoda są następnie uogólnione w kolejnych pracach zawierających rozwiązywanie osobliwości morfizmów (przekształceń) rozmaitości. Metoda ta wymaga w szczególności użycia bardziej ogólnych centrów rozdmuchań. W najnowszej pracy jest ona zastosowana do dowodu rozwiązywania osobliwości rozmaitości przy pomocy gładkich centrów z wagami. Pozwala to na stosunkowo proste i efektywne rozwiązywanie osobliwości w charakterystyce zero.

Z drugiej strony łącząc funktorialne rozwiązywanie osobliwości rozmaitości logarytmicznych z metodą rozwiązywania osobliwości dwumianowych można udowodnić tak zwane częściowe rozwiązywanie osobliwości. Mając rozmaitość posiadającą osobliwości toroidalne na podzbiorze otwartym, w częściowym rozwiązaniu osobliwości poprawiamy osobliwości w uzupełnieniu tego zbioru tak żeby uzyskać rozmaitość z osobliwościami toroidalnymi tego samego typu jak na podzbiorze otwartym. Twierdzenie to pozwala, między innymi, budować toroidalne kompaktifikacje rozmaitości toroidalnych.

Bibliografia

- [1] J. Włodarczyk, *Simple Hironaka resolution in characteristic zero.*, J.Amer. Math. Soc., vol. 18, no 4, 779–822, 2005.
- [2] D. Abramovich, M. Temkin, and J. Włodarczyk, *Principalization of ideals on toroidal orbifolds* arXiv:1709.03185
- [3] J. Włodarczyk, *Desingularization except of log smooth locus. Toroidal compactification, preprint 2019.*
- [4] D. Abramovich, M. Temkin, M. and J. Włodarczyk: *Functorial embedded resolution via weighted blowings up*, preprint 2019, arXiv:1906.07106.

● Początek sekcji

Sterowalność ze znikającą energią

Jerzy Zabczyk J.Zabczyk@impan.pl

Instytut Matematyczny PAN

Przedmiotem wykładu są liniowe układy sterowane postaci

$$\frac{d}{dt}y(t) = Ay(t) + Bu(t), \quad y(0) = x \in E, \quad (1)$$

w których $A : E \rightarrow E$ i $B : U \rightarrow E$ są operatorami liniowymi, niekoniecznie ograniczonymi, a E i U przestrzeniami Hilberta. Należą do nich klasyczne układy skończone wymiarowe jak również sterowane układy paraboliczne i hiperboliczne.

Układ (1) jest *sterowalny do zera ze znikającą energią* (null controllable with vanishing energy (NCVE)), gdy dla dowolnego stanu początkowego x i dla dowolnego $\epsilon > 0$ istnieje liczba $T(\epsilon) > 0$ i funkcja $u : [0, T(\epsilon)] \rightarrow U$ taka, że dla rozwiązania y równania (1), stan końcowy $y(T(\epsilon)) = 0$ oraz

$$\int_0^{T(\epsilon)} |u(t)|^2 dt < \epsilon. \quad (2)$$

Podobnie, układ (1) jest *sterowalny ze znikającą energią* (controllable with vanishing energy (CVE)), gdy takie sterowania istnieją dla dowolnych stanów początkowych i końcowych.

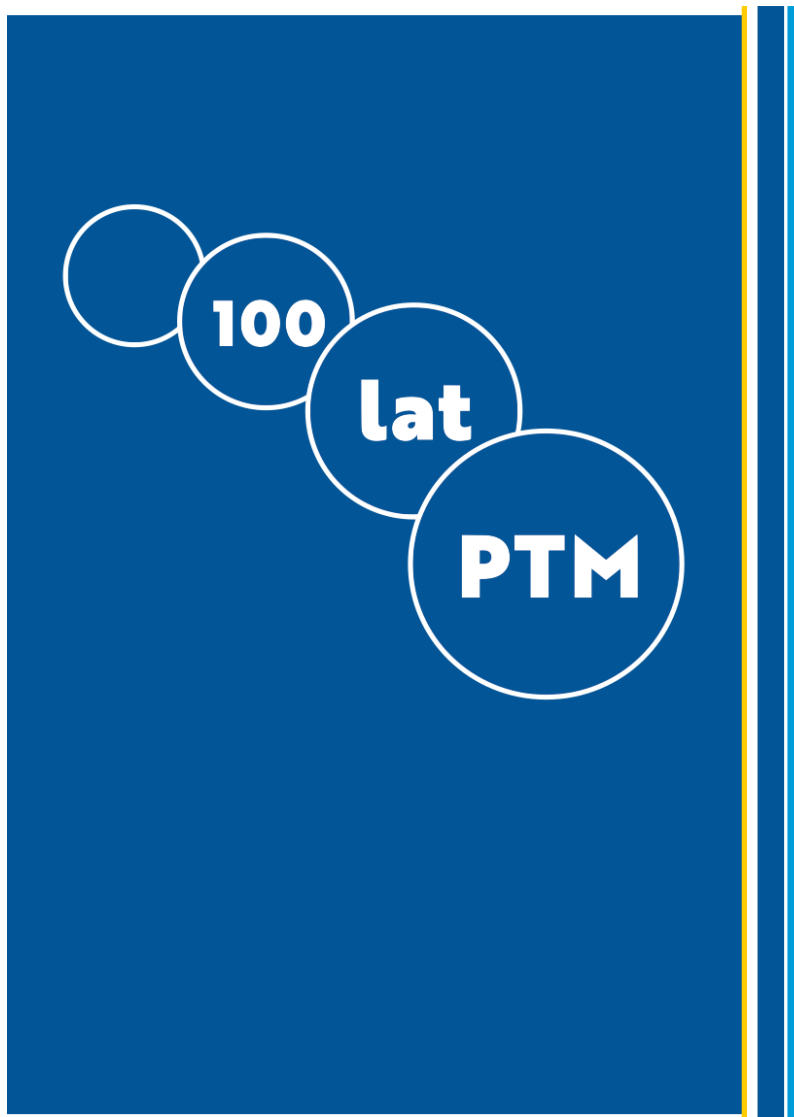
W wykładzie podamy różne charakteryzacje układów CVE i NCVE, (prace [1] i [4]) i związki tych charakteryzacji z zagadnieniem Liouville’a istnienia ograniczonych funkcji harmonicznych dla pewnej klasy operatorów hipoeliptycznych (praca [2]). Wyniki zilustrujemy zagadnieniem zmiany orbity pojazdu kosmicznego (praca [3])

Bibliografia

- [1] E. Priola and J. Zabczyk, *Null controllability with vanishing energy*, SIAM J. Control Optim 42 (2003), 1013–1032.
- [2] E. Priola and J. Zabczyk, *Liouville theorems for non-local operators*, J. Funct. Anal., 216 (2004), 455–490.

- [3] M. Shibata and A. Ichikawa, *Orbital rendezvous and flyaround based on null controllability with vanishing energy*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 30(2007), 934-945.
- [4] L. Pandolfi, E. Priola and J. Zabczyk, *Linear operator inequality and null controllability with vanishing energy for unbounded control systems*, SIAM J. Control Optim 51 (2013), 629-659.

● [Początek sekcji](#)



analiza funkcjonalna

patroni sesji

Stefan Banach, Stanisław Mazur, Aleksander Pełczyński



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Asymptotyczne własności losowych operatorów splotu na grupach skończonych

Radostaw Adamczak R.Adamczak@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Przedstawię niedawne wyniki dotyczące własności spektralnych operatorów splotu na grupach skończonych o rozmiarze dążącym do nieskończoności, zadanych przez funkcje losowe (o stochastycznie niezależnych, jednakowo rozłożonych zespolonych wartościach). Wykażę, że przy odpowiednich założeniach dot. struktury kowariancji rozkładu generującego, asymptotycznie miary empiryczne zadane przez wartości szczególne takich operatorów z prawdopodobieństwem dążącym do jeden są z dowolną dokładnością przybliżane przez mieszkankę średnich miar spektralnych macierzy losowych typu Laguerra z wagami zadanymi przez miarę Plancherela grupy. Dla zmiennych gaussowskich wykażę analogiczną aproksymację miar empirycznych zadanymi przez wartości własne przez mieszkankę średnich miar spektralnych macierzy Ginibre'a.

W szczególności dla ciągów grup, których miara Plancherela po rzutowaniu na liczby naturalne zbiega do delty Diraca w nieskończoności, rozważane miary empiryczne zbiegają wg prawdopodobieństwa do rozkładu Marchenki-Pastura (a w przypadku wartości własnych do rozkładu jednostajnego na kole jednostkowym), podobnie jak dla macierzy losowych o niezależnych współczynnikach. W tym przypadku (obejmującym m. in. ciąg grup symetrycznych oraz ciągi grup liniowych nad ciałami skończonymi) okazuje się, że rodziny niezależnych operatorów splotu są asymptotycznie wolne w sensie Voiculescu.

Dowody oparte są o połączenie elementarnej teorii reprezentacji grup skończonych z klasycznymi metodami teorii macierzy losowych i nierównościami koncentracyjnymi. Otrzymane wyniki są uogólnieniem na przypadek nieprzemienny twierdzenia uzyskanego dla grup abelowych przez Marka Meckesa.

W trakcie odczytu przedstawię także kilka problemów otwartych dotyczących losowych operatorów splotu, nawiązujących do klasycznej teorii macierzy losowych.

Bibliografia

- [1] R. Adamczak, *Random non-Abelian G -circulant matrices. Spectrum of random convolution operators on large finite groups*, preprint
- [2] M. Meckes, *The spectra of random Abelian G -circulant matrices*, ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat. 9 (2012), no. 2

Nierówność typu A. Markowa na pewnych zbiorach z ostrzami

Tomasz Beberok tomasz.beberok@urk.edu.pl

Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

W przypadku norm całkowych najlepszy ogólny i dokładny (jeśli chodzi o wykładnik) wynik dotyczący nierówności Markowa pochodzi od Pierra Goetghelucka (zob. [1]) i dotyczy przypadku obszarów ograniczonych z brzegiem Lipschitza, który nie może mieć ostrzy zerowych. Mimo upływu lat, dotychczas nie był znany przykład zbioru zwartego z ostrzami zerowymi, dla którego wykładnik Markowa w przestrzeni L^p ($1 \leq p < \infty$) z miarą Lebesgue'a jest wyznaczony. Celem referatu jest podanie takiego zbioru.

Bibliografia

- [1] P. Goetgheluck, *Markov's inequality on locally Lipschitzian compact subsets of R^N in L^p -spaces*, J. Approx. Theory 49: 303–310 (1987)

[● Początek sekcji](#)

Operator śladu na śnieżynce von Kocha

Krzysztof Kazaniecki krzysztof.kazaniecki@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Dla obszaru Ω z regularnym brzegiem E. Gagliardo wykazał, że operator śladu z przestrzeni $W_1^1(\Omega)$ jest surjekcją na przestrzeń $L^1(\partial\Omega)$. Pod koniec lat siedemdziesiątych J. Peetre wykazał, że nie istnieje prawy odwrotny do operatora śladu t.zn. nie istnieje liniowy i ograniczony operator $S : L^1(\partial\Omega) \rightarrow W_1^1(\Omega)$ taki, że $Tr \circ S = Id_{L^1(\partial\Omega)}$. W wspólnej pracy z M. Wojciechowskim badaliśmy własności operatora śladu dla obszaru będącego śnieżynką von Kocha. Wykazaliśmy, że operator śladu jest surjekcją na przestrzeń izomorficzną z przestrzenią Arensa-Eelsa. Co więcej udowodniliśmy, że w przypadku śnieżynki von Kocha istnieje prawy odwrotny do operatora śladu.

Bibliografia

- [1] E. Gagliardo, *Caratterizzazioni delle tracce sulla frontiera relative ad alcune classi di funzioni in n variabili*, Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova. 27: 284–305 (1957).
- [2] J. Peetre, *A counterexample connected with Gagliardo's trace theorem*, Commentationes Mathematicae. Special Issue.2: 277–282 (1979)
- [3] K. Kazaniecki, M. Wojciechowski, *Trace operator on von Koch's snowflake*, preprint, <https://arxiv.org/abs/1903.01100>, (2019)

[● Początek sekcji](#)

Pewne własności abstrakcyjnych funkcyjnych przestrzeni Cesàro

Tomasz Kiwerski tomasz.kiwerski@gmail.com

Uniwersytet Zielonogórski i Politechnika Poznańska

Niech $X = X(I)$ będzie funkcyjną przestrzenią Banacha złożoną z rzeczywistych funkcji mierzalnych w sensie Lebesgue'a na $I = [0, 1]$ lub $I = [0, \infty)$. Wtedy przez *abstrakcyjną funkcyjną przestrzeń Cesàro* $CX = CX(I)$ rozumiemy

$$CX := \{f \in L^0(I) : C|f| \in X\} \quad \text{z normą} \quad \|f\|_{CX} = \|C|f|\|_X,$$

gdzie C oznacza *operator Cesàro* (operator Hardy'ego) zdefiniowany jako

$$C : f \mapsto Cf(x) := \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt \quad \text{dla} \quad 0 < x \in I,$$

zob. [[1]], [[4]], [[5]] i [[6]]. W szczególności, biorąc $X = L^p$, gdzie $1 < p \leq \infty$, otrzymujemy klasyczne funkcyjne przestrzenie Cesàro Ces_p , którym poświęcono wiele prac, zob. [[2]] i [[3]] oraz odnośniki tam zawarte.

Leśnik i Maligranda postawili w pracy [[7], Remark 3] hipotezę, że abstrakcyjne funkcyjne przestrzenie Cesàro CX nigdy nie są przestrzeniami symetrycznymi a nawet nie mogą zostać przernormowane w taki sposób aby były symetryczne. Pod pewnym założeniem, które okaże się istotne, odpowiemy na to pytanie w sposób pozytywny. Ponadto, nasze rozważania obejmą także własność Dunforda–Pettisa i Radona–Nikodyma.

Referat ten bazuje na wspólnej pracy z Pawłem Kolwiczem i Lechem Maligrandą oraz z Jakubem Tomaszewskim.

Bibliografia

- [1] S. V. Astashkin, K. Leśnik and M. Maligranda, *Isomorphic structure of Cesàro and Tandori spaces*, *Canad. J. Math.* 71: 501–532 (2019).
- [2] S. V. Astashkin, L. Maligranda, *Structure of Cesàro function spaces*, *Indag. Math.* 20: 329–379 (2009).
- [3] S. V. Astashkin, L. Maligranda, *Structure of Cesàro function spaces: a survey*, *Banach Center Publ.* 102: 13–40 (2014).
- [4] G. P. Curbera, W. J. Ricker, *Abstract Cesàro spaces: integral representation*, *J. Math. Anal. Appl.* 441: 25–44 (2016).
- [5] O. Delgado, J. Soria, *Optimal domain for the Hardy operator*, *J. Funct. Anal.* 244: 119–133 (2007).
- [6] T. Kiwerski, J. Tomaszewski, *Local approach to order continuity in Cesàro function spaces*, *J. Math. Anal. Appl.* 455: 1636–1654 (2017).
- [7] K. Leśnik, M. Maligranda, *On abstract Cesàro spaces. I. Duality*, *J. Math. Anal. Appl.* 424: 932–951 (2015).

● [Początek sekcji](#)

Characterizing compactness via the Laplace transform

Mateusz Krukowski krukowski.mateusz13@gmail.com
Politechnika Łódzka

Characterization of compact families in function spaces is a topic that we encounter in virtually every course in functional analysis. Arzelà–Ascoli theorem describes the compact families in the space of continuous functions on a compact domain, while Fréchet–Kolmogorov theorem does the same in the space of functions, which are integrable with the p -th power. Furthermore, in 1985 Robert Pego explained the relation between compact families in $L^2(\mathbb{R})$ and the Fourier transform.

In the presentation, we will expand on the ideas of Robert Pego by incorporating the Laplace transform, which is a close relative of the Fourier transform. Inspired by the works of Przemysław Górką and Tomasz Kostrzewa, we will characterize the compact families (in a certain class of functions) via the Laplace transform.

References

- [1] A. Deitmar, *A First Course in Harmonic Analysis*, Springer-Verlag, New York, 2005.
- [2] A. Deitmar, S. Echterhoff, *Principles of Harmonic Analysis*, Springer, New York, 2009.
- [3] P. Górką, Pego theorem on locally compact abelian groups, *Journal of Algebra and Its Applications*, 14: (2014).
- [4] P. Górką, T. Kostrzewa, Pego everywhere, *Journal of Algebra and Its Applications*, 15: (2016).
- [5] P. Górką, H. Rafeiro, From Arzelà–Ascoli to Riesz–Kolmogorov, *Nonlinear Analysis*, 144: (2016).
- [6] H. Hanche-Olsen, H. Holden, The Kolmogorov–Riesz compactness theorem, *Expositiones Mathematicae*, 28: (2010).
- [7] H. Hanche-Olsen, H. Holden, E. Malinnikova, An improvement of the Kolmogorov–Riesz compactness theorem, *Expositiones Mathematicae*: (2018).
- [8] R. L. Pego, Compactness in L^2 and the Fourier transform, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 95: (1985).
- [9] J. L. Schiff, *The Laplace Transform. Theory and applications*, Springer-Verlag, New York, 1999.

● [Początek sekcji](#)

Transfunkcje

Piotr Mikusiński piotr.mikusinski@ucf.edu
University of Central Florida, USA

Przez transfunkcję $\Phi : (X, \Sigma_X) \rightarrow (Y, \Sigma_Y)$ rozumiemy odwzorowanie między przestrzeniami miar. Transfunkcje interpretujemy jako funkcje uogólnione z X do

Y. Interesuje nas analiza transfunkcji a także ich zastosowania. Jako przykłady zastosowań transfunkcji rozważamy dynamikę populacji i transport masy.

Bibliografia

- [1] P. Mikusiński, *Transfunctions*, arXiv:1507.03441.
- [2] J. Bentley and P. Mikusiński, *Localized Transfunctions*, International Journal of Applied Mathematics 31 (2018), 689–707.

[● Początek sekcji](#)

Iloczynny Hadamarda i normy p -sumujące

Piotr Nayar nayar@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Wykażemy, że dla $p \geq 2$ oraz dla dowolnego wektora losowego X w \mathbb{R}^n i dowolnego niepustego podzbioru $T \subseteq \mathbb{R}^n$ mamy

$$\left(\mathbb{E} \sup_{t \in T} |\langle t, X \rangle|^p \right)^{1/p} \leq 2\sqrt{e} \sqrt{\frac{n+p}{p}} \sup_{t \in T} (\mathbb{E} |\langle t, X \rangle|^p)^{1/p}.$$

Przedstawione zostanie również zastosowanie tego wyniku do teorii p -sumujących operatorów na skończone wymiarowych przestrzeniach Banacha. Praca wspólna z Rafałem Latałą.

Bibliografia

- [1] R. Latała, *On \mathcal{Z}_p -norms of random vectors*, Zapiski Naucznych Seminarów POMI 457: 211–225 (2017).
- [2] R. Latała, P. Nayar, *Hadamard products and moments of random vectors*, preprint (2019).

[● Początek sekcji](#)

The evanescent part of two-parametric weakly stationary stochastic process

Patryk Pagacz patryk.pagacz@gmail.com

Uniwersytet Jagielloński

We focus on application of recent geometrical decompositions of a pair of isometries to weakly stationary random fields. The classical result due to Helson and Lowdenslager divides a two-parametric weakly stationary stochastic process into three parts. In this talk we describe the most untouchable one - the evanescent part. Moreover, we will point how this part depends on the shape of the past and when it vanishes.

Bibliografia

- [1] Z. Burdak, M. Kosiek and M. Stociński, *Compatible pairs of commuting isometries*, Linear Algebra Appl., 479: 216–259 (2015).

- [2] C. Cuny, *On the prediction of vector-valued random fields and the spectral distribution of their evanescent component*, J. Multivariate Anal., 97: 1842–1869 (2006).
- [3] J.M. Francos, *7 Orthogonal Decompositions of 2D Random Fields and their Applications for 2D Spectral Estimation*, Handbook of Statistics, 10: 207–227 (1993).
- [4] H. Helson, D. Lowdenslager, *Prediction theory and Fourier series in several variables*, Acta Math. 99: 165–202 (1958).
- [5] I. Suciú, *On the semi-groups of isometries*, Stud. Math., 30: 101–110 (1968).

● [Początek sekcji](#)



Podprzestrzenie przestrzeni Bourgaina-Delbaena

Anna Pelczar-Barwacz anna.pelczar@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Konstrukcje typu Bourgaina-Delbaena przestrzeni predualnych do ℓ_1 zawierających kopii c_0 przyniosły rozwiązania długo otwartych problemów w geometrii przestrzeni Banacha. W szczególności podano przykład przestrzeni Banacha, na której każdy operator ograniczony jest postaci $\lambda Id + K$, gdzie λ jest skalarem, K – operatorem zwartym (S. Argyros, R. Haydon, 2011). Jak pokazały dalsze przykłady (S. Argyros, D. Freeman, R. Haydon, E. Odell, Th. Raikoftsalis, Th. Schlumprecht, D. Zisimopoulou, 2012) tak mała algebra operatorów przestrzeni nie wyklucza zawierania bardzo regularnych podprzestrzeni, jak np. kopii przestrzeni Hilberta ℓ_2 . W referacie podamy przykłady konstrukcji przestrzeni Bourgaina-Delbaena nasyconych podprzestrzeniami wybranych klas.

Bibliografia

- [1] S.A. Argyros, I. Gasparis and P. Motakis, *On the structure of separable \mathcal{L}_∞ - spaces*, Mathematika 62 (3), 685 – 700 (2016).
- [2] A. Manoussakis, A. Pelczar-Barwacz and M. Świątek, *An un- conditionally saturated Banach space with the scalar-plus-compact property*, J. Funct. Anal. 272 (12) 4944 – 4983 (2017).
- [3] M. Świątek, *Regular subspaces of a Bourgain-Delbaen space BmT* , arXiv:1709.06481.

● [Początek sekcji](#)



O problemie rotacji Banacha-Mazura

Beata Randrianantoanina randrib@muohio.edu

Miami University, Ohio, USA

Problem rotacji Banacha-Mazura postawiony w monografii Banacha pyta czy każda przestrzeń Banacha X , której grupa izometrii działa w sposób przechodni

na sferze jednostkowej S_X (tzn. dla każdej pary punktów $x, y \in S_X$ istnieje izometria T przestrzeni X na X , która przeprowadza punkt x do y) musi być izometryczna z ośrodkową przestrzenią Hilberta H ?

Mazur pokazał w 1932 roku, że odpowiedź jest pozytywna w przypadku przestrzeni skończenie wymiarowych, a Pełczyński i Rolewicz w 1962 roku udowodnili, że istnieją różne nieośrodkowe przestrzenie z przechodnią grupą izometrii. Dla przestrzeni ośrodkowych problem pozostaje otwarty pomimo intensywnych badań licznych matematyków przez ostatnie 87 lat.

W referacie przedstawię krótki zarys historii pracy nad problemem Banacha–Mazura oraz najnowsze wyniki autorki i S. Dilwortha, z których wynika, m.in., że dla każdego $p \neq 2$, $1 \leq p < \infty$, żadna przestrzeń ośrodkowa z (prawie) przechodnią grupą izometrii nie jest izomorficzna z ℓ_p , ani z żadną podprzestrzenią przestrzeni ilorazowej ℓ_p . Opiszę również pewne związane naturalne otwarte pytania.

Nasze metody opierają się na najnowszym rozwoju teorii przestrzeni Banacha ale nie są bardzo techniczne. Referat jest adresowany do wszystkich ze znajomością podstawowych pojęć przestrzeni Banacha.

Bibliografia

- [1] S. J. Dilworth, B. Randrianantoanina, *On an isomorphic Banach–Mazur rotation problem and maximal norms in Banach spaces*, J. Funct. Anal. 268: 1587–1611 (2015). [● Początek sekcji](#)

Interpolacja podprzestrzeni Hoeffdinga

Maciej Rzeszut mrzeszut@impan.pl
Polska Akademia Nauk

Klasyczna nierówność Johnsona–Schechtmana jest rozszerzeniem nierówności Rosenthala na $0 < p \leq 1$ i wyraża p -ty moment sumy niezależnych nieujemnych zmiennych losowych w terminach odpowiedniej normy Orlicza ich sumy rozłącznej. Udowodnimy jej dwa uogólnienia: wersję ważoną oraz wersję dla U -statystyk.

Podprzestrzenie Hoeffdinga $U_m^p \subset L^p(\mathbb{T}^{\mathbb{N}})$ są rozpięte przez funkcje zależne od co najwyżej m zmiennych. Pokażemy, że drugi z powyższych wyników tłumaczy się na fakt, że dla $1 \leq p \leq 2$ norma w U_m^p jest równoważna z odpowiednią sumą interpolacyjną norm typu $L^p(L^2)$. Stąd uzyskamy pewne własności interpolacyjne przestrzeni $U_m^p(\ell^q)$, z których w szczególności wynika, że L^1/U_m^1 ma koty 2.

[● Początek sekcji](#)

Operatory sprzężenia na przestrzeni $L^2(\mathbb{T})$ zachowujące S -niezmiennicze podprzestrzenie przestrzeni H^2

Bartosz Łanucha bartosz.lanucha@poczta.umcs.lublin.pl

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

Operatorem sprzężenia na przestrzeni Hilberta \mathcal{H} nazywamy każdą antyli-niową izometrię $C : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ o tej własności, że $C^2 = I_{\mathcal{H}}$.

Interesować nas tutaj będą operatory sprzężenia C na przestrzeni $L^2(\mathbb{T})$ funkcji, których moduł jest całkowalny z kwadratem na okręgu jednostkowym $\mathbb{T} = \{z : |z| = 1\}$. Niech M_z oznacza operator mnożenia przez z na $L^2(\mathbb{T})$ oraz niech S oznacza operator przesunięcia na przestrzeni Hardy'ego H^2 , tzn. $S = M_z|_{H^2}$.

W pracach [1] i [2] podano między innymi charakteryzację tych operatorów sprzężenia C na przestrzeni $L^2(\mathbb{T})$, dla których $CM_z = M_zC$ ([1]) albo $CM_z = M_zC$ ([2]). Tutaj opiszemy operatory sprzężenia na $L^2(\mathbb{T})$ spełniające jedną z tych równości oraz zachowujące podprzestrzenie niezmiennicze operatora przesunięcia S , a więc podprzestrzenie postaci αH^2 , gdzie α jest funkcją wewnętrzną.

Prezentowane wyniki uzyskane zostały wspólnie z M. C. Câmara, K. Kliś-Garlicką i M. Ptakiem.

Bibliografia

- [1] M. C. Câmara, K. Kliś-Garlicka and M. Ptak, *Asymmetric truncated Toeplitz operators and conjugations*, Filomat, to appear.
- [2] M. C. Câmara, K. Kliś-Garlicka, B. Łanucha and M. Ptak, *Conjugations in L^2 and their invariants*, preprint.

● [Początek sekcji](#)

Charakteryzacje asymetrycznych obciętych operatorów Toeplitza i Hankela

Małgorzata Michalska malgorzata.michalska@poczta.umcs.lublin.pl

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

Niech $L^2(\mathbb{T})$ oznacza przestrzeń funkcji, których moduł jest całkowalny z kwadratem na okręgu jednostkowym $\mathbb{T} = \{z : |z| = 1\}$ i niech H^2 oznacza przestrzeń Hardy'ego składającą się z tych funkcji należących do $L^2(\mathbb{T})$, których współczynniki Fouriera o ujemnych indeksach są równe zero. Dla funkcji wewnętrznej α (tzn. $\alpha \in H^\infty$, $|\alpha| = 1$ p.w. na \mathbb{T}) niech $K_\alpha = H^2 \ominus \alpha H^2$ (tzw. przestrzeń modelowa) i niech P_α oznacza rzut ortogonalny z $L^2(\mathbb{T})$ na K_α .

Niech teraz α i β będą dwiema funkcjami wewnętrznymi. Asymetryczny obcięty operator Toeplitza z symbolem $\psi \in L^2(\mathbb{T})$ zdefiniowany jest na gęstym

podzbiórze $K_\alpha \cap H^\infty$ przestrzeni modelowej K_α wzorem

$$A_\psi^{\alpha,\beta} f = P_\beta(\psi f), \quad f \in K_\alpha \cap H^\infty,$$

natomiast asymetryczny obcięty operator Hankela z symbolem $\psi \in L^2(\mathbb{T})$ określony jest wzorem

$$B_\psi^{\alpha,\beta} f = P_\beta J(I - P)(\psi f), \quad f \in K_\alpha \cap H^\infty,$$

gdzie $J(z) = \bar{z}f(\bar{z})$ dla $z \in \mathbb{T}$, a P oznacza rzut ortogonalny z $L^2(\mathbb{T})$ na H^2 . Operator $A_\psi^\alpha = A_\psi^{\alpha,\alpha}$ nazywa się obcięty operator Toeplitza, a operator $B_\psi^\alpha = B_\psi^{\alpha,\alpha}$ - obcięty operator Hankela.

W pracy [4] D. Sarason podał charakteryzację obciętych operatorów Toeplitza za pomocą operatorów A_z^α i pewnych operatorów rzędu 2 specjalnego typu. Przedstawimy tutaj analogiczne charakteryzacje dla obciętych asymetrycznych operatorów Toeplitza za pomocą operatorów A_z^α, A_z^β i operatorów rzędu 2 ([1, 3]). Pokażemy też związek między asymetrycznymi obciętymi operatorami Toeplitza a asymetrycznymi obciętymi operatorami Hankela i za jego pomocą uogólnimy wyniki dotyczące charakteryzacji obciętych operatorów Hankela ([2]) na asymetryczne obcięte operatory Toeplitza ([3]).

Prezentowane wyniki uzyskane zostały wspólnie z C. Gu i B. Łanuchą.

Bibliografia

- [1] C. Câmara, J. Jurasik, K. Kliś-Garlicka, M. Ptak, *Characterizations of asymmetric truncated Toeplitz operators*, Banach J. Math. Anal. 11 (2017), no. 4, 899–922.
- [2] C. Gu, *Algebraic properties of truncated Hankel operators*, preprint.
- [3] C. Gu, B. Łanucha, M. Michalska, *Characterizations of asymmetric truncated Toeplitz and Hankel operators*, Complex Anal. Oper. Theory 13 (2019), no. 3, 673–684.
- [4] D. Sarason, *Algebraic properties of truncated Toeplitz operators*, Operators and Matrices 1 (2007), no. 4, 491–526.

[● Początek sekcji](#)

Canonical commutation relation, traces and affiliated operators

Adam Wegert a_wegert@o2.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

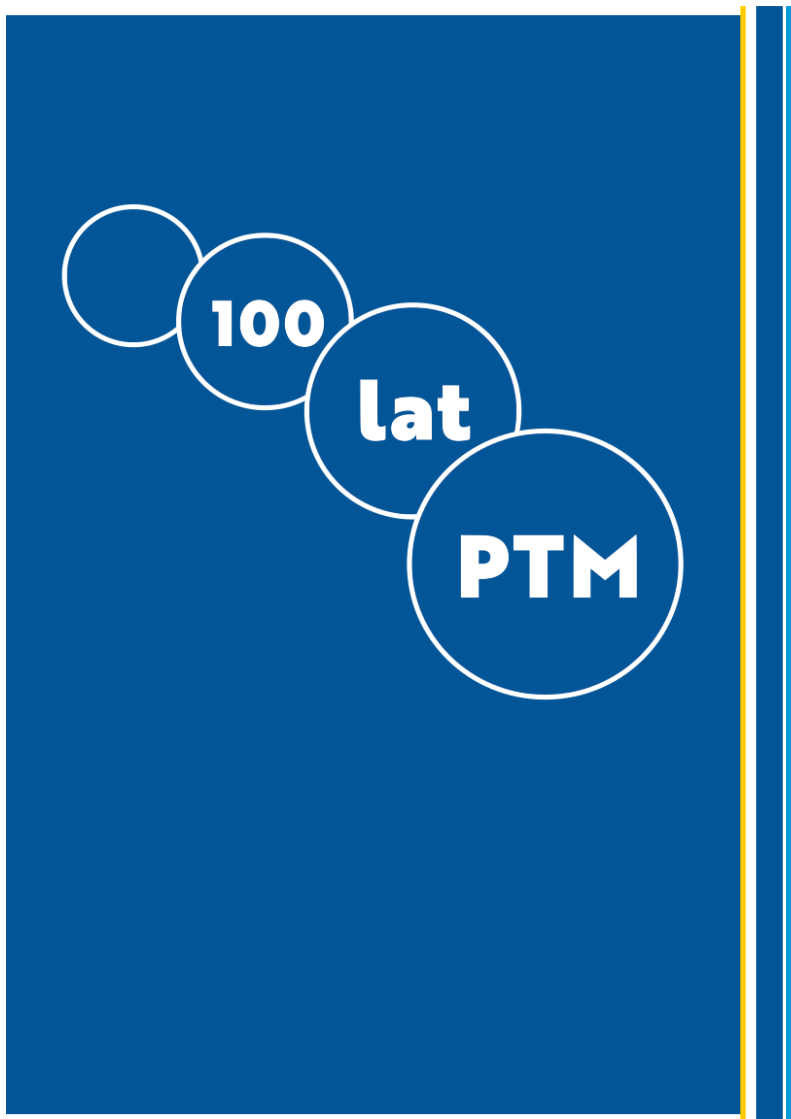
The relation $AB - BA = 1$ has its roots in quantum mechanics and is related to the so called Heisenberg uncertainty principle. It is well known that this relation can not hold in any normed algebra. For the algebra of matrices it can be shown easily by applying the trace to both sides of the equality. However one can find *unbounded* operators satisfying this relation. It is natural to ask whether A and B may be chosen to lie in some reasonable algebra. The appropriate notion of such algebra goes back to the work of Murray and von Neumann: this is the so

called algebra of operators affiliated with a finite von Neumann algebra. Several years ago it was proven in [1] that it is impossible to realize A, B as operators lying in the algebra of operators affiliated with a finite von Neumann algebra. One can wonder whether it is possible to prove this using the suitable defined trace on such an algebra. We will construct such trace for the case of type I von Neumann algebra and explain what happens in the type II_1 case. This is joint work with P. Niemiec [2].

References

- [1] Z. Liu, *On some mathematical aspects of the Heisenberg relation*, Sci. China **54** (2011), 2427–2452.
- [2] P. Niemiec, A. Wegert, *Algebra of operators affiliated with the finite type I von Neumann algebra* Univ. Iagel. Acta Math. **53** (2016), 39–57.

● [Początek sekcji](#)



analiza harmoniczna

patroni sesji

Józef Marcinkiewicz Aleksander Rajchman Antoni Zygmund



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Otwarte problemy w teorii falek

Marcin Bownik mownik@uoregon.edu

Department of Mathematics, University of Oregon, USA

Współautor: Ziemowit Rzeszotnik,

zioma@math.uni.wroc.pl, Uniwersytet Wrocławski

Celem wykładu jest popularyzacja łatwo formułowanych problemów w teorii falek i omówienie ich aktualnego statusu. Jeden z takich problemów postawiony został przez Larsona [2] i dotyczy falek o minimalnym nośniku transformaty Fouriera. Pokażemy pozytywną odpowiedź na ten problem dla falek typu MRA, które pochodzą od analizy wielopoziomowej. Wykład oparty jest na wspólnej pracy autorów [1].

- [1] M. Bownik, Z. Rzeszotnik, *Open problems in wavelet theory*, Ronald G. Douglas Memorial Volume, Operator Theory: Advances and Applications, Birkhäuser (to appear).
- [2] D. R. Larson, *Unitary Systems and Wavelet Sets*, Wavelet analysis and applications, 143–171, Appl. Numer. Harmon. Anal., Birkhäuser, Basel, 2007.

● [Początek sekcji](#)

Absolutna ciągłość rozkładów spełniających pewne równania gładzące

Ewa Damek edamek@math.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Zaprezentujemy jak transformata Fouriera może być użyta do pokazania istnienia gęstości dla pewnych rozkładów. Rozważymy dwie interesujące sytuacje. Probabilistyczne aspekty problemu będą wytłumaczone bardzo elementarnie, skoncentrujemy się na aspektach analitycznych.

Założmy, że dana jest para T_1, T_2 zmiennych losowych o wartościach zespolonych. Niech X będzie zmienną losową o wartościach zespolonych taką, że

$$X \stackrel{d}{=} T_1 X_1 + T_2 X_2$$

mają te same rozkłady, gdzie X_1, X_2 są niezależnymi kopiami X -a i ponadto niezależnymi od (T_1, T_2) . Pokażemy, że przy naturalnych założeniach rozkład zmiennej X ma gęstość. Wynik, wspólny z Sebastianem Mentemeierem, obejmuje w szczególności tzw. martyngał Biggins'a z parametrem zespolonym.

Drugi przykład dotyczy nadkrytycznego procesu gałązkowego Z_n . Definiujemy go następująco. $Z_0 = 1$ i

$$Z_n = \zeta_1^{(n)} + \dots + \zeta_{Z_{n-1}}^{(n)},$$

gdzie $\zeta_1^{(n)}, \dots, \zeta_{Z_{n-1}}^{(n)}$ są niezależne, równo rozłożone o losowo wybranym rozkładzie. Z_n jest uogólnieniem klasycznego procesu Galtona-Watsona. Ciąg zmiennych Z_n

znormalizowanych przez swoją średnią zbiega prawie wszędzie do zmiennej losowej. Pokażemy, że za wyjątkiem ewentualnego atomu w zerze, rozkład zmiennej W is absolutnie ciągły. Jest to wspólny wynik z Niną Gantert i Konradem Kolesko.

- [1] E. Damek, S. Mentemeier, *Absolute Continuity of Complex Martingales and of Solutions to Complex Smoothing Equations*, *Electronic Communications in Probability*, 23 paper 60, 2018.
- [2] E. Damek, N. Gantert, K. Kolesko, *Absolute continuity of the martingale limit in branching processes in random environment*, *Electronic Communications in Probability*, przyjęta.

● [Początek sekcji](#)

Smooth orthogonal decomposition of identity and Parseval frames on Riemannian manifold

Karol Dziedziul karol.dziedziul@pg.edu.pl
Uniwersytet Gdański

Joint work with Marcin Bownik, Anna Kamont

I will present a concept of smooth orthogonal decomposition of identity in $L^2(M)$ subordinate to an open cover \mathcal{U} of a connected Riemannian manifold M introduced in [1].

Next I show how to construct Parseval frame on a smooth connected Riemannian manifold (without boundary). On compact manifold such frames characterize Biesov and Triebel–Lizorkin spaces.

Another systems which characterize Biesov and Triebel–Lizorkin spaces on compact manifolds: spline basis [2] and space frequency concentrated frames [3] (also for non-compact manifold). Using Ciesielski–Figiel decomposition of manifolds [2] Triebel and his school introduced u-wavelet basis.

References

- [1] M. Bownik, K. Dziedziul and A. Kamont, *Smooth orthogonal projections on Riemannian manifold*, (2018), arXiv:1803.03634.
- [2] Z. Ciesielski, T. Figiel, *Spline approximation and Besov spaces on compact manifolds*, *Studia Math.* 75 (1982), no. 1, 13–36.
- [3] H. Feichtinger, H. Führ, I. Pesenson, *Geometric space-frequency analysis on manifolds*, *J. Fourier Anal. Appl.* 22 no. 6 (2016), 1294–1355.

● [Początek sekcji](#)

On semigroups associated with the Dunkl operators

Agnieszka Hejna agnieszka.hejna@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

Dunkl theory is a generalization of Fourier analysis and special function theory related to root systems and reflections groups. The Dunkl operators T_j , which were introduced by C. F. Dunkl in 1989, are deformations of directional derivatives by difference operators related to the reflection group. We shall discuss the semigroups associated with T_j i.e. by the Dunkl Laplacian $\Delta = \sum_{j=1}^N T_j^2$, which will be our starting point. We will study the behaviour of Dunkl heat kernel $h_t(x, y)$ and provide the estimates in a spirit of analysis on spaces of homogeneous type, expressed in term of Euclidean metric and the orbit distance. Then, we will see how to use the estimates of $h_t(x, y)$ to prove the boundedness of some operators and to prove the estimates for the kernels of operators associated with the other semigroups i.e. the Dunkl Poisson semigroup generated by $\sqrt{\Delta}$. In the one-dimensional case and in the product case the kernels of some operators can be expressed explicitly in terms of classical special functions. In the general case considered in this talk, no such information is available. We will discuss the main differences between the classical and the rational Dunkl setting and provide some methods how to omit difficulties which are caused by the lack of knowledge on some basic objects in the Dunkl theory (i.e. the boundedness of the Dunkl translations on $L^p(dw)$ for $p \neq 2$).

This talk is based on the joint articles with J-Ph. Anker and J. Dziubański.

References

- [1] J.-Ph. Anker, J. Dziubański, A. Hejna, *Harmonic functions, conjugate harmonic functions and the Hardy space H^1 in the rational Dunkl setting*, to appear in J. Fourier Anal. Appl.
- [2] J. Dziubański, A. Hejna, *Remark on atomic decompositions for Hardy space H^1 in the rational Dunkl setting*, to appear in Studia Math.
- [3] J. Dziubański and A. Hejna, *Hörmander's multiplier theorem for the Dunkl transform*, to appear in JFA.
- [4] J. Dziubański and A. Hejna, *On semigroups generated by sums of even powers of Dunkl operators*, arxiv.

● [Początek sekcji](#)

Lokalny atomowy rozkład przestrzeni Hardy'ego

Edyta Kania edyta.kania@uwr.edu.pl
Uniwersytet Wrocławski

Referat na podstawie wspólnej pracy z Pawłem Plewą (Politechnika Wrocławska) oraz Marcinem Preisnerem (Uniwersytet Wrocławski).

Rozważmy nieujemny i samosprężony operator L na $L^2(X)$, gdzie $X \subseteq \mathbb{R}^d$.

Pokazujemy atomowy rozkład przestrzeni Hardy'ego

$$H^1(L) = \left\{ f \in L^1(X) : \sup_{t>0} \exp(-tL)f_{L^1(X)} < \infty \right\}.$$

Formułujemy proste założenia, przy których przestrzeń Hardy'ego $H^1(L)$ jest scharakteryzowana przez atomy, będące klasycznymi atomami na $X \subset \mathbb{R}^d$ bądź lokalnymi atomami postaci $|Q|^{-1}\chi_Q$, gdzie $Q \subset X$ jest kostką. Naszym głównym celem jest rozważanie wielowymiarowych operatorów związanych z rozwinięciami ortogonalnymi. Dowodzimy, że jeśli dwa operatory L_1, L_2 spełniają założenia naszego twierdzenia, to wówczas ich suma $L_1 + L_2$ również je spełnia. Jako wniosek otrzymujemy atomowy rozkład przestrzeni Hardy'ego dla wielowymiarowych operatorów Bessela, Laguerra oraz Schrödingera.

Ponadto, przy tych samych założeniach charakteryzujemy przestrzeń $H^1(L)$ przez operator maksymalny związany z półgrupą subordynacji $\exp(-tL^\nu)$, gdzie $\nu \in (0, 1)$.

● [Początek sekcji](#)

Zastosowanie zawagowanych oszacowań w teorii regularności rozwiązań problemów Cauchy'ego

Sebastian Król sebastian.krol@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Przedstawimy dowód zawagowanych oszacowań dla operatorów całkowych z jądrami spełniającym osłabione warunki Diniego. Klasa dopuszczalnych wag w tych oszacowaniach zawiera wagi Muckenhoupta, jak również wagi spełniające jednostronny warunek Sawyera. Otrzymane oszacowania zastosujemy do badania maksymalnej regularności rozwiązań problemów Cauchy'ego pierwszego i drugiego rzędu. Wyniki te stanowią istotne rozwinięcie wcześniejszych wyników otrzymanych przez Prüssa&Simonett, Auschera&Axelssona oraz Chilla&Fiorenzę.

Bibliografia

- [1] R. Chill, S. Król, *Weighted inequalities for singular integral operators on the half-line*, *Studia Mathematica* 243 (2018), 171–206.
- [2] R. Chill, S. Król, *Real interpolation with weighted rearrangement invariant Banach function spaces*, *J. Evol. Equ.* 17 (2017), 173–195.
- [3] R. Chill, S. Król, *Extrapolation of L^p maximal regularity for second order Cauchy problems*, *Banach Center Publications* 112 (2017), 33–52.

● [Początek sekcji](#)

O minimalności rozszerzeń typu Fouriera

Grzegorz Lewicki Grzegorz.Lewicki@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Niech π_k oznacza przestrzeń wielomianów trygonometrycznych stopnia co najwyżej k , a $C_0(2\pi)$ przestrzeń rzeczywistych funkcji ciągłych o okresie 2π . Klasyczny rezultat Łozińskiego mówi że projekcja Fouriera $F_k : C_0(2\pi) \rightarrow \pi_k$ zdefiniowana wzorem

$$(F_k f)t = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} f(s)D_k(t-s)ds,$$

gdzie $D_k t = \sum_{j=-k}^k e^{ijt}$ ma minimalną normę operatorową w zbiorze wszystkich projekcji liniowych z $C_0(2\pi)$ do π_k (zob [5]). Ponadto w pracy [1] wykazano że F_k jest jedyną projekcją o tej własności.

Podczas referatu zostaną zaprezentowane rezultaty dotyczące analogicznej problematyki dla pewnych uogólnień projekcji Fouriera F_k .

Literatura

- [1] E. W. Cheney, C.R. Hobby, P.D. Morris, F. Schurer and D.E. Wulbert, *On the minimal property of the Fourier projection*, Trans. Amer. Math. Soc. 143, (1969), 249–258.
- [2] Lewicki, Grzegorz *On the unique minimality of the Fourier-type extensions in L^1 -space*, Function spaces (Poznań, 1998), 337–345, Lecture Notes in Pure and Appl. Math., 213, Dekker, New York, 2000.
- [3] Lewicki, Grzegorz; Marino, Giuseppe; Pietramala, Paolamaria, *Fourier-type minimal extensions in real L^1 -space*, Rocky Mountain J. Math. 30 (2000), no. 3, 1025–1037.
- [4] Lewicki, Grzegorz; Micek, Agnieszka, *Uniqueness of minimal Fourier-type extensions in L^1 -spaces*, Monatsh. Math. 170: (2013), no. 2, 161–178.
- [5] S.M. Lozinski, *On a class of linear operators*, Dokl. Akad. Nauk SSSR, (61), (1948), 193–196.

● [Początek sekcji](#)

Oszacowania jądra potencjału dla niezmienniczego laplasjanu Dunkla

Tomasz Luks tluks@math.uni-paderborn.de
Paderborn University

Operatory Dunkla uogólniają zwykłe pochodne cząstkowe poprzez odbicia generowane przez zadany system pierwiastków. W ostatnich latach zaczęły one odgrywać dość istotną rolę w rozwoju analizy harmonicznej i badaniu funkcji specjalnych. Laplasjan Dunkla to operator, który w powyższym kontekście w naturalny sposób uogólnia klasyczny operator Laplace’a, natomiast jego niezmienniczy odpowiednik otrzymuje się poprzez symetryzację względem grupy odbić.

Uzyskanie dokładnych obustronnych oszacowań jądra potencjału (rozwiązania fundamentalnego) dla laplasjanu Dunkla to zadanie trudne i jak dotąd wykonane jedynie dla systemu generowanego przez jeden pierwiastek. W niniejszym referacie zaprezentuję wyniki o oszacowaniach jądra potencjału dla niezmienniczego laplasjanu Dunkla w przypadku systemu pierwiastków A_n . Metody dowodowe opierają się na zastosowaniu tzw. sum alternowanych. Wyniki zostały uzyskane wspólnie z Piotrem Graczykiem (University of Angers) i Patrice'em Sawyer'em (Laurentian University).

Literatura

- [1] C.F. Dunkl, *Differential-difference operators associated to reflection groups*, Trans. Amer. Math. Soc. 311: 167–183 (1989).
- [2] M. Rösler, *Dunkl operators: Theory and applications* In: Orthogonal polynomials and special functions, Leuven 2002, Springer Lecture Notes in Math. 1817: 93–135 (2003).

● [Początek sekcji](#)

Pizzetti's formulas and heat type equations

Grzegorz Łysik glysik@ujk.edu.pl

Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach

After introducing integral means over spheres and balls we recall the Pizzetti formulas for real analytic functions. Next we derive a characterization of real analytic functions in terms of integral means. The characterization justifies introduction of a definition of analytic functions on metric measure spaces. We also give applications of the Pizzetti formulas to the study of convergence and Borel summability of formal solutions to the classical heat equation.

In the second part we introduce integral mean value functions which are averages of integral means over spheres or balls and over their images under the action of a discrete group of complex rotations. In the case of real analytic functions we derive higher order Pizzetti's formulas. As applications we get:

- a maximum principle for polyharmonic functions;
- a characterization of functions of Laplacian growth;
- a characterization of convergent solutions to the initial value problem for higher order heat type equations;
- a Dirichlet type problem for polyharmonic functions.

References

- [1] G. Łysik, *Higher order Pizzetti's formulas*, Rend. Lincei Math. Appl. 27: 105–115 (2016).
- [2] G. Łysik, *A characterization of real analytic functions*, Ann. Acad. Sci. Fenn., Math. 43: 475–482 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Przestrzenie Hardy'ego i funkcje harmoniczne

Marcin Preisner marcin.preisner@uwr.edu.pl

Uniwersytet Wrocławski & Macquarie University

Niech L będzie nieujemnym i samosprężonym operatorem na $L^2(X, \mu)$, a $T_t = \exp(-tL)$ będzie półgrupą generowaną przez ten operator. Przestrzeń Hardy'ego $H^1(L)$ jest zdefiniowana przez normę:

$$\|f\|_{H^1(L)} = \int_X \sup_{t>0} |T_t f(x)| d\mu(x).$$

Przestrzeń $H^1(L) \subseteq L^1(X, \mu)$ (jako zamiennik $L^1(X, \mu)$) gra w analizie harmonicznej jedną z kluczowych ról i jest związana z: operatorami maksymalnymi, operatorami całek singularnych, operatorami mnożnikowymi, przestrzeniami BMO, oraz wieloma innymi obiektami.

W referacie omówię nowe wyniki dotyczące charakteryzacji $H^1(L)$. Zakładamy, że L jest związany z pewną funkcją harmoniczną $h(x)$ (niekoniecznie ograniczoną) spełniającą dla $t > 0$ i p.w. $x \in X$ równość:

$$T_t h(x) = h(x).$$

Przy odpowiednich założeniach na T_t i $h(x)$ pokażę, że przestrzeń $H^1(L)$ może być opisana przez rozkłady atomowe, gdzie atomy są związane z $h(x)$.

Zaskakująco, ten rezultat daje nowy opis $H^1(L)$ nawet dla klasycznego Laplasjanu Dirichleta na $(0, \infty)$, a także dla wielu innych operatorów (Laplasjany Dirichleta i Neumana na pewnych podzbiorach \mathbb{R}^d , operatory Schrödingera, operatory Bessela).

Referat opiera się na wynikach uzyskanych wspólnie z Adamem Sikorą i Lixin Yan.

● [Początek sekcji](#)

Resonances of the Laplace-Beltrami operator on a symmetric space of non-compact type and geometry of hyperplane arrangements in a complex sphere

Tomasz Przebinda tprzebinda@gmail.com

University of Oklahoma, Norman, OK 73072, USA

The resonances, mentioned in the title are poles of a meromorphic extension of the resolvent of the Laplacian, when its domain is restricted from the Hilbert space of the square integrable functions on the symmetric space to the space of compactly supported smooth functions. The corresponding residues yield irreducible admissible spherical representations of the group of the isometries of the symmetric space.

The Helgason Fourier transform provides an expression for the resolvent in terms of an integral over the unit sphere in a real Euclidean space of dimension

equal to the rank of the symmetric space. The problem of finding the desired meromorphic extension leads to the problem of deforming that sphere within its complexification while avoiding the hyperplanes defined by the singularities of the Harish-Chandra c -function. (In the classical analysis this is equivalent to the standard procedure of a deforming the contour of integration on the complex plane avoiding a finite number of points.)

The theory of resonances on a symmetric space of non-compact type is far from completion. Even the existence of the resonances is not known in general. We shall explain the underlying geometry in the case when the rank of the symmetric space is 3.

The talk is based on ongoing works with Joachim Hilgert (Universität Paderborn, Germany) and Angela Pasquale (Université de Lorraine ? Metz, France).

References

- [1] M. Zworski, *Mathematical study of scattering resonances*, Bull. Math. Sci.(2017) 7:1-185.

● [Początek sekcji](#)

Oszacowania dla operatorów maksymalnych w przestrzeniach Lorentza

Mateusz Rapicki mateusz.rapicki@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Współautor: Adam Osękowski

Diadyczny operator maksymalny dany jest wzorem

$$\mathcal{M}_d \phi(x) = \sup \left\{ \frac{1}{|Q|} \int_Q |\phi(u)| du : x \in Q, Q \in \mathcal{D} \right\},$$

gdzie \mathcal{D} to rodzina kostek diadycznych w \mathbb{R}^n . Referat będzie dotyczył nierówności z optymalną stałą dla tego operatora rozumianego jako operator z przestrzeni Lorentza L^{p,q_1} w L^{p,q_2} dla $1 < p \leq q_1 < q_2 < \infty$. Dowód opiera się na konstrukcji odpowiedniej funkcji specjalnej. Przedstawione wyniki zostały uzyskane wspólnie z Adamem Osękowskim.

Bibliografia

- [1] A. Osękowski and M. Rapicki, *Sharp Lorentz-norm estimates for dyadic-like maximal operators*, in preparation.

● [Początek sekcji](#)

O pewnych własnościach funkcji multi-radialnych

Leszek Skrzypczak lskrzyp@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

W latach 70-tych ubiegłego wieku W. Strauss zaobserwował, że funkcje radialne należące do klas Sobolewa mają ograniczoną singularność w zerze i znikają w nieskończoności z określoną szybkością. Właściwości te opisuje nierówność zwana dzisiaj nierównością Straussa. Konsekwencją tej nierówności jest zwartość włożeń niejednorodnych przestrzeni Sobolewa złożeń z funkcji radialnych, co okazało się istotne dla nieliniowych równań cząstkowych

W referacie przedstawimy podobną teorię dla funkcji multi-radialnych.

Bibliografia

- [1] A. Duta and L. Skrzypczak, *Some properties of block-radial functions and Schrödinger type operators with block-radial potentials*, Journal of Complexity, 53: 1–22 (2019).
- [2] L. Skrzypczak *Rotation invariant subspaces of Besov and Triebel–Lizorkin space: compactness of embeddings, smoothness and decay properties*, Revista Mat. Iberoamericana. 18:267–299 (2002).
- [3] L. Skrzypczak and C. Tintarev, *Pointwise Estimates for Block-Radial Functions of Sobolev Classes*, J. Fourier Anal. App., 25: 321–344 (2019).
- [4] W. Strauss *Existence of solitary waves in higher dimensions*, Comm. Math. Phys. 55: 149–162 (1977).

● [Początek sekcji](#)

Jednoznaczność układu Franklina - problemy Gevorkyana

Zygmunt Wronicz wronicz@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

W 1870 r. G. Cantor udowodnił w [1] następujące twierdzenie: Jeżeli

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N c_n e^{inx} = 0$$

dla każdego $x \in \mathbb{R}$, gdzie $c_{-n} = \bar{c}_n$ ($n \in \mathbb{Z}$), to wszystkie współczynniki c_n są równe zero. Stosując metodę ortonormalizacji Grama–Schmidta do układu Schaudera, Ph. Franklin [2] otrzymał ortonormalny układ funkcji łamanych o węzłach w punktach dwójkowych. Układ ten jest bazą Schaudera w przestrzeniach $C[0, 1]$ i $L^2[0, 1]$. W 2004 r. G. Gevorkyan [3] postawił problem, czy twierdzenie Cantora zachodzi dla układu Franklina. Rozwiązał go w 2015 r. w [4]. W 2015 r. w [5] autor udowodnił, że istnieje niezerowy szereg Franklina mający podciąg sum częściowych zbieżny do zera w przedziale $[0, 1]$. W [4] G. Gevorkyan postawił problem, czy dla szeregu Franklina $\sum_{n=0}^{\infty} a_n f_n$ podanego w [5] do jednoznaczności wystarczy zbieżność do zera w przedziale $[0, 1]$ jego podciągu sum częściowych s_{2^n} przy warunku $a_n = o(\sqrt{n})$. Celem referatu jest pozytywne rozwiązanie tego problemu.

Bibliografia

- [1] G. Cantor, *Über einen Trigonometrischen Reihen betreffenden Lehrsatz*, Crelles J. für Math. 72 : 130–138 (1870)

- [2] Ph. Franklin, *A set of continuous orthogonal functions*, Math. Ann. 100: 522–529 (1928).
- [3] G.G. Gevorkyan, *Ciesielski and Franklin systems*, w: Approximation and Probability, Banach Center Publ. 72: 85–92 (2006).
- [4] G.G. Gevorkyan, *On the iniqueness of series in the Franklin system*, Sbornik: Mathematics 207: 1650–1673 (2016).
- [5] Z. Wronicz, *On a problem of Gevorkyan for the Franklin system*, Opuscula Math. 36: 681–687 (2016).

● [Początek sekcji](#)

Dimension-free estimates for maximal functions over convex bodies; from the continuous to a discrete setting

Błażej Wróbel blazej.wrobel@math.uni.wroc.pl

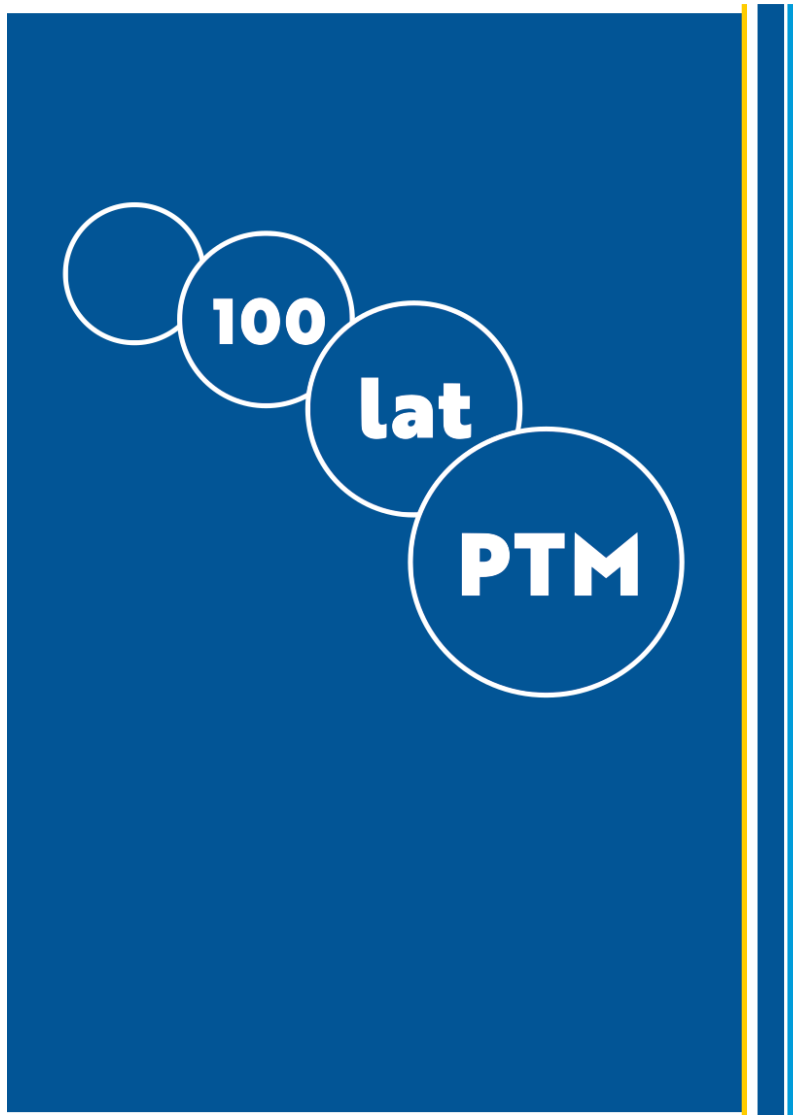
Uniwersytet Wrocławski

The topic of dimension-free L^p estimates for Hardy–Littlewood maximal functions over convex bodies in \mathbb{R}^d had been mainly developed in the 80' and 90' in the work of Stein, Bourgain, Carbery, and Müller. The interest in the topic has been recently renewed due to recent progress by Aldaz 2011 and Bourgain 2014. However, up to the last year, nothing has been done in the discrete context, i.e. when \mathbb{R}^d is replaced by \mathbb{Z}^d .

In this talk we present first dimension-free results for discrete Hardy–Littlewood maximal functions. First we give an example showing that the phenomenon is not as robust as in the continuous case. Then we focus on the case of the discrete cube. New estimates for the Fourier transform of the characteristic function of the discrete cube are crucial to our work. An important ingredient of our approach are also the methods developed in our previous work, where we proved dimension-free estimates for r -variations of Hardy–Littlewood averaging operators on \mathbb{R}^d .

The talk is based on joint work with J. Bourgain, M. Mirek, and E.M. Stein.

● [Początek sekcji](#)



analiza nieliniowa i równania różniczkowe cząstkowe

patroni sesji:

Juliusz Paweł Schauder Stanisław Zaremba



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Homotopie gradientowe versus właściwe gradientowe

Piotr Bartłomiejczyk piobart1@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

A. Parusiński ([1]) pokazał, że jeśli gradientowe pola wektorowe na dysku w \mathbb{R}^n nieznikające na brzegu mają ten sam stopień Brouwera, to są gradientowo homotopijne. Z kolei, M. Starostka ([2]) udowodnił, że podobna implikacja nie zachodzi w klasie właściwych pól gradientowych w \mathbb{R}^n o stopniu 1. Mianowicie, metodami teorii indeksu Conleya wykazał, że odwzorowania $f(x) = x$ oraz $g(x) = (-x_1, -x_2, x_3, \dots, x_n)$ nie są właściwie gradientowo homotopijne, pomimo że $\deg f = \deg g = 1$.

W referacie przedstawimy dwa twierdzenia stanowiące rozwinięcie i uzupełnienie wspomnianych wyżej wyników. Nasz pierwszy rezultat mówi, że jeżeli odrzucimy założenie właściwości, zachowując jednak założenie zwartości zbioru zer odwzorowań i homotopii, to implikacja typu Parusińskiego zachodzi w \mathbb{R}^n dla $n \geq 2$. Natomiast drugi rezultat stwierdza, że zbiór klas właściwej gradientowej homotopii właściwych gradientowych odwzorowań o stopniu 1 na płaszczyźnie ma dokładnie dwa elementy. Jest to wspólna praca z Piotrem Nowakiem-Przygodzkim.

Bibliografia

- [1] A. Parusiński, *Gradient homotopies of gradient vector fields*, *Studia Math.* **96**: 73–80 (1990).
- [2] M. Starostka, *Connected components of the space of proper gradient vector fields*, arXiv:1809.01411 [math.DS].

● [Początek sekcji](#)

Bound states for the Schrödinger equation with mixed-type nonlinearities

Bartosz Bieganowski bartoszb@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

We investigate the existence and multiplicity of solutions for the Schrödinger equation of the form

$$-\Delta u + V(x)u = g(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^N, \quad u \in H^1(\mathbb{R}^N).$$

In nonlinear optics, this equation describes the propagation of a electromagnetic wave in a periodic waveguide, e.g. photonic crystals. The external potential V takes into account the linear properties of the material and as usual we assume that V is \mathbb{Z}^N -periodic and 0 lies in the spectral gap of the Schrödinger operator $-\Delta + V(x)$. The nonlinear function g is responsible for the polarization of the

medium. For instance, in Kerr-like media one has $g(x, u) = |u|^2 u$ and in the saturation effect g is asymptotically linear and is of the form $g(x, u) = \frac{|u|^2}{1+|u|^2} u$. Recently it has been shown that materials with large range of prescribed properties can be created and our aim is to model a wide range of nonlinear phenomena that allow to consider a composite of materials with different nonlinear polarization. In our case g may be linear for some $\mathbb{R}^N \setminus K$ (for sufficiently large $|u|$) and nonlinear outside of it, where K is a given \mathbb{Z}^N -periodic set. In particular we may combine the Kerr-like nonlinearity with a saturation effect. Under our conditions the energy functional has the linking geometry and Cerami sequences are bounded. This allows to use a variant of linking theorem to obtain the existence of solutions. However, the multiplicity of solutions seem to be difficult to obtain by standard methods. Hence we reduce the problem to an appropriate subspace of $H^1(\mathbb{R}^N)$, where the quadratic form is positive-definite and use a Cerami-type condition, and a variant of Benci's pseudoindex to show the multiplicity of solutions. In fact we refine a recent critical point theory from [2] for strongly indefinite functionals which do not have to be globally super-quadratic.

References

- [1] B. Bieganowski, J. Mederski: *Bound states for the Schrödinger equation with mixed-type nonlinearities*, arXiv: 1905.04542.
- [2] J. Mederski, J. Schino, A. Szulkin, *Multiple solutions to a nonlinear curl-curl problem in \mathbb{R}^N* , arXiv:1901.05776.

● [Początek sekcji](#)



Nonlinear nonlocal heat equations: global solutions vs blowup

Piotr Biler Piotr.Biler@math.uni.wroc.pl

Uniwersyte Wrocławski

The existence of global-in-time solutions for a nonlinear heat equation with nonlocal diffusion, power nonlinearity and suitably small data (either compared in the pointwise sense to the singular solution or in the norm of a critical Morrey space) is discussed. Then, asymptotics of subcritical solutions is determined as in [2]. These results are compared with conditions on the initial data in [1] leading to a finite time blowup.

References

- [1] P. Biler, *Blowup of solutions for nonlinear nonlocal heat equation*, hMonatsh. Math.: 1–14 (2019), <https://doi.org/10.1007/s00605-019-01269-7>
- [2] P. Biler and D. Pilarczyk, *Around a singular solution of a nonlocal nonlinear heat equation*, NoDEA, Nonlinear Differ. Equ. Appl. 26:5 (2019), <https://doi.org/10.1007/s00030-019-0552-z>

Renormalized solutions to parabolic problems with strongly non-standard growth

Iwona Chlebicka (Skrzypczak) i.chlebicka@mimuw.edu.pl
 Uniwersytet Warszawski

We provide existence and uniqueness of renormalized solutions to a general nonlinear parabolic equation

$$\partial_t u - \operatorname{div} A(t, x, \nabla u) = f \in L^1(\Omega_T),$$

where the growth of A is governed by a fully anisotropic N -function inhomogeneous in time and in space. In turn, our studies cover (not studied so far) cases in variable exponent spaces

$$\partial_t u - \operatorname{div}(b(x, t)|\nabla u|^{p(x,t)-2}\nabla u) = f \in L^1(\Omega_T),$$

for log-Hölder continuous exponent $p : \Omega_T \rightarrow (1, \infty)$, as well as problems posed in fully anisotropic Orlicz spaces (under no growth conditions), weighted Sobolev spaces (with bounded weights), and double-phase spaces within the range of parameters sharp for density of smooth functions.

References

- [1] I. Chlebicka, P. Gwiazda, A. Zatorska-Goldstein, *Parabolic equation in time and space dependent anisotropic Musielak-Orlicz spaces in absence of Lavrentiev's phenomenon*, *Annales de l'Institut Henri Poincaré. Analyse Non Linéaire (C)*, 2019. DOI:10.1016/j.anihpc.2019.01.003
- [2] I. Chlebicka, P. Gwiazda, A. Zatorska-Goldstein, *Renormalized solutions to parabolic equation in time and space dependent anisotropic Musielak-Orlicz spaces in absence of Lavrentiev's phenomenon*, *J. Differ. Equations*, 267 (2) (2019), 1129–1166.
- [3] I. Chlebicka, *A pocket guide to nonlinear differential equations in Musielak-Orlicz spaces*, *Nonlinear Analysis* 175 (2018), 1–27.
- [4] P. Gwiazda, I. Skrzypczak, A. Zatorska-Goldstein, *Existence of renormalized solutions to elliptic equation in Musielak-Orlicz space*, *J. Differ. Equations* 264 (1) (2018), 341–377.
- [5] Y. Ahmida, I. Chlebicka, P. Gwiazda, A. Youssfi, *Gossez's approximation theorems in Musielak-Orlicz-Sobolev spaces*, *J. Functional Analysis* 275 (9) (2018), 2538–2571.
- [6] I. Chlebicka, P. Gwiazda, and A. Zatorska-Goldstein. *Well-posedness of parabolic equations in the non-reflexive and anisotropic Musielak-Orlicz spaces in the class of renormalized solutions*, *J. Differ. Equations* 265 (11) (2018), 5716–5766.

Rozwiązania okresowe anizotropowych układów Eulera-Lagrange'a - istnienie i krotność

Magdalena Chmara magdalena.chmara@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Szukamy rozwiązań zagadnienia

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathcal{L}_v(t, u(t), \dot{u}(t)) &= \mathcal{L}_x(t, u(t), \dot{u}(t)) \quad \text{dla p.w. } t \in [a, b] \\ u(a) &= u(b), \end{aligned}$$

gdzie $\mathcal{L}(t, x, v) = F(t, x, v) + V(t, x) + \langle f(t)x \rangle$, wzrost $F \in C^1(I \times \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N, \mathbb{R})$ zadany jest za pomocą anizotropowej G-funkcji spełniającej warunki Δ_2 i ∇_2 . Korzystając z twierdzenia o przetęczy górskiej oraz z wariacyjnej zasady Ekelanda uzyskujemy istnienie co najmniej dwóch nietrywialnych rozwiązań należących do anizotropowej przestrzeni Orlicza-Sobolewa. Otrzymane rezultaty są uogólnieniem znanych wyników dla przypadków gdy F jest p -tą potęgą bądź izotropową G-funkcją.

Bibliografia

- [1] M. Chmara, J. Maksymiuk, *Mountain pass type periodic solutions for Euler-Lagrange equations in anisotropic Orlicz-Sobolev space*, J. Math. Anal. Appl., **470**: 584–598, (2019).
- [2] Zhang, Ziheng and Yuan, Rong, *Homoclinic solutions for p -Laplacian Hamiltonian systems with combined nonlinearities*, Qual. Theory Dyn. Syst., **16**: 761–774, (2017).

● [Początek sekcji](#)

TBA

Tomasz Cieślak cieslak@impan.pl
Polska Akademia Nauk

● [Początek sekcji](#)

Rozwiązania stacjonarne zagadnień eliptycznych na \mathbb{R}^N

Aleksander Ćwieszewski aleks@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Koperniak w Toruniu,

Będziemy szukać rozwiązań zagadnień eliptycznych postaci

$$-\Delta u + V(x)u = \lambda u + f(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^N,$$

z potencjałem typu Kato-Rellicha $V \in L^\infty(\mathbb{R}^N) + L^p(\mathbb{R}^N)$, wykładnikiem $p \geq 2$, ograniczoną funkcją Carathéodoriego $f : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i parametrem $\lambda \in \mathbb{R}$. Rozważać będziemy zagadnienie w rezonansie, tj. gdy $\lambda \in \sigma_p(-\Delta + V)$. Wykażemy,

że jeśli f spełnia warunki typu Landesmana-Lasera lub tzw. warunki silnego rezonansu, to zagadnienie posiada nietrywialne rozwiązanie. Metody oparte są na badaniu półpotoku parabolicznego, wykorzystaniu jego odpowiedniej geometrii do obliczenia indeksów Conleya w wersji Rybakowskiego oraz wykorzystaniu własności zbiorów nieredukowalnych.

Referat przedstawia wyniki uzyskane wspólnie z Piotrem Kokockim.

Bibliografia

- [1] K.P. Rybakowski, *The homotopy index and partial differential equations*, Universitext. Springer, Berlin (1987).
- [2] M. Prizzi, *On admissibility of parabolic equations in \mathbb{R}^N* , Fund. Math., 176, 261–275 (2003).
- [3] P. Kokocki, *Connecting orbits for nonlinear differential equations at resonance*, J. Differ. Equ. 255 (7), 1554–1575 (2013).
- [4] A. Ćwieszewski and P. Kokocki, *Stationary solutions and connecting orbits for resonant parabolic equations on \mathbb{R}^N* , preprint 2019.
- [5] A. Ćwieszewski and W. Kryszewski, *Bifurcation from infinity for elliptic problems on \mathbb{R}^N* , Calc. Var. 58:13 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Niezmienniczość i silna niezmienniczość w inkluzjach różniczkowych

Grzegorz Gabor ggabor@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Dla przestrzeni Banacha X i domkniętego podzbioru $K \subset X$ rozważamy problem

$$\begin{cases} x'(t) \in F(x(t)) \text{ (lub } x'(t) \in Ax(t) + F(x(t))) & \text{dla p.w. } t \geq 0, \\ x(0) = x_0 \in K, \end{cases} \quad (3)$$

gdzie $A : D(A) \rightarrow X$ jest generatorem C_0 -półgrupy i $F : \Omega \rightrightarrows X$ ($\Omega \supset K$ jest pewnym otwartym otoczeniem) jest odwzorowaniem o domkniętych, wypukłych i ograniczonych wartościach. Szukamy warunków dostatecznych dla *niezmienniczości* (i *silnej niezmienniczości*) zbioru K , oznaczającej, że każde absolutnie ciągłe (dla $A \neq 0$ odpowiednio: łagodne) rozwiązanie problemu (3) pozostaje w zbiorze K dla każdego $t \geq 0$ (lub, w przypadku silnej niezmienniczości, pozostaje w zbiorze $\text{int}K$ dla każdego $t > 0$). Przedyskutujemy warunki słabsze niż różne rodzaje lipschitzowości spotykane w literaturze, co ma swoje uzasadnienie w zagadnieniach pochodzących od równań różniczkowych cząstkowych. Ponadto pokażemy konsekwencje silnej niezmienniczości w problemach impulsowych z impulsami zależnymi od stanu układu.

● [Początek sekcji](#)

Some remarks on monotone and variational methods with applications to nonlinear equations

Marek Galewski marek.galewski@p.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

Using monotonicity methods and some variational argument we will consider nonlinear problems which involve monotone potential mappings satisfying condition (S) and their compact perturbations. We investigate when functional whose minimum is obtained by a direct method of the calculus of variations satisfies the Palais-Smale condition, then provide structure conditions on the derivative of the action functional under which bounded Palais-Smale sequences are convergent. Finally, we make some comment concerning the convergence of Palais-Smale sequence obtained in the mountain pass theorem due to Rabier. We end our considerations with a three critical point type result. Some examples will be given.

References

- [1] H. Gajewski, K. Gröger, K. Zacharias, *Nichtlineare Operatorgleichungen und Operatordifferentialgleichungen*, Akademie-Verlag, Berlin, 1974.
- [2] D. G. Figueredo, *Lectures on the Ekeland Variational Principle with Applications and Detours*, Preliminary Lecture Notes, SISSA, 1988.

● [Początek sekcji](#)

Bifurkacje z orbit rozwiązań układów eliptycznych

Anna Gołębowska aniar@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Rozważmy układ równań eliptycznych z warunkiem brzegowym Neumanna:

$$\begin{cases} A\Delta u = \nabla_u F(u, \lambda) & \text{w } \mathcal{U} \\ \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 & \text{na } \partial\mathcal{U}, \end{cases} \quad (4)$$

gdzie \mathcal{U} jest otwartym, ograniczonym zbiorem, $A = \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1)$. Ponadto założymy, że układ ma dodatkowe symetrie - w szczególności można rozpatrywać sytuację, gdy zbiór \mathcal{U} jest $SO(N)$ -niezmienniczy lub potencjał F jest Γ -niezmienniczy, przy czym Γ jest zwartą grupą Liego. Przy takich założeniach rozwiązania trywialne układu nie muszą być izolowane, lecz mogą tworzyć orbity rozwiązań. Dlatego przedmiotem naszych badań jest bifurkacja z orbit. W tym celu definiujemy indeks orbity, wykorzystując stopień niezmienniczych funkcjonatów silnie nieokreślonych. Używając tego indeksu można sformułować symetryczną wersję globalnego twierdzenia bifurkacyjnego Rabinowitza. Twierdzenie to może być zastosowane do badania bifurkacji rozwiązań nietrywialnych z orbit rozwiązań trywialnych układu (4).

Bibliografia

- [1] A. Gołębiowska, J. Kluczenko, *Connected sets of solutions for a nonlinear Neumann problem*, *Diff. Int. Equ.* 30(11-12) 833–852 (2017).
- [2] A. Gołębiowska, J. Kluczenko, P. Stefaniak, *Bifurcations from the orbit of solutions of the Neumann problem*, *Calc. Var.* 57(1) (2018), <https://doi.org/10.1007/s00526-017-1285-7>.
- [3] A. Gołębiowska, P. Stefaniak, *Global bifurcation index of critical orbit of strongly indefinite functional*, arXiv:1809.09950.

● [Początek sekcji](#)

Fixed point indices of iterates for a boundary fixed point

Grzegorz Graff grzegorz.graff@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Let M be a manifold with non-empty boundary ∂M . Consider $f: (M, \partial M) \rightarrow (M, \partial M)$ and let $\bar{f} = f|_{\partial M}: \partial M \rightarrow \partial M$. The sequence of fixed point indices at an isolated fixed point $x_0 \in \partial M$, $(\text{ind}(f^n, x_0))_n$, plays an important role in the study of dynamical properties of the map f near x_0 . On the other hand, as x_0 is also an isolated fixed point of \bar{f} , one may consider the sequence $(\text{ind}(\bar{f}, x_0))_n$. In this talk we describe the relations between the mentioned above sequences of indices for different classes of maps. The study of this problem is motivated by its potential applications in differential equations, periodic point theory and magnetohydrodynamics. We will refer to the results obtained in the collaboration with J. Jezierski, P. Nowak-Przygodzki and A. Myszkowski.

Research supported by the National Science Centre, Poland, under the grant Sheng 1 no. 2018/30/Q/ST1/00228.

References

- [1] H. Barge, K. Wójcik, *Mayer-Vietoris property of the fixed point index*, *Topol. Methods Nonlinear Anal.* 50 (2): 643–667 (2017).
- [2] G. Graff, J. Jezierski, *Minimal number of periodic points of smooth boundary-preserving self-maps of simply-connected manifolds*, *Geom. Dedicata* 187: 241–258 (2017).

● [Początek sekcji](#)

Bifurkacje sprężystego pręta pod działaniem siły ściskającej na podłożu Winklera

Joanna Janczewska joanna.janczewska@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Teoria bifurkacji dostarcza wielu metod do badania deformacji elastycznych konstrukcji, w szczególności prętów, płyt i powłok. Mój wykład oparty będzie na artykule [1], w którym wykorzystujemy teorię stopnia Brouwera do badania deformacji jednorodnego, sprężystego pręta na pod-

łożu Winklera. Zakładamy, że pręt znajduje się w położeniu poziomym i jest poddawany działaniu siły ściskającej. Lewy koniec pręta jest wolny, a prawy swobodnie podparty. Pokazujemy, że zjawisko bifurkacji zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy problem zlinearyzowany posiada rozwiązania nietrywialne. Zastosowanie teorii stopnia daje dodatkową informację, że punkty bifurkacji są punktami rozgałęzienia, czyli odchodzą od nich continua rozwiązań.

Bibliografia

- [1] M. Izydorek, J. Janczewska, N. Waterstraat, A. Zgorzelska, *Bifurcation of equilibrium forms of an elastic rod on a two-parameter Winkler foundation*, *Nonlinear Anal. Real World Appl.* **39**: 451–463 (2018).
- [2] J. Janczewska, *Local properties of the solution set of the operator equation in Banach spaces in a neighbourhood of a bifurcation point*, *Cent. Eur. J. Math.* **2**: 561–572 (2004).
- [3] A. Borisovich, J. Dymkowska, *Elementy Analizy Funkcjonalnej z Zastosowaniem w Mechanice Ciał Sprężystych*, Politechnika Gdańska, Gdańsk, 2003.

[● Początek sekcji](#)

Rigorous FEM for integration of dissipative PDEs in 1d

Piotr Kalita piotr.kalita@ii.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

We describe a computer assisted algorithm for rigorous integration forward in time of dissipative PDEs. Contrary to the previous work, the algorithm is not based on the finite dimensional approximation in Fourier basis but in the Finite Element basis, making it more flexible. As an illustration of the algorithm we present the computer assisted and constructive proof of the existence of time periodic solution for the one dimensional Burgers equation with Dirichlet boundary conditions and non-autonomous periodic forcing. This is joint work with Piotr Zgliczyński.

[● Początek sekcji](#)

Nieciągłe stany stacjonarne układów reakcji-dyfuzji

Grzegorz Karch grzegorz.karch@uwr.edu.pl
Uniwersytet Wrocławski

Na wykładzie omówione zostaną wyniki uzyskane w ostatnich latach wspólnie z Anną Marciniak-Czochrą i Kanako Suzuki, oraz ostatnio z Szymonem Cyganem, dotyczące układów równań reakcji-dyfuzji modelujących zjawiska z biologii i medycyny. W układach tych niektóre komponenty nie podlegają zjawisku dyfuzji co prowadzi do tworzenia się stabilnych rozwiązań stacjonarnych ze skokami.

Bibliografia

- [1] S. Cygan, A. Marciniak-Czochra, G. Karch, and K. Suzuki, *Regular and discontinuous stationary solutions of reaction-diffusion-ODE systems*, (2019), preprint.
- [2] A. Marciniak-Czochra, G. Karch, and K. Suzuki, *Instability of Turing patterns in reaction-diffusion-ODE systems*, *J. Math. Biol.* 74 (3) (2017), 583–618.

● [Początek sekcji](#)

Bifurkacje z orbit rozwiązań eliptycznych równań różniczkowych z warunkiem Neumanna

Joanna Kluczenko jgawrycka@matman.uwm.edu.pl

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Wykład będzie prezentacją wyników zawartych we wspólnej pracy z Anią Gołębiewską oraz Piotrem Stefaniakiem. Celem prezentacji będzie badanie własności słabych, nietrywialnych rozwiązań nieliniowych układów równań eliptycznych z warunkiem brzegowym Neumanna, to znaczy układów postaci:

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda \nabla F(u) & \text{in } B^N \\ \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 & \text{on } S^{N-1}, \end{cases} \quad (5)$$

gdzie B^N oznacza kulę jednostkową w \mathbb{R}^N , $S^{N-1} = \partial B^N$ oraz $F: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia pewne dodatkowe założenia. Aby uzyskać sytuację niezmienniczą będziemy zakładać, że na przestrzeni \mathbb{R}^m jest zdefiniowane działanie zwartej grupy Liego Γ oraz F jest odwzorowaniem Γ -niezmienniczym. Oznaczmy przez \mathcal{G} grupę $\Gamma \times SO(N)$, zaś przez $H^1(B^N)$ pierwszą przestrzeń Sobolewa na zbiorze B^N . Rozważmy ponadto przestrzeń Hilberta $\mathbb{H} = \bigoplus_{i=1}^m H^1(B^N)$, która jest ortogonalną \mathcal{G} -reprezentacją z działaniem zadany wzorem $(\gamma, \alpha)(u)(x) = \gamma u(\alpha^{-1}x)$ dla $(\gamma, \alpha) \in \mathcal{G}, u \in \mathbb{H}$. Do badania słabych rozwiązań układu (5) zastosujemy metody wariacyjne, to znaczy stowarzyszymy z tym układem funkcyjną $\Phi: \mathbb{H} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, którego punkty krytyczne będą we wzajemnie jednoznacznej odpowiedności ze słabymi rozwiązaniami układu (5). Z symetrii układu (5) wynika, że gradient funkcyjna Φ jest operatorem \mathcal{G} -współzmienniczym. Zauważmy, że jeżeli $u_0 \in \nabla F^{-1}(0)$, to również $\gamma u_0 \in \nabla F^{-1}(0)$ dla wszystkich $\gamma \in \Gamma$. W tej sytuacji punkt krytyczny u_0 nie jest izolowany, dokładniej, mamy do czynienia z orbitą punktów krytycznych. Zatem dla $u_0 \in \nabla F^{-1}(0)$ funkcja stała $\tilde{u}_0 \equiv u_0$ jest rozwiązaniem układu (5) dla wszystkich $\lambda \in \mathbb{R}$ oraz punkt $(g\tilde{u}_0, \lambda)$ jest punktem krytycznym funkcyjna Φ dla każdego $g \in \mathcal{G}$. Rozważmy rodzinę rozwiązań trywialnych $\mathcal{T} = \mathcal{G}(\tilde{u}_0) \times \mathbb{R} \subset \mathbb{H} \times \mathbb{R}$. Na wykładzie zbadamy istnienie bifurkacji nietrywialnych rozwiązań z rodziny \mathcal{T} , to znaczy zbadamy istnienie takich $\lambda_0 \in \mathbb{R}$, że $\mathcal{G}(\tilde{u}_0) \times \{\lambda_0\} \subset \{(v, \lambda) \in (\mathbb{H} \times \mathbb{R}) \setminus \mathcal{T} : \nabla_v \Phi(v, \lambda) = 0\}$. Ponadto, korzystając z teorii stopnia odwzorowań współzmienniczych zdefiniowanego w [2] lub stopnia silnie nieokreślonych funkcyjna niezmienniczych z pracy [3], sformułujemy warunki dostateczne na istnienie lokalnej oraz globalnej bifurkacji,

przy użyciu wartości własnych macierzy Hessego odwzorowania F oraz wartości i podprzestrzeni własnych operatora Laplace'a. Na wykładzie scharakteryzujemy również orbity na których zachodzi zjawisko łamania symetrii rozwiązań układu (5).

Bibliografia

- [1] A. Gołębowska, J. Kluczenko, P. Stefaniak, *Bifurcations from the orbit of solutions of the Neumann problem*, Calc. Var. Partial Differential Equations 57, no 1, Art. 21,23 pp.
- [2] A. Gołębowska, S. Rybicki, *Global bifurcations of critical orbits of G -invariant strongly indefinite functionals*, Nonl.Anal.74(5), 1823-1834.
- [3] S. Rybicki, *Degree for equivariant gradient maps*, Milan.J.Math. 73,103-144.

● [Początek sekcji](#)

Nieziemienniki homotopijne dla układów równań w rezonansie

Piotr Kokocki pkokocki@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Zajmujemy się badaniem maksymalnych ograniczonych zbiorów niezmienniczych dla parabolicznego układu $m \geq 1$ równań postaci

$$\dot{u}_k(t) = -A_k u_k(t) + \lambda_k u_k(t) + f_k(x, u(t), \nabla u(t)), \quad 1 \leq k \leq m,$$

gdzie $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in \mathbb{R}$ są parametrami, A_k jest eliptycznym operatorem różniczkowym z warunkami Dirichleta na zbiorze $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ oraz $f = (f_1, \dots, f_m)$ jest ograniczonym zaburzeniem. Interesuje nas sytuacja, gdy powyższy układ jest w rezonansie, czyli, dla dowolnego $1 \leq k \leq m$ parametr λ_k jest wartością własną operatora A_k . Wówczas, nietrudno wskazać przykłady zaburzeń f , dla których powyższy układ nie posiada rozwiązań ograniczonych. Naszym celem jest wprowadzenie rodziny, zależnych od parametru, warunków rezonansowych dla odwzorowania f , gwarantujących, że maksymalny ograniczony zbiór niezmienniczy K_∞ dla naszego układu jest niepusty i zwarty. Ponadto zależność tych rodzin od wspomnianego parametru pozwala na „interpolację” między klasycznymi warunkami Landesmana–Lazera oraz warunkami z silnym rezonansem. Stosowana przez nas metoda niezmienników homotopijnych polegać będzie na wyznaczeniu indeksu Rybakowskiego–Conley’a zbioru K_∞ w zależności od wprowadzonych wcześniej warunków rezonansowych.

Bibliografia

- [1] P. Kokocki, *Maximal bounded invariant sets for systems of evolution equations at resonance*, w przygotowaniu

● [Początek sekcji](#)

Maximal solution of the Liouville equation in doubly connected domains

Michał Kowalczyk kowalczy@dim.uchile.cl
University of Chile, Santiago, Chile.

Co-authors:

Angela Pistoia angela.pistoia@uniroma1.it
Sapienza Università di Roma, via Antonio Scarpa 16, 00161, Roma, Italy.

Giuseppe Vaira giuseppe.vaira@unicampania.it
Università della Campania "L. Vanvitelli", Caserta, Italy.

In this talk I will discuss a new existence result for the widely studied Liouville problem $\Delta u + \lambda^2 e^u = 0$ in a bounded, two dimensional, doubly connected domain with Dirichlet boundary conditions. I will show that for a sequence of $\lambda_n \rightarrow 0$ this equation has solutions that blow-up in the whole domain. Profiles of the blowing-up solutions are related to a free boundary problem which gives a solution to an optimal partition problem for the given domain. I will also describe the role of the free boundary problem in other classical equations such as the mean field model or the prescribed Gaussian curvature equation.

● [Początek sekcji](#)

Dualność Clarke'a dla układów Hamiltonowskich z niestandardowym wzrostem

Jakub Maksymiuk jakub.maksymiuk@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Rozważmy następujący układ Hamiltonowski:

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = J\nabla H(t, u(t)) \\ u(0) = u(T) \end{cases} \quad \text{p.w. } t \in [0, T] \quad (\text{HS})$$

gdzie $H: [0, T] \times \mathbb{R}^{2N} \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją klasy C^1 , wypukłą w zmiennej u , której wzrost jest wyznaczony przez G -funkcję $G: \mathbb{R}^{2N} \rightarrow [0, \infty)$. Z uwagi na strukturę równania (HS) wymagamy, aby G spełniała dodatkowo warunek symplektyczności $G^*(Jz) = G(z)$. Typowym przykładem takiej funkcji jest $G(x, y) = 1/p|x|^p + 1/q|y|^q$. Korzystając z dualności Clarke'a otrzymujemy twierdzenie o istnieniu.

Twierdzenie. Niech G będzie symplektyczną G -funkcją taką, że $G^* \in \Delta_2$. Załóżmy, że:

[1] istnieje $\xi \in L^{G^*}$ takie, że dla p.w. $t \in [0, T]$ i $u \in \mathbb{R}^{2N}$ zachodzi

$$H(t, u) \geq \langle \xi(t), u \rangle,$$

[2] istnieje $\Lambda > 0$ spełniająca $\Lambda^{-1} > T \max\{1, C_G/2\}$ oraz $\alpha \in L^1$ takie, że dla p.w. $t \in [0, T]$ i $u \in \mathbb{R}^{2N}$ zachodzi

$$H(t, u) \leq G(\Lambda u) + \alpha(t),$$

[3]

$$\lim_{|u| \rightarrow \infty} \int_0^T H(t, u) dt = \infty.$$

Wtedy układ (HS) posiada rozwiązanie w przestrzeni Orlicza-Sobolewa $W_T^1 L^G([0, T], \mathbb{R}^{2N})$.

Powyzsze twierdzenie jest uogólnieniem wcześniejszych wyników podanych w [1] dla hamiltonianów o wzroście podkwadratowym oraz w pracy [2] dla przypadku wzrostu z p -tą potęgą. Analogicznie jak w wymienionych pracach, korzystając z dualności Lagrange'a dowodzimy także istnienie rozwiązań równania

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \nabla \Phi(\dot{q}) + \nabla V(t, q) = 0 \\ q(0) = q(T), \quad \dot{q}(0) = \dot{q}(T) \end{cases} \quad \text{p.w. } t \in [0, T]$$

gdzie $\Phi: \mathbb{R}^N \rightarrow [0, \infty)$ jest G -funkcją spełniającą warunek $\Delta_2 \cap \nabla_2$.

Bibliografia

- [1] J. Mawhin, M. Willem *Critical point theory and Hamiltonian systems*, Springer-Verlag, New York, 1989
- [2] Y. Tian, W. Ge, *Periodic solutions of non-autonomous second-order systems with a p -Laplacian*, Nonl. Anal., 66: 192-203, (2007)
- [3] S. Acinas, J. Maksymiuk, F. Mazzone, *Clarke duality for Hamiltonian systems with nonstandard growth*, Nonl. Anal. 188: 1-21 (2019)

● [Początek sekcji](#)

Minimalizujące przekształcenia harmoniczne – wpływ przekształcenia brzegowego na osobliwości

Michał Miśkiewicz m.miskiewicz@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Minimalizujące przekształcenia harmoniczne uogólniają klasyczne funkcje harmoniczne; są to przekształcenia między różniczkami minimalizujące energię Dirichleta (całkę z kwadratu gradientu). W ogólności nie są jednak gładkie w całej dziedzinie – posiadają tzw. zbiór osobliwy (czyli punkty nieciągłości) ko wymiaru 3.

Podczas referatu skupię się na przekształceniach w standardową sferę \mathbb{S}^2 przyjmujących zadane wartości na brzegu obszaru. Oprócz oszacowań na rozmiar zbioru osobliwego w terminach energii przekształcenia brzegowego omówię też wpływ małych zaburzeń przekształcenia brzegowego na osobliwości wewnątrz obszaru. Przedstawię prosty wynik stabilnościowy, który pozwala na oszacowanie odległości Wassersteina zbiorów osobliwych dwóch przekształceń harmonicznych.

Referat oparty jest na wynikach uzyskanych wspólnie z Katarzyną Mazowiecką i Arminem Schikorrą.

Bibliografia

- [1] K. Mazowiecka, M. Miśkiewicz, A. Schikorra *On the size of the singular set of minimizing harmonic maps into the sphere in dimension three*, arXiv preprint 1811.00515 (2018).
- [2] K. Mazowiecka, M. Miśkiewicz, A. Schikorra *On the size of the singular set of minimizing harmonic maps into the 2-sphere in dimension four and higher*, arXiv preprint 1902.03161 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Density patches in viscous fluid mechanics

Piotr B. Mucha p.mucha@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

I would like to present the current results of the issue of density patches in the regime determined by the Navier–Stokes equations. In few words, the goal is to analyze the motion of the density given initially as a characteristic function of a set. The key element is the uniqueness of the evolution, connected with a need of relatively high regularity of the velocity. Here we need to introduce a new technique of the shift of regularity.

The talk will mostly based on joint results with Raphael Danchin (Paris12).

References

- [1] R. Danchin, P.B. Mucha, The Incompressible Navier–Stokes Equations in Vacuum *Comm. Pure Appl. Math.* 72 (2019), no. 7, 1351–1385.
- [2] R. Danchin, P.B. Mucha, Incompressible flows with piecewise constant density. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 207 (2013), no. 3, 991–1023.
- [3] R. Danchin, P.B. Mucha, A Lagrangian approach for the incompressible Navier–Stokes equations with variable density. *Comm. Pure Appl. Math.* 65 (2012), no. 10, 1458–1480.

Existence and asymptotics of positive solutions for semipositone problems

Aleksandra Orpel aleksandra.orpel@wmii.uni.lodz.pl

Unwersytet Łódzki

We investigate the existence of a large number of positive evanescent solutions for the following semilinear elliptic equation $\Delta u(x) + f(x, u(x)) + g(x)x \cdot \nabla u(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}^n$ and $\|x\| > R$, where $f(x, \cdot)$ can be negative at the origin. Our results are based on a certain iteration schema, in which we apply the sub and supersolution method developed by Noussair and Swanson. We show that the solutions have the minimal growth and finite energy in a neighborhood of infinity. Our approach allows us to consider superlinear problems with g without radial symmetry.

References

- [1] E.S. Noussair and C.A. Swanson, *Multiple finite energy solutions of critical semilinear field equations*, J. Math. Anal. Appl. 195: 278–293 (1995).
- [2] A. Orpel, *Increasing sequences of positive evanescent solutions of nonlinear elliptic equations*, J. Differential Equations 259: 1743–1756 (2015).
- [3] L. Sankar, S. Sasi and R. Shivaji, *Semipositone problems with falling zeros on exterior domains*, J. Math. Anal. Appl. 401: 146–153 (2013).

● [Początek sekcji](#)

Mathematical models of interdiffusion

Lucjan Sapa sapa@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Co-authors:

Bogusław Bożek bozek@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Marek Danielewski daniel@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

We study the diffusional transport in an s -component solid solution. The local mass conservation law for fluxes with the Darken drift term and the Vegard rule lead to the parabolic-elliptic system of strongly coupled nonlinear differential equations

$$\begin{cases} \partial_t c_i + \operatorname{div}(-D_i(c_1, \dots, c_s)\nabla c_i + c_i\nabla F) = 0 & \text{on } [0, T] \times \Omega, \\ \Delta F = \operatorname{div}\left(\sum_{k=1}^s \Omega_k D_k(c_1, \dots, c_s)\nabla c_k\right) & \text{on } [0, T] \times \Omega, \\ \int_{\Omega} F dx = 0 & \text{on } [0, T], \end{cases}$$

with the nonlinear coupled initial-boundary Robin type conditions.

We will present theorems on well-posedness in the suitable Sobolev spaces. Moreover, finite implicit difference methods (FDM) and theorems concerned convergence and stability will be given.

References

- [1] B. Bożek, L. Sapa, M. Danielewski, *Difference methods to one and multidimensional interdiffusion models with Vegard rule*, Math. Model. Anal. 24: 276–296 (2019).
- [2] L. Sapa, B. Bożek, M. Danielewski, *Existence, uniqueness and properties of global weak solutions to interdiffusion with Vegard rule*, Topol. Methods Nonlinear Anal. 52: 423–448 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Układy równań eliptycznych na \mathbb{R}^N

Jakub Siemianowski jciem@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Rozważamy układ M równań eliptycznych postaci

$$\begin{cases} \mathcal{L}_1 u_1 &= f_1(x, u, Du), & \text{na } \mathbb{R}^N \\ & \vdots \\ \mathcal{L}_M u_M &= f_M(x, u, Du), \end{cases} \quad (*)$$

gdzie $u = (u_1, \dots, u_M) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$, Du jest macierzą Jacobiego funkcji u , każdy \mathcal{L}_i jest eliptycznym liniowym operatorem różniczkowym drugiego rzędu oraz $f = (f_1, \dots, f_M) : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^M \times \mathbb{R}^{MN} \rightarrow \mathbb{R}^M$ nieliniowym zaburzeniem. Szukamy rozwiązań u w przestrzeni $H^1(\mathbb{R}^N, \mathbb{R}^M)$.

Układ (*) uzupełniony jest geometrycznymi założeniami, dotyczącymi styczności f do pewnego zbioru ograniczeń, który jest jednocześnie niezmienniczy względem rezolwent operatora $\mathcal{L}_1 \times \dots \times \mathcal{L}_M$, oraz odpowiednim wzrostem f .

Najpierw rozwiązujemy pomocnicze układy typu (*) na dużych kulach $B(0, n)$ przy użyciu indeksu punktów stałych. Następnie stosujemy tzw. oszacowania ogonowe (*ang. tail estimate technique*), aby wykazać zbieżność ciągu rozwiązań pomocniczych do wyjściowego problemu (*).

● [Początek sekcji](#)

On some generalisations of the rigidity result for the Giga-Kohn equation

Mikołaj Sierżęga mikolaj.sierzega@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

What we refer to as the Giga-Kohn equation is a semilinear elliptic equation of Ornstein-Uhlenbeck type:

$$\Delta u - \frac{x}{2} \cdot \nabla u - \alpha u + |u|^{p-1} u = 0, \quad \text{on } \mathbb{R}^n, \quad p > 1. \quad (6)$$

In [1] it was shown that when $\alpha = \frac{1}{p-1}$ and $p \leq \frac{n+2}{n-2}$, $n \geq 1$, all bounded solutions are necessarily constant. In this talk I will discuss some generalisations of this result.

Bibliografia

- [1] Giga, Y., Kohn, R.V., *Asymptotically self-similar blow-up of semilinear heat equations. Comm. Pure Appl. Math.* 38 (1985), no. 3, 297–319

● [Początek sekcji](#)

Modele populacyjne ze strukturą – optymalizacja rozwiązań miarowych

Jakub Skrzeczkowski jakub.skrzeczkowski@student.uw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Zajmujemy się równaniem transportu z warunkiem brzegowym:

$$\begin{cases} \partial_t \mu_t + \partial_x(b(x, \mu_t)\mu_t) &= c(x, \mu_t)\mu_t & \mathbb{R}^+ \times [0, T], \\ b(0, \mu_t)D_\lambda \mu_t(0) &= \int_{\mathbb{R}^+} a(x, \mu_t)d\mu_t(x) & [0, T], \end{cases} \quad (7)$$

oraz początkowym $\mu_0 = \nu$. Wiadomo, że (7) jest dobrze postawione w przestrzeni nieujemnych i ograniczonych miar Radona $\mathcal{M}^+(\mathbb{R}^+)$ z tzw. flat metric ρ_F [1]. Rozważmy (7) z zaburzonymi funkcjami modelowymi postaci $f^h(x, \mu) = f^0(x, \mu) + hf_p(x, \mu)$ dla $f = a, b, c$. Czy i w jakim sensie $h \mapsto \mu_t^h$ jest różniczkowalne? Pokażemy, że nie jest w $\mathcal{M}(\mathbb{R}^+)$ z metryką ρ_F . Następnie, wykażemy Fréchetowską różniczkowalność w większej przestrzeni $Z = \overline{\mathcal{M}(\mathbb{R}^+)}^{(C^{1+\alpha})^*}$ [2,3].

Bibliografia

- [1] P. Gwiazda, T. Lorenz, A. Marciniak-Czochra *A nonlinear structured population model: Lipschitz continuity of measure valued solutions with respect to model ingredients*, J. Differential Equations, 248 (2010), 2703–2735
- [2] P. Gwiazda, S. C. Hille, K. Łyczek, A. Świerczewska-Gwiazda *Differentiability in perturbation parameter of measure solutions to perturbed transport equation*, arXiv:1806.00357
- [3] J. Skrzeczkowski, *Measure solutions to perturbed structured population models – differentiability with respect to perturbation parameter*, arXiv:1812.01747

● [Początek sekcji](#)

Klasy homotopii właściwych odwzorowań gradientowych

Maciej Starostka Maciej.Starostka@ruhr-uni-bochum.de
Ruhr Universität Bochum

W [1] A. Parusinski pokazał, że dwa odwzorowania gradientowe na dysku są homotopijne wtedy i tylko wtedy, gdy mają ten sam stopień. Pokażemy, że ta teza przestaje być prawdziwa jeżeli dysk zastąpimy przestrzenią euklidesową i będziemy rozpatrywać odwzorowania właściwe.

Bibliografia

- [1] A. Parusinski, *Gradient Homotopies of Gradient Vector Fields*, Studia Math. XCVI (1990), 73?80
- [2] M. Starostka, *Connected components of the space of proper gradient vector fields*, 2018, arXiv:1809.01411

● [Początek sekcji](#)

Stała typu Sobolewa dla operatora curl i stany podstawowe dla równania curl-curl

Andrzej Szulkin andrzejs@math.su.se
Uniwersytet Sztokholmski, Szwecja

Dla podzbioru otwartego $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ zdefiniujemy

$$S(\Omega) := \inf\{|\nabla u|_2^2/|u|_6^2 : u \in C_0^\infty(\Omega) \setminus \{0\}\}$$

(jak zwykle $|\cdot|_p$ oznacza normę w $L^p(\Omega)$).

$S(\Omega)$ jest stałą Sobolewa ze względu na zanurzenie $\mathcal{D}_0^{1,2}(\Omega) \hookrightarrow L^6(\Omega)$. Wiadomo, że jest ona niezależna od Ω , infimum jest osiągnięte wtedy i tylko wtedy gdy $\Omega = \mathbb{R}^3$ i jest realizowane przez stan podstawowy równania $-\Delta u = |u|^4 u$ w przestrzeni $\mathcal{D}^{1,2}(\mathbb{R}^3)$. Naturalnym uogólnieniem dla operatora *curl* mogłaby się wydawać stała

$$\bar{S}(\Omega) := \inf\{|\nabla \times u|_2^2/|u|_6^2 : u \in C_0^\infty(\Omega, \mathbb{R}^3) \setminus \{0\}\}.$$

Ponieważ jądro operatora *curl* jest nietrywialne ($\nabla \times u = 0 \forall u = \nabla \varphi$), stała ta zawsze byłaby równa 0.

Na niniejszym odcytcie zdefiniujemy inną stałą, $S_{\text{curl}}(\Omega)$, jako pewne infimum. Ma ona następujące własności: $S_{\text{curl}}(\Omega) > S(\Omega)$; $S_{\text{curl}}(\Omega)$ nie zależy od Ω ; infimum jest osiągnięte gdy $\Omega = \mathbb{R}^3$ i realizowane przez stan podstawowy równania $\nabla \times (\nabla \times u) = |u|^4 u$, które można wyprowadzić z układu równań Maxwella. Otwarty pozostaje problem (nie)istnienia minimum gdy $\Omega \neq \mathbb{R}^3$.

Jeśli czas pozwoli, krótko przedyskutujemy również problem Brezisa i Nirenberga dla operatora *curl-curl* na zbiorach ograniczonych.

Powyższy materiał pochodzi z pracy w przygotowaniu z Jarosławem Mederskim.

● [Początek sekcji](#)

Onsager's Conjecture for General Conservation Laws

Agnieszka Świerczewska-Gwiazda aswiercz@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

A common feature of systems of conservation laws of continuum physics is that they are endowed with natural companion laws which are in such case most often related to the second law of thermodynamics. This observation easily generalizes to any symmetrizable system of conservation laws. They are endowed with nontrivial companion conservation laws, which are immediately satisfied by classical solutions. Not surprisingly, weak solutions may fail to satisfy companion laws, which are then often relaxed from equality to inequality and overtake a role of a physical admissibility condition for weak solutions. We want to discuss what is a critical regularity of weak solutions to a general system of conservation laws to satisfy an associated companion law as an equality. An archetypal example

of such result was derived for the incompressible Euler system by Constantin et al. ([1]) in the context of the seminal Onsager's conjecture. This general result can serve as a simple criterion to numerous systems of mathematical physics to prescribe the regularity of solutions needed for an appropriate companion law to be satisfied. The talk is based on the common results with C. Bardos, E. Feireisl, P. Gwiazda, E. S. Titi and E. Wiedemann ([2]-[5])

References

- [1] C. Bardos, P. Gwiazda, E. S. Titi, A. Świerczewska-Gwiazda and E. Wiedemann, *On the Extension of Onsager's Conjecture for General Conservation Laws*, J. Nonlinear Sci. 29: 501–510 (2019).
- [2] P. Constantin, W. E, and E. S. Titi. *Onsager's conjecture on the energy conservation for solutions of Euler's equation*, Comm. Math. Phys., 165: 207–209 (1994).
- [3] E. Feireisl, P. Gwiazda, A. Świerczewska-Gwiazda, E. Wiedemann, *Regularity and Energy Conservation for the Compressible Euler Equations*, Arch. Ration. Mech. Anal. 223: 1375–1395 (2017).
- [4] P. Gwiazda, M. Michálek, A. Świerczewska-Gwiazda, *A note on weak solutions of conservation laws and energy/entropy conservation*, Arch. Ration. Mech. Anal. 229: 1223–1238 (2018).
- [5] M. Omladič and P. Šemrl, *Matrix spaces with bounded number of eigenvalues*, Linear Algebra Appl. 249: 29–46 (1996).

● [Początek sekcji](#)

Nieliniowe zagadnienia eliptyczne o anizotropowej strukturze z danymi o niskiej regularności

Anna Zatorska-Goldstein azator@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

W czasie swojego wystąpienia zaprezentuję wyniki uzyskane wraz z Angelą Alberico, Andreą Cianchi, oraz Iwoną Chlebicką. Badaliśmy problem istnienia i regularności rozwiązań zagadnień brzegowych dla operatorów różniczkowych w postaci dywergencyjnej, dla których warunki eliptyczności oraz wzrostu opisane są dość ogólną funkcją klasy Orlicza. Minimalistyczna lista założeń na tę funkcję (rośnie szybciej niż liniowa, ale nie musi być ani radialna, ani spełniać żadnych warunków podwajania) pozwala uwzględnić operatory o anizotropowej strukturze. W przypadku, gdy dane w równaniu są mało regularne, tak, że nie należą do przestrzeni dualnej do naturalnej przestrzeni słabych rozwiązań (w ogólności mogą być miarami), wykazaliśmy istnienie rozwiązań uogólnionych oraz regularność rozwiązania i jego gradientu w przestrzeniach typu Marcinkiewicza. Dla danych opisanych funkcją całkowlaną wykazaliśmy także jednoznaczność rozwiązań uogólnionych.

Bibliografia

- [1] A. Alberico, A. Cianchi, I. Chlebicka, and A. Zatorska-Goldstein. *Fully anisotropic elliptic problems with minimally integrable data*, arXiv:1903.00751, 2019.

● [Początek sekcji](#)

Adhesive contact problem for viscoplastic materials

Dariusz Pączka d.paczka@mini.pw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

We examine a mathematical model that describes a quasistatic adhesive contact between a viscoplastic body and deformable foundation. The material's behaviour is described by the rate-type constitutive law which involves functions with a non-polynomial growth. The contact is modeled by the normal compliance condition with limited penetration and adhesion, a subdifferential friction condition also depending on adhesion, and the evolution of bonding field is governed by an ordinary differential equation. We present the variational formulation of this problem which is a system of an almost history-dependent variational-hemivariational inequality for the displacement field and an ordinary differential equation for the bonding field. The result on existence and uniqueness of solution to a variational-hemivariational inequality in the reflexive Orlicz-Sobolev space is proved and applied to the adhesive contact problem.

References

- [1] D. Pączka, *Adhesive contact problem for viscoplastic materials*, *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 51 (2020) 102982.
- [2] M. Sofonea and S. Migórski, *Variational-hemivariational inequalities with applications*, *Monographs and Research Notes in Mathematics*, Boca Raton, FL: CRC Press, 2018.

● [Początek sekcji](#)

On the solvability of the boundary value problems for discrete $p(\cdot)$ -Laplacian on finite graphs

Filip Pietrusiak filip.pietrusiak@edu.p.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

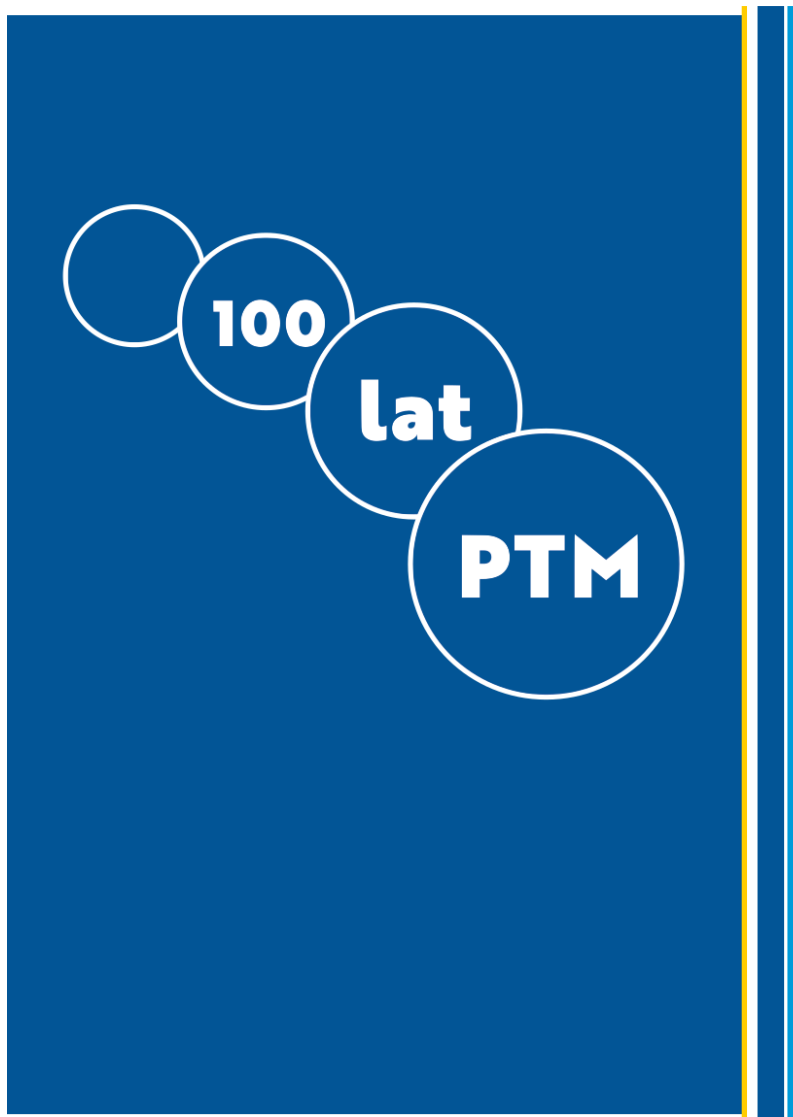
I use non-classical monotonicity methods in order to investigate existence of solutions to boundary value problems connected to the discrete $p(\cdot)$ -Laplacian on weighted finite graphs with nonlinearities given in a non-potential form. Positive solutions are also considered. In potential form sufficient condition for uniqueness is recived.

Bibliografia

- [1] M. Galewski, R. Wieteska, *Existence and multiplicity results for boundary value problems connected with the discrete $p(\cdot)$ -Laplacian on weighted finite graphs*, *Applied Mathematics and Computation*, 290, 376-391, 2016.
- [2] S. Migórski, A. Ochal, M.Sofonea, *Nonlinear inclusions and hemivariational inequalities. Models and analysis of contact problems*, *Advances in*

Mechanics and Mathematics, Volume 26. New York: Springer, 2013.

● [Początek sekcji](#)



analiza zespolona

patron sesji
Franciszek Leja



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

m-subharmonic functions

Rafał Czyż rafal.czyz@im.uj.edu.pl
Jagiellonian University

We shall present the definition and basic properties of m -subharmonic functions. Some differences and similarities between m -subharmonic functions and the classical subharmonic and plurisubharmonic functions will be discussed. We shall describe all holomorphic mappings which preserves m -subharmonicity in the sense that the composition of the holomorphic mapping with a m -subharmonic functions is n -subharmonic.

References

- [1] P. Åhag, R. Czyż & L. Hed, *The classification of holomorphic (m, n) -subharmonic morphisms*, Complex Var. Elliptic Equ. 1–26 (2019) (published online).

[● Początek sekcji](#)

O przestrzeni metrycznej zbiorów pluriregularnych w \mathbb{C}^N

Maciej Klimek maciej.klimek@math.uu.se
Uniwersytet w Uppsali, Szwecja

Przestrzeń metryczna zbiorów pluriregularnych znalazła szereg zastosowań w analizie zespolonej, począwszy od nierówności wielomianowych do teorii układów dynamicznych i analitycznych funkcji wielowartościowych. Topologia tej przestrzeni jest tylko częściowo poznana, szczególnie gdy zachodzi potrzeba modyfikacji standardowej metryki. Poza krótkim przeglądem historycznym, referat będzie zawierał opis najnowszych wyników uzyskanych wspólnie z M. Kosek i A. Alghamdi, między innymi dotyczących użycia metod probabilistycznych w aproksymacji złożonych zbiorów Julii. Omówiona też będzie możliwość przybliżania odległości pomiędzy zbiorami pluriregularnymi za pomocą funkcji Bergmana i komputerowych metod Monte Carlo, jak też czysto teoretyczne problemy związane z oszacowaniem błędu tego typu aproksymacji.

References

- [1] M. Klimek, *Metrics associated with extremal plurisubharmonic functions*, Proc. Amer. Math. Soc., 123: 2763–2770 (1995).
- [2] A. Alghamdi, M. Klimek and M. Kosek, *Attractors of compactly generated semigroups of regular polynomial mappings*, Complexity, 2018: Art. ID 5698021, 11 pages (2018).

[● Początek sekcji](#)

Total integrals of solutions for the inhomogeneous Painlevé II equation

Piotr Kokocki pkokocki@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

We establish a formula determining the value of the Cauchy integrals for the real and purely imaginary Ablowitz-Segur solutions for the inhomogeneous second Painlevé (PII) equation

$$u''(z) = zu(z) + 2u^3(z) - \alpha$$

where $\alpha \in \mathbb{C}$ is a constant. The formula generalizes the results of [?], where the values of the Cauchy integrals were derived for the Ablowitz-Segur solutions of the homogeneous PII equation ($\alpha = 0$). Our approach relies on the Deift-Zhou steepest descent analysis of the corresponding Riemann-Hilbert problem and the construction of an appropriate parametrix in a neighborhood of the origin. The obtained results are used to provide a rigorous proof of a numerically predicted phenomena that an arbitrary logarithmic spiral is a finite time singularity developed by a geometric flow, which approximates the vortex patch dynamics of the 2D Euler equation.

- [1] J. Baik, R. Buckingham, J. DiFranco, A. Its, Total integrals of global solutions to Painlevé II, *Nonlinearity* 22 (2009), no. 5, 1021–1061.
- [2] P. Kokocki, Total integrals of solutions for the inhomogeneous Painlevé II equation and singularity formation in the vortex patch dynamics, arXiv:1808.09039

[● Początek sekcji](#)

Globalna wersja twierdzenia Hartogsa

Wojciech Kucharz Wojciech.Kucharz@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Zgodnie z klasycznym twierdzeniem Hartogsa, funkcja n zmiennych zespolonych, która jest analityczna ze względu na każdą zmienną, jest funkcją holomorficzną n zmiennych. Przedstawię globalną wersję twierdzenia Hartogsa dla funkcji określonych na iloczynie zespolonych rozmaitości algebraicznych. Omówię również globalną wersję twierdzenia Hartogsa dla zespolonych funkcji Nasha i funkcji regularnych.

[● Początek sekcji](#)

Struktury o-minimalne w służbie L -regularności

Wiesław Pleśniak Wieslaw.Plesniak@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Współautor:

Rafał Pierzchała Rafał.Pierzchala@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Badania L -regularności, czyli ciągłości funkcji ekstremalnej Siciaka-Zachariuty, która jest wielowymiarowym odpowiednikiem klasycznej funkcji Greena, wzbo-gaciły się w latach 80. ubiegłego wieku o metody geometrii subanalitycznej Gabriętowa-Hironaki-Łojasiewicza (prace Pleśniaka i Pawłuckiego-Pleśniaka). Daleko idącymi uogólnieniami geometrii subanalitycznej są (wielomianowo ogra-niczone) struktury o -minimalne. Okazało się (Pleśniak 2003), że również one dostarczają nowych przykładów zbiorów L -regularnych. Badania te istotnie roz-winięto w ostatnim dziesięcioleciu (prace Pierzchały).

W referacie autorzy przedstawią genezę problemu i przytoczą główne rezul-taty z tej dziedziny.

● [Początek sekcji](#)

Monge-Ampère type equation on hypercomplex manifolds

Marcin Sroka marcin.sroka@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

In this talk I will discuss the conjecture posted by Alesker and Verbitsky in [[1]]. It is an analogue of Calabi-Yau theorem for hyperKähler with torsion manifolds. I will outline recent advances towards proving the conjecture. The reformulation of the conjecture in terms of solvability of the complex hessian type equation will be presented as well. Special cases of this equation are for example the complex Monge-Ampère and complex hessian equations.

References

- [1] S. Alekser and M. Verbitsky, *Quaternionic Monge-Ampère equations and Calabi problem for HKT-manifolds*, Israel J. Math. 176: 109–138 (2010).

● [Początek sekcji](#)

On weights which admit reproducing kernel of the Szegő type

Tomasz Łukasz Żynda t.zynda@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

In this talk I will try to generalize concept of the Szegő kernel by putting a measurable almost everywhere positive function (which I will call a weight) inside the integral which defines inner product of the Szegő space. I will define S -admissible weights as weights, for which there exists reproducing kernel of corresponding weighted Szegő space and formulate sufficient conditions for a weight to be S -admissible. I am going to give example of a weight which is not S -admissible and show how non S -admissible weights can be constructed for a wide class of domains. At the end, I am going to show how weighted Szegő

kernel can be used to prove general theorems of complex analysis.

● Początek sekcji

Postery:

Properties of meromorphic solutions of certain nonlinear ODEs

Ewa Ciechanowicz ewa.ciechanowicz@usz.edu.pl

Uniwersytet Szczeciński

Let $R(z, f)$ be rational in f with meromorphic coefficients. By an extension of the Malmquist-Yosida theorem, if the equation $(f')^n = R(z, f)$ takes up an admissible meromorphic solution, then $R(z, f)$ is a polynomial in f and the equation is the hyper-Riccati equation. If $f'' = F(z, f, f')$ is rational in f , algebraic in f' and analytic in z , then the second order ordinary differential equations of the form $f'' = F(z, f, f')$ without movable branch points are so-called Painlevé equations. Among them, six irreducible equations are the best known. The Painlevé equations possess a number of remarkable properties, the Hamiltonian structure in particular. By this structure they are related both with one another and with a number of associated equations, called Painlevé sigma-equations. Meromorphic solutions of Riccati, hyper-Riccati and Painlevé equations can be studied from the perspective of value distribution and growth theory, with growth order, multiplicity indices and defective values discussed.

References

- [1] E. Ciechanowicz, *A note on properties of solutions of Riccati and hyper-Riccati equations*, ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 99(4): 1–12 (2019).
- [2] E. Ciechanowicz, G. Filipuk, *Meromorphic solutions of $P_{4,34}$ and their value distribution*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 41: 617–638 (2016).
- [3] E. Ciechanowicz, G. Filipuk, *Transcendental meromorphic solutions of P_{34} and small targets*, in: Analytic, Algebraic and Geometric Aspects of Differential Equations, Birkhauser, 2017, 307–323.
- [4] V. Gromak, I. Laine, S. Shimomura, *Painlevé Differential Equations in the Complex Plane*, De Gruyter Studies in Mathematics vol. 28, Walter de Gruyter, Berlin, 2002.
- [5] S. Shimomura, *Growth of the first, the second and the fourth Painlevé transcendents*, Math. Proc. Camb. Philos. Soc. 134(2): 259–269 (2003).
- [6] N. Steinmetz, *Sub-normal solutions to Painlevé's second differential equation*, Bull. Lond. Math. Soc. 45:225–235(2013).
- [7] N. Steinmetz, *Nevanlinna Theory, Normal Families, and Algebraic Differential Equations*, Universitext, Springer, 2017.

● Początek sekcji

Twierdzenie Bersteina-Walsha-Siciaka dla multifunkcyj analitycznych

Maciej P. Denkowski maciej.denkowski@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Głęboki rezultat Siciaka z [2] łączy holomorficzność z prędkością aproksymacji wielomianowej danej funkcji ciągłej na podzbiorze zwartym wielomianowo wypukłym w \mathbb{C}^n i odgrywa istotną rolę w teorii aproksymacji. Pierwszym krokiem, poczynionym w [1], dla przeniesienia tego rezultatu na multifunkcje jest udowodnienie analogicznego rezultatu dla hiperpowierzchni analitycznych z wykorzystaniem zbieżności Painlevé-Kuratowskiego (metryki Hausdorffa). Przedstawimy ten rezultat, omawiając również możliwość dalszych uogólnień.

Bibliografia

- [1] Anna Denkowska, Maciej P. Denkowski, *The Bernstein-Walsh-Siciak Theorem for analytic hypersurfaces*, arXiv:1804.11215 (2018).
- [2] J. Siciak, *On some extremal functions and their applications in the theory of analytic functions of several complex variables*, Trans. Amer. Math. Soc. 105: 322–357 (1962).

[● Początek sekcji](#)

Aproksymacja zbiorów Julii zwartych rodzin odwzorowań wielomianowych

Marta Kosek Marta.Kosek@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Przedstawimy wyniki dotyczące aproksymacji (złożonych, częściowo wypełnionych) zbiorów Julii generowanych przez zwarte rodziny regularnych odwzorowań wielomianowych $\mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$. Zaprezentujemy zarówno podejście deterministyczne przy użyciu specjalnej funkcji dysjunktywnej, jak i podejście probabilistyczne przy użyciu mocnego prawa wielkich liczb zastosowanego do procesów Bernoullego.

References

- [1] A. Alghamdi and M. Klimek, *Probabilistic approximation of partly filled-in composite Julia sets*, Ann. Polon. Math. 119 (2017), 203–220.
- [2] A. Alghamdi, M. Klimek and M. Kosek, *Attractors of compactly generated semigroups of regular polynomial mappings*, Complexity 2018 (2018), Art. ID 5698021, 11pp.

[● Początek sekcji](#)

Problemy ekstremalne w pewnej rodzinie typu bawrinowskiego funkcji wielu zmiennych zespolonych

Edyta Trybucka eles@ur.edu.pl

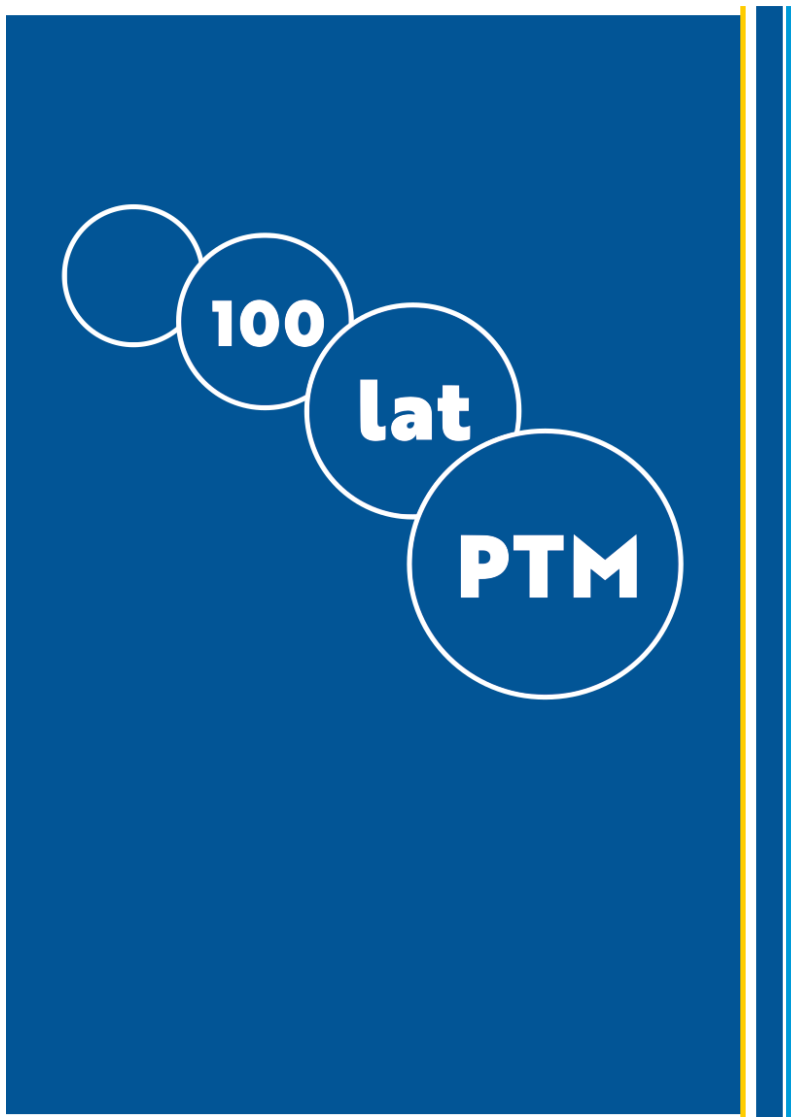
Uniwersytet Rzeszowski

Prezentowane wyniki dotyczą funkcji holomorficznych rozważanych w pełnych obszarach n -kołowych przestrzeni \mathbb{C}^n . Badamy problemy ekstremalne w rodzinie funkcji typu bawrinowskiego zdefiniowanej przy użyciu operatora Temljakova. W szczególności podajemy oszacowanie G -balansu wielomianów k -jednorodnych w rozważanej rodzinie funkcji.

Bibliografia

- [1] I. I. Bavrin, *A class of regular bounded functions in the case of several complex variables and extremal problems in that class*, Moskov Obl. Ped. Inst., 1–69, Moscov (1976), (in Russian).
- [2] P. Jakóbczak and M. Jarnicki, *Wstęp do teorii funkcji holomorficznych wielu zmiennych zespolonych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków (2002).
- [3] J. Kowalczyk and E. Leś-Bomba, *On a subclass of close-to-convex functions*, App. Math. Letters 23: 1147–1151, (2010).
- [4] E. Leś-Bomba and P. Liczberski, *On some family of holomorphic functions of several complex variables*, Sci. Bull. Chełm, Sec. Math. and Comput. Sci. 2: 7-1-6 (2007).

● [Początek sekcji](#)



dydaktyka matematyki

patronka sesji
Zofia Krygowska



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Nauka matematyki przez internet

Szymon Charzyński

Uniwersytet Warszawski i Miesięcznik Delta

Coraz częściej, kiedy szukamy jakiejś informacji, zaglądamy najpierw do internetu. Uczniowie chętniej wyszukują treści w sieci niż w książkach. Ktoś powinien więc zadbać o to, żeby znajdowali tam rzetelne i wiarygodne materiały. Wszystkie praktycznie czasopisma mają swoje wersje elektroniczne (np. miesięcznik Delta), a niektóre zrezygnowały już z druku na papierze i ukazują się tylko w sieci. Powstały portale, pozwalające uczyć się samemu, lub wspomagające pracę wykładowców i nauczycieli. Rozwijane są nowe metody nauczania wykorzystujące te od niedawna dostępne i ciągle doskonalone narzędzia. W swoim referacie opowiem o swoich doświadczeniach ze współpracy z różnymi instytucjami tworzącymi zasoby edukacyjne udostępniane w internecie.

● [Początek sekcji](#)

Konkurs Uczniowskich Prac

Kamila Łyczek Kamila.lyczek@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski i Miesięcznik Delta

Współautorzy:

Martha Łącka

Uniwersytet Jagielloński

Marcin Pitera

Uniwersytet Jagielloński

Opowiemy stów parę o młodych i zdolnych ludziach, o ich interesujących pracach, które wzięły udział w Konkursie Uczniowskich Prac z Matematyki. Pierwszym jego Laureatem (w roku 1978) był Paweł Domański. W dorosłym życiu wybitny profesor matematyki, zajmujący się analizą funkcjonalną i jego imię obecnie nosi Konkurs.

O swoim udziale w Konkursie i jego wpływie na późniejsze życie zawodowe opowie również dwoje dwukrotnych Laureatów tego Konkursu – Marta Łącka (Laureat w 2008 i 2009 roku) oraz Marcin Pitera (Laureat w roku 2004 i 2005 roku).

Martha Łącka opowie o związku pomiędzy obwodem a sumą długości przekątnych w czworokącie wypukłym oraz o pewnym ogólniejszym problemie. Podczas gdy Marcin Pitera przybliży metodę niezmienników i jej zastosowania do zadań związanych z kolorowaniem i szachownicami.

Konkurs organizowany jest przez czasopismo „Delta” oraz Polskie Towarzystwo Matematyczne.

Ocenianie kształtujące w nauczaniu matematyki

Anna Pyzara anna.pyzara@umcs.pl

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

Współautorka:

Eliza Jackowska-Boryc eliza.boryc@poczta.umcs.lublin.pl

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

Ocenianie kształtujące jest metodą nauczania, która polega na systematycznym pozyskiwaniu informacji o procesie zdobywania wiedzy przez uczniów. Dzięki indywidualnemu podejściu do każdego ucznia, nauczyciel może modyfikować dalsze etapy przekazywania wiedzy i dawać uczniom informację zwrotną pomagającą im w nauce. Głównym założeniem oceniania kształtującego jest indywidualizacja przyswajania wiedzy przez uczniów. Sama idea oceniania kształtującego opiera się na pięciu filarach, które są niezbędne w procesie kształcenia uczniów. Są to: cele i kryteria sukcesu, dialog, informacja zwrotna, współpraca uczniów czyli wzajemne nauczanie, oraz odpowiedzialność.

W naszej pracy naukowej badamy w jakim stopniu nauczyciele matematyki wprowadzają elementy oceniania kształtującego na swoich lekcjach. Podczas referatu przedstawimy w jaki sposób ocenianie kształtujące wpływa na przyswajanie wiedzy na lekcjach matematyki w lubelskich szkołach. Przedstawimy także dalsze kierunki naszych badań.

Rozumowanie i argumentacja ucznia ze spektrum autyzmu na lekcjach matematyki

Karolina Mroczyńska kamrok@ukw.edu.pl

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy

Celem referatu jest diagnoza rozumowania i argumentacji ucznia ze spektrum autyzmu na lekcjach matematyki. Na podstawie analizy egzaminu gimnazjalnego z matematyki oraz doświadczeń z lekcji zostanie przedstawione myślenie matematyczne – "kręta ścieżka" dochodzenia do rozwiązania problemu matematycznego. Dla ucznia ze spektrum autyzmu sam temat treści zadania może być już pierwszą przeszkodą. Rozumowanie i argumentacja to najważniejszy, a równocześnie najtrudniejszy do osiągnięcia cel ogólny określony w podstawie programowej. Rozumowanie, czyli myślenie logiczne, to sposób pojmowania świata, jego elementów i relacji między nimi. Ta umiejętność ma istotny wpływ na funkcjonowanie społeczne, które jest szczególnym obszarem w życiu osoby ze spektrum autyzmu.

Darth Vader Rule

Krzysztof Ostaszewski krzysio@ilstu.edu
Illinois State University, USA

In this talk, I will present a way to teach students how to calculate the expected value of a random variable using the survival function, instead of the traditional approach. The method is widely used in actuarial applications, but rarely so in the way probability is taught.

References

- [1] P. Muldowney, K. Ostaszewski, W. Wojdowski, *The Darth Vader Rule*, Tatra Mountains Mathematical Publications 52(1): 53–63 (2012).

Kształtowanie pojęć matematycznych u przyszłych nauczycieli matematyki

Barbara Pieronkiewicz barbara.pieronkiewicz@up.krakow.pl
Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

Referat wpisuje się w podejmowane współcześnie przez dydaktyków matematyki dyskusje na temat problemów kształcenia matematycznego. Wystąpienie poświęcone będzie zagadnieniu kształcenia przyszłych nauczycieli matematyki, rozumianego jako kształcenie osób, które mają być w przyszłości odpowiedzialne za jakość edukacji matematycznej w polskich szkołach.

W pierwszej części omówię przebieg i wyniki badania obrazu pojęcia prostej stycznej do krzywej płaskiej przeprowadzonego na grupie studentów II roku studiów II stopnia specjalności nauczycielskiej kierunku matematyka (IM UP). W dalszej części przykład pojęcia stycznej postuży do zilustrowania koncepcji kształtowania pojęć matematycznych u przyszłych nauczycieli matematyki. Koncepcja ta zostanie usytuowana w kontekście wciąż aktualnych i wartych przypomnienia, postulatów prof. A. Z. Krygowskiej dotyczących kształcenia nauczycieli na wyższych uczelniach.

Polskie podręczniki do matematyki 1919–2019. Zmiany

Jerzy Szczepański Jerzy.Szczepanski@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Polskie podręczniki do matematyki w latach 1919–2019 ulegały zmianom, które są łatwo dostrzegalne (liczba autorów, objętość, liczba wydań, nakład), jak

też takim, które są trudniej uchwytne (funkcja podręcznika i jego recepcja przez uczniów i nauczycieli). Prześledzimy te zmiany i ich wpływ na jakość podręczników.

Bibliografia

- [1] D. Ciesielska, J. Szczepański, *Szkolny podręcznik do matematyki z perspektywy czterdziestu lat (1975–2015)*, Opinie Edukacyjne Polskiej Akademii Umiejętności XV: 101–122 (2017).
- [2] D. Ciesielska, J. Szczepański, *Recepcja polskich szkolnych podręczników do matematyki w latach 2010–2017*, Opinie Edukacyjne Polskiej Akademii Umiejętności XV: 123–132 (2017).
- [3] J. Szczepański, *Idea enchirydionu w językach nowożytnych*, Opinie Edukacyjne Polskiej Akademii Umiejętności XV: 189–211 (2017).
- [4] J. Szczepański, *Parametry fizyczne polskich podręczników do matematyki w latach 1801–2017*, Opinie Edukacyjne Polskiej Akademii Umiejętności (w druku).

● [Początek sekcji](#)

Matematyka utopijna

Michał Szurek szurek@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Wrocławski

Od 2005 roku egzamin maturalny ma o wiele większą wagę, niż miał do 2004. Jest od razu egzaminem wstępnym na studia. Wynik z tego egzaminu ustawia absolwenta praktycznie „na zawsze”. Oczywiście, można po roku zdawać jeszcze raz. Jest to jednak powtórka z tego samego. Nie będę dyskutował o wadach i zaletach takiego systemu. Uważam zresztą, że zalet jest więcej niż wad.

Niezauważalnie i powoli zmieniła się rola nauczyciela, nie tylko licealnego. Postrzegany jest mniej więcej tak, jak trener piłki nożnej: ma wygrać mecz, jak trener skoczka narciarskiego: stawiamy wychowanka na dużej Krokwi i masz od razu skoczyć jak najdalej. Cel jest główny i jedyny. Nie ma miejsca na refleksję, ciekawe wycieczki w ciekawe obszary intelektualne, łamigłówki. Protestują uczniowie i rodzice. „Tego nie będzie na maturze”. Gdy ja (M.Sz.) przygotowywałem się do studiów, na serio wziętem rady, by uczyć się egzaminu, uczyć się więcej, niż to jest potrzebne. To bardzo dobra rada, dziś oprotestowywana. A piłkarz, który by odmówił wykonywania „pompek” na treningu, byłoby pewnie wyrzucony z kadry, „bo tego nie będzie na meczu, trenerze!” .

Taka organizacja matury jest wymuszona przez kryterium obiektywności. Oceniemy według jednolitych kryteriów. Ma być sprawiedliwie. To jest wykonalne, jeśli chodzi o matematykę. Staje się parodią, gdy przykładamy to do dziedzin, w których wymierna ocena jest po prostu niemożliwa, gdy nawet jej nie oczekujemy. Czy lepszy jest kotlet schabowy, pieczeń wołowa czy leczo z pomidorami? A może ciastko z kremem? Co czujesz, słuchając poloneza As-dur Chopina, podkreśl właściwe: a) wzruszenie, b) dumę narodową, c) dźwięki fortepianu, d) Wolność,

wiodącą lud na barykady, e) koncert Wojskiego na rogu ulicy Mickiewicza i Słowackiego, f) że też takie starocie puszczają.

Przyzwyczajamy uczniów do tego, co jest dla nas oczywistością: dajemy uczniom zadania. Oni rozwiązują. Dajemy następne. I tak dalej. ćwiczymy wszystko, aż do wyrobienia automatyzmów. Wyszkolony tak uczeń „śmiga” egzamin dojrzałości na 90 procent. Czy można uczyć inaczej? Czy to ma sens? Czy przebijemy się z tak inaczej traktowanym nauczaniem? Odpowiedź na ostatnie pytanie brzmi „nie”. I dlatego nazywam to matematyką utopijną. A jednak... No, właśnie, co się kryje za tym „jednak” – będzie na wykładzie. Podam kilka konkretów.

Wątek 1. Rozwiązałeś zadanie. To świetnie. A teraz utóż kilka na podobny temat. Określenie „podobny” traktuj luźno.

Wątek 2. Podam Ci dowód twierdzenia. Zastosuj to rozumowanie w szerszym kontekście. Jeden z najprostszych przykładów: na pewno pamiętasz wzór na promień okręgu wpisanego w trójkąt, $r = S/p$. Przypomnij sobie dowód i zastosuj go do przestrzennej wersji.

Wątek 3. Spójrz na rysunek. Utóż zadanie pasujące do niego.

Wątek 4. Znajdź liczby Fibonacciego w trójkącie Pascala.

A oto konkretne zadanie, tylko dla dorosłych. Dlaczego cechy podzielności przez 3, 9 i 11 są tak podobne? Co to znaczy w matematyce „dlaczego”. A dlaczego to zadanie jest „tylko dla dorosłych”? To łatwe: treść jest mocno niewłaściwa dla dzieci.

Ach, gdzież są niegdysiejsze śniegi!

● Początek sekcji

O potrzebie pogłębionych badań z dydaktyki matematyki na podstawie wybranych prac magisterskich

Anna Widur anna.widur@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Od dwóch lat jestem członkiem Jury w Konkursie PTM im. Prof. A.Z. Krygowskiej na najlepszą pracę z dydaktyki matematyki. W tym czasie przeczytałam około 20 prac magisterskich i licencjackich z zakresu dydaktyki matematyki. Zauważyłam, że co najmniej połowa podejmuje problemy, które chociaż zazwyczaj nie są nowe w dydaktyce, egzemplifikują się w zupełnie nowym świetle we współczesnym nauczaniu. Badania zapoczątkowane w tych pracach są z konieczności niezbyt szerokie, krótkotrwałe i choć sygnalizują ważny problem, kończą się ubogimi wnioskami. W swoim wystąpieniu podam kilka przykładów takich prac i autorski szkic naukowego projektu prowadzenia dalszych, pogłębionych badań.

● Początek sekcji



Application of Cabri 3d in teaching stereometry

Renata Rososzczuk r.rososzczuk@pollub.pl

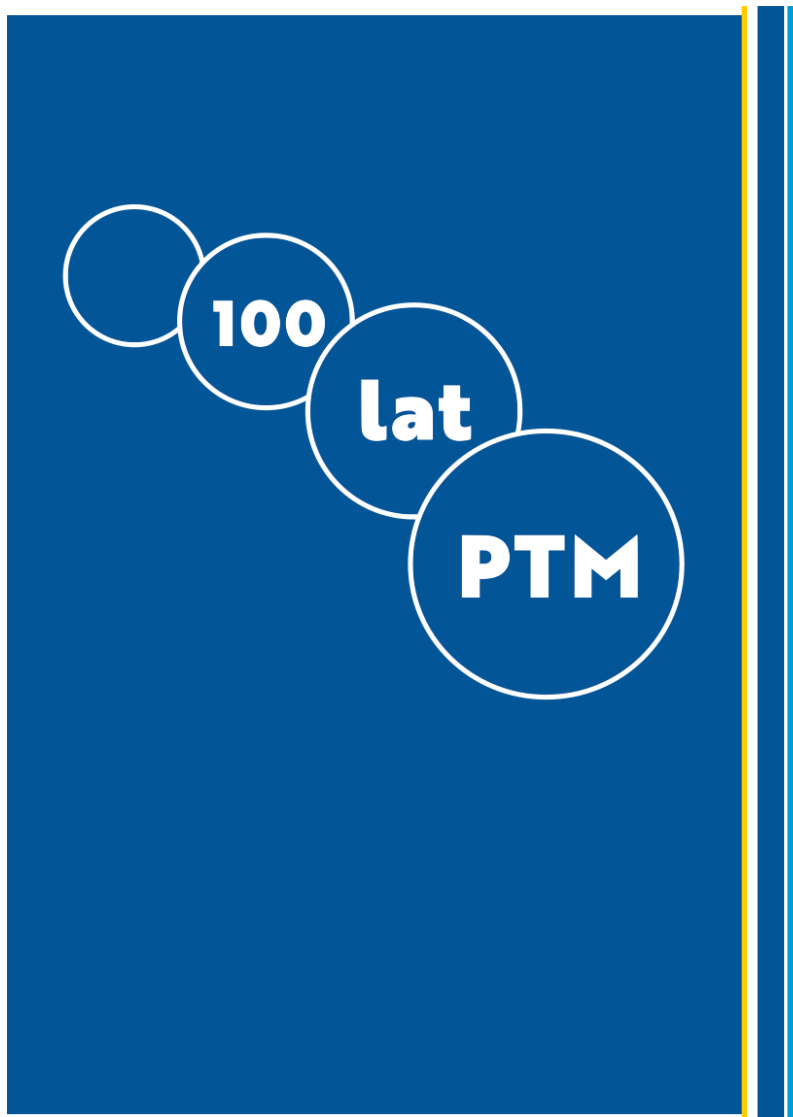
Politechnika Lubelska

Cabri 3D is a software which connects geometry and algebra to enable measuring length, distance, area, angles, scalar product, volume and use them in calculations or in algebraic expressions. Cabri 3D gives new opportunities for teaching three-dimensional Euclidean geometry. We describe some tools and functions of Cabri 3D. We also give a sketch of using this mathematical software to create 2D and 3D figures and explore a figure's properties by manipulating its variable elements.

References

- [1] Cabri: Maths software for students: <http://www.cabri.com>.
- [2] Sophie and Pierre René de Cotret, Cabri 3D v2.1 user's manual, Cabrilog S.A.S., 2007.

● [Początek sekcji](#)



Filozofia Matematyki

patroni sesji

Stanisław Leśniewski Jan Łukasiewicz



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Cantor established two kinds of infinity: cardinal and ordinal numbers, each with its own arithmetic and its own relation *greater than*. In modern developments, ordinal numbers are special sets, cardinal numbers are specific ordinal numbers. In both cases, the set of natural numbers \mathbb{N} makes the yardstick of infinity – be it the cardinal number \aleph_0 or the ordinal ω . Thus, Cantor's theory of infinite numbers defines finite number as a positive integer, and it seeks to extend the system $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1, <)$. However, while Cantor infinities try to extend the system of finite numbers, they hardly mimic its arithmetic, e.g. the addition and multiplication of ordinal numbers are not commutative.

In our theory, finite number is a real number. By extending the system $(\mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1, <)$ we obtain a non-Archimedean field that necessarily includes infinitesimals. Accordingly, we define infinite numbers as inverses of infinitesimals. The 'biggest' non-Archimedean field is the field of surreal numbers as developed in [2] and [4]. We show that it includes Cantor's ordinal numbers, although their sums and product differ from sums and products as defined by Cantor. Therefore, in our theory, Cantor's infinite numbers as well as infinitesimals belong to one and the same mathematical system of a commutative ordered field. Thus, in addition to the number ω , that system also includes numbers like $-\omega$, $\frac{\omega}{2}$, ω^{-1} , as well as $\sqrt{\omega}$ (since the field of surreal numbers is a real closed field). Similarly, within that system each Cantor's ordinal number is subject to ordered field operations.

We show that our specific understanding of finiteness originates in Euclid's notion of *megethos*. Then, *via* a field of line segments as developed in [3], it evolved into a non-Archimedean field explored in [5], and [6]. In fact, Euler explicitly defined infinite numbers as inverses of infinitesimals. On the other hand, Cantor repeatedly sought to prove inconsistency of infinitesimals. Within our framework, we can easily demonstrate flaws in his arguments.

References

- [1] G. Cantor. *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, Springer-Verlag, Berlin, 1932.
- [2] J.H. Conway, *On numbers and games*, Academic Press, London, 1976.
- [3] R. Descartes, *La Géométrie*, Jan Maire, Leiden, 1637.
- [4] H. Gonshor, *An Introduction to the Theory of Surreal Numbers*. Cambridge UP, Cambridge, 1986.
- [5] L. Euler, *Introductio in Analysin Infinitorum*, Lausanae 1748.
- [6] L. Euler, *Institutiones Calculi Differentialis*. Saint Petersburg 1755.

Najwcześniejsza postać metamatematyki Hilberta

Jerzy Dadaczyński jerzy.dadaczynski@upjp2.edu.pl
Uniwersytet Papieski Jana Pawła II w Krakowie

Celem wystąpienia jest analiza pierwszej (1922) z długiej serii prac Hilberta, w których prezentuje on swój program formalizmu. Hilbert po raz pierwszy jawnie wprowadza tutaj metamatematykę – we wcześniejszym podejściu, w roku 1904, nie rozróżniał on jeszcze poziomu przedmiotowego i metapredmiotowego. Pokazano zostanie, że w roku 1922 uczony z Getyngi wprowadził faktycznie kilka poziomów (nie tylko, jak się powszechnie uważa, dwa: sformalizowaną matematykę i metamatematykę) matematyki. Istnieje poziom beztreściowych znaków arytmetycznych (symbol „I-Z”), poziom treściowej arytmetyki (*inhaltliche Arithmetik*) (symbol „II-T”), w której opisuje się poziom I-Z, poziom sformalizowanej matematyki (symbol „II-F” – Hilbert postuluje pełną formalizację matematyki) i poziom treściowej (*inhaltliche*) metamatematyki (symbol „III-MM”), który opisuje poziom II-F.

Hilbert podkreśla, że relacja III-MM do II-F jest taka sama, jak relacja II-T do I-Z (opis, badanie). W ten sposób stara się on charakteryzować (treściową) metamatematykę. Wyraża on przekonanie, że na poziomie III-MM będzie możliwe przeprowadzenie dowodu niesprzeczności sformalizowanej matematyki z poziomu II-F, co było zasadniczym celem Hilbertowskiego formalizmu.

W ramach wystąpienia dokonana zostanie analiza pierwszego Hilbertowskiego dowodu twierdzenia metamatematycznego. Wskazane zostanie że uczony z Getyngi założył na poziomie (treściowej) metamatematyki (III-MM) część treściowej arytmetyki z poziomu II-T oraz logikę klasyczną.

W roku 1922 Hilbert nie rozróżnił jeszcze *explicite* ani matematyki finistycznej i infinistycznej, ani matematyki realnej i idealnej. Pokazane zostanie, że *implicite* taki podział był już przez niego wtedy przyjmowany. Pozwala to wysunąć przypuszczenie, że Hilbert już w roku 1922 posiadał koncepcję – ujawnioną kilka lat później – finistycznego dowodu niesprzeczności matematyki infinistycznej. Poza tym był on świadomy, w związku z zarzutami Brouwera, potrzeby wyjaśnienia kwestii logicznych podstaw matematyki klasycznej.

● [Początek sekcji](#)

Granice rozumowań opartych na diagramach

Marlena Fila marlena.fila@up.krakow.pl
Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

Jeśli $(F, +, \cdot, 0, 1, <)$ jest ciałem uporządkowanym, $f : [0, 1] \mapsto F$ jest funkcją ciągłą taką, że $f(0)f(1) < 0$, wtedy $f(x) = 0$, dla pewnego $x \in (0, 1)$ (IVT). Odpowiadający powyższemu twierdzeniu diagram, *diag(IVT)*, przedstawia wykres funkcji f przecinający prostą $(F, <)$ w punkcie leżącym między 0 oraz 1.

W [2] Brown twierdzi, że *diag(IVT)* jest wystarczającym argumentem na rzecz istnienia punktu przecięcia wykresu funkcji f z prostą $(F, <)$. W [3] Giaquinto

twierdzi, że *diag(IVT)* nie może być dowodem IVT, ponieważ istnieją funkcje ciągłe nieróżniczkowalne, których nie można przedstawić w postaci graficznej.

W wystąpieniu polemizujemy z tezami Browna i Giaquinto. Twierdzimy, że rozumowanie oparte na diagramie jest wiarygodne, o ile istnieje formuła, której reprezentacją jest dany diagram.

Bibliografia

- [1] Bernard Bolzano, *Rein analytischer Beweis*, Gotlieb Hasse, 1817.
- [2] James R. Brown, *Proofs and Pictures*, Brit. J. Phil Sci., vol. 48 (1997), 161–180.
- [3] Marcus Giaquinto, *Crossing curves: A limit to the use of diagrams in proofs*, *Philosophia Mathematica*, vol. 19 (2011), 181–207.

● [Początek sekcji](#)

Początki geometrii euklidesowej jako przykład poznania rozszerzonego

Mateusz Hohol mateusz.hohol@uj.edu.pl

Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych i Uniwersytet Jagielloński

W trakcie wystąpienia będę bronił tezy, że proponowane dotychczas kognitywne teorie matematyki, skupiające się jedynie na indywidualnych czynnikach poznawczych, są niewystarczające by wyjaśnić genezę jej cech, takich jak abstrakcyjność pojęć, konieczność rozumowań i uniwersalność wyników. Na przykładzie Elementów Euklidesa pokażę, że dedukcyjna geometria mogła powstać tylko w specyficznej niszy poznawczej, w której dostępne publicznie artefakty – oznaczone literami diagramy oraz język formularny – umożliwiły kolaborację uczonych, rozszerzając ich indywidualne zdolności poznawcze. Następnie wskażę implikacje tej tezy zarówno dla psychologii matematyki, która bada współczesną formę poznania geometrycznego, jak i filozofii matematyki.

Bibliografia

- [1] M. Hohol, *Foundations of geometric cognition*, Routledge, New York, 2019 (w druku).
- [2] M. Hohol, M. Miłkowski, *Cognitive artifacts for geometric reasoning*, *Foundations of Science*, online first: <https://doi.org/10.1007/s10699-019-09603-w> (2019).
- [3] R. Netz, *The shaping of deduction in Greek mathematics: A study in cognitive history*, Cambridge University Press, Cambridge, 2009.

● [Początek sekcji](#)

Suprasubiektywne istnienie w matematyce

Stanisław Krajewski stanislaw.krajewski@uw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Matematycy to realiści platońscy, jeśli chodzi o istnienie bytów matematycznych, ale gdy ich nacisnąć, by powiedzieli, na czym to istnienie polega, wycofują się i skrywają za tarczą postawy formalistycznej. Można uwzględnić oba stanowiska z równą powagą. W tym celu wprowadzone jest pojęcie istnienia suprasubiektywnego. Zakłada ono istnienie intersubiektywne oraz dodatkowo podkreślenie obiektywności, która jest jednakowoż pozbawiona obiektów. Ta idea jest zilustrowana zaczerpniętym od Williama Byersa porównaniem z tęczą. Tęcza nie jest obiektem, ale ma szczególną subiektywną obiektywność.

Bibliografia

- [1] S. Krajewski, *On Suprasubjective Existence in Mathematics*, *Studia semiotyczne* XXXII.2: 75–86 (2018).

● [Początek sekcji](#)

O dowodzie w matematyce

Roman Murawski rmur@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

Przedmiotem referatu jest analiza roli i znaczenia dowodu w matematyce. Rozróżnia się dowody nieformalne i dowody formalne. Podkreśla się, że podstawową funkcją dowodów w praktyce badawczej matematyków jest weryfikacja i wyjaśnianie. Rozważa się problem dopuszczalnych metod w dowodach nieformalnych, w szczególności używanie komputera. Porównuje się cechy dowodu formalnego i nieformalnego podkreślając psychologiczne, socjologiczne i kulturowe aspekty dowodów nieformalnych i akcentując syntaktyczny charakter dowodów formalnych versus semantyczny charakter dowodów nieformalnych.

● [Początek sekcji](#)

Negacja tezy Churcha a zupełność arytmetyki

Jerzy Mycka jerzm@hektor.umcs.lublin.pl
Uniwersytet im. Marii Curie-Skłodowskiej

Współautor:

Adam Olszewski adam.olszewski@upjp2.edu.pl
Uniwersytet Papieski Jana Pawła II w Krakowie

Praca zajmuje się badaniem konsekwencji potencjalnej fałszywości tezy Churcha (CT). Przyjmujemy tutaj następujące mocne sformułowanie CT: pojęcie funkcji efektywnie obliczalnej w sensie intuicyjnym jest identyczne z pojęciem funkcji rekurencyjnej. Fałszywość CT będzie oznaczała, iż pod pojęcie funkcji efektywnie

obliczalnej w sensie intuicyjnym podpada więcej funkcji, niż pod pojęcie funkcji rekurencyjnej.

Referat zajmuje się zbadaniem konsekwencji dołączenia takiej funkcji do arytmetyki Peana (PA). Okazuje się, że samo istnienie funkcji efektywnie obliczalnych a nierekurencyjnych nie poszerza znacząco możliwości dowodowych PA. Jednak odpowiednie zintegrowanie takich funkcji z systemem aksjomatów (czyli modyfikacja PA^+) pozwala poszerzyć zakres zdań prawdziwych posiadających dowód w PA^+ .

Bibliografia

- [1] G. Boolos, *The Logic of Provability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [2] A. Olszewski and J. Mycka, *Czy teza Churcha ma jeszcze jakieś znaczenie dla informatyki*, Informatyka a filozofia. Od informatyki i jej zastosowań do światopoglądu informatycznego, 53–74 (2015).
- [3] W. Sieg, *Step by Recursive Step: Church's Analysis of Effective Calculability*, Bull. Symbolic Logic, 3(2):154–180 (1997).

● [Początek sekcji](#)

Koncepcja post-transgresyjnej nadinterpretacji w filogenezie i ontogenezie matematyki

Zbigniew Semadeni semadeni@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski (emeryt) oraz Wyższa Szkoła Gospodarki Euroregionalnej w Józefowie

Filogeneza matematyki to jej ewolucyjny rozwój historyczny, a *ontogeneza matematyki* to jej rozwój w umyśle pojedynczego człowieka. Przymiotnik *post-transgresyjny* odnosi się do *matematycznej transgresji poznawczej* rozumianej jako przekroczenie — przez pojedynczego człowieka lub przez społeczność uczonych — pewnego wcześniejszego ograniczenia poznawczego, pewnej granicy wiedzy lub nieprzekraczalnej bariery przekonań naukowych. Takie kluczowe przejście z pewnego niższego poziomu rozwojowego danej idei na wyższy mogło dokonać się w umyśle jednego człowieka lub trwać stulecia. Do najbardziej znanych transgresji należy przejście od takiej linii prostej, jaką zapewne pojmował Euklides, do linii prostej o aktualnie nieskończonej długości oraz przejście od prostej Euklidesa do prostej ciągłej (takiej jak u Dedekinda). Analogiczne transgresje związane z nieskończonością (bądź ich brak) stwierdzano u licealistów, np. przy kwestii, ile wynosi suma $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$. Mniej znanym przykładem, choć bardzo ważnym, jest niemożność uczniów I klasy do myślenia o sumie np. $4 + 3$ jako o pojedynczej liczbie (liczbą jest dla nich dopiero wynik 7 otrzymany po wykonaniu dodawania, przedtem zaś $4 + 3$ jest jedynie poleceniem obliczenia). Przy pewnych transgresjach chodzi o pozornie nieistotny wzrost abstrakcji danego pojęcia, który początkowo jest jednak nie do pokonania.

Post-transgresyjna nadinterpretacja polega na tym, że osoba po danej trans-

gresji często nie jest w stanie wejść w sposób myślenia osoby przed transgresją i nieświadomie przypisuje jej myśli na wyższym, bardziej abstrakcyjnym poziomie świadomości. Jest to ukryty czynnik, który należy starać się uwzględnić przy analizach z historii matematyki.

● [Początek sekcji](#)

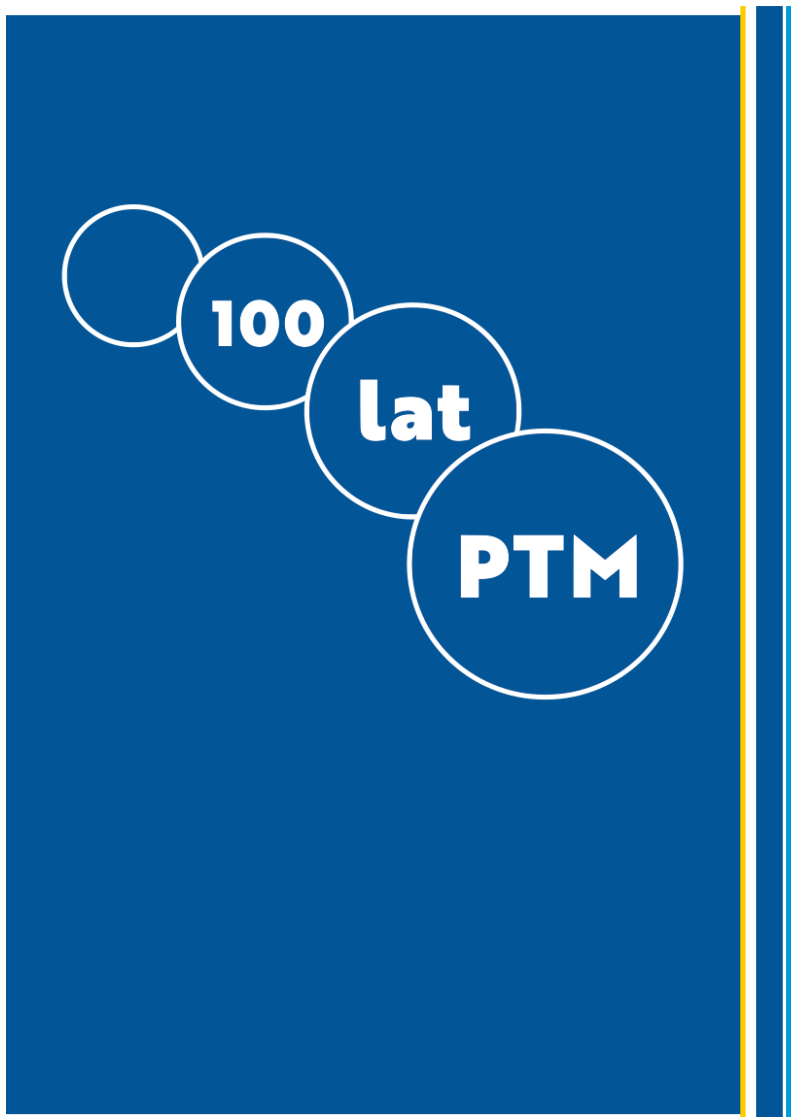
W jakim sensie matematyka jest aprioryczna?

Jan Woleński jan.wolenski@uj.edu.pl

Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie

Kant podzielił sądy na analityczne i syntetyczne oraz aprioryczne i aposterioryczne. Skrzyżowanie tych podziałów daje trzy kategorie: analityczne (są a priori z definicji), syntetyczne a priori i syntetyczne a posteriori. Poszczególne stanowiska w filozofii matematyki mogą być scharakteryzowane przez wskazanie (charakterystyka nawiązuje do Ajdukiewicza) z jakich sądów składa się matematyka czysta (ze stosowaną są pewne dodatkowe problemy). Aprioryści skrajni (np. Husserl) uważają, że z sądów syntetycznych a priori, aprioryści umiarkowani (np. Kant), że z sądów analitycznych (logika) i syntetycznych a priori (arytmetyka, geometria), empiryści umiarkowani (np. logiczni empiryści), że z sądów analitycznych, a empiryści skrajni (np. J. S. Mill), że z sądów syntetycznych a posteriori. Możliwe są też rozmaite warianty, np. Leibniz, apriorysta skrajny w ogólności, twierdził, że każda prawda jest analityczna, ale miał na myśli, że niektóre z nich mają charakter infinitarny – opierają się na nieskończonych układach przestanków. Kategoria aprioryczności jest wyróżniona i stwarza rozmaite problemy. Empirysta umiarkowany zgadza się, by tak rzec, na minimum aprioryczności i lokuje je w analityczności. Jest jednak empirystą i ma problem z wyjaśnieniem genezy sądów (zdań), które są uniwersalnie ważne. Apriorysta skrajny ma kłopot z wyjaśnieniem poznania gwarantującego sądy syntetyczne a priori. Na ogół odwołuje się do jakos rozumianej intuicji, ale brak zgody na czym ma ona polegać. Apriorysta umiarkowany dziedziczy wyżej wskazane kłopoty – Kant przyjął, że czas (podstawa matematyki) i przestrzeń (podstawa geometrii) są kategoriami wbudowanymi w rozum teoretyczny. Wydaje się, że potrzebny jest jakiś kompromis pomiędzy aprioryzmem a empiryzmem. Jednym z rozwiązań może być przyjęcie warunkowego a priori. Znaczyłoby ono, że aksjomaty teorii matematycznych są pierwotne w stosunku do aktualnego doświadczenia, ale motywowane dotychczasowym stanem praktyki matematycznej. Wszystko wskazuje na to, że umysł ludzki ma zdolność takiego przetwarzania informacji symbolicznej, które generuje jej przyrost na wyjściu. Można to uznać za źródło matematycznego a priori, wprawdzie zależnego od stanu na wejściu, ale jednak wykraczającego poza stan wyjściowy. Rachunek prawdopodobieństwa dostarcza pewnej inspiracji (prawdopodobieństwo a priori).

● [Początek sekcji](#)



fizyka matematyczna

patroni sesji

Mark Kac Stanisław Ulam



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Algebroidy Liego w mechanice geometrycznej i teorii pola

Katarzyna Grabowska konieczn@fuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Algebroid Liego jest to wiązka wektorowa wyposażona w dodatkową strukturę, między innymi antysymetryczny, liniowy nawias na przestrzeni cięć wiązki. Wśród kanonicznych przykładów algebroidu Liego jest wiązka styczna oraz algebra Liego traktowana jak wiązka nad jednym punktem. W roku 1996 Paulette Libermann i Alan Weinstein zaproponowali sformułowanie mechaniki geometrycznej oparte na strukturze algebroidu Liego. O tego czasu powstało w tej dziedzinie wiele interesujących prac. Algebroidy Liego pojawiły się także w klasycznej teorii pola. W czasie mojego wykładu opowiem w jaki sposób struktura algebroidu funkcjonuje w klasycznych teoriach fizycznych i dlaczego warto jej używać.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Geometric structure of spacetime: about three fundamental ideas of Einstein (two of them unsuccessful...)

Jerzy Kijowski
Polska Akademia Nauk

I present a new geometric structure which is well adapted to description of gravity. The new approach to general relativity theory, based on this structure, implies:

1) necessity of the cosmological constant already on the fundamental level (Einstein considered introduction of the cosmological constant as the "most important error which he ever committed").

2) unification of gravity with electromagnetism (Einstein considered gravitation as the "theory of a symmetric tensor $g_{\mu\nu}$ " and electromagnetism as the "theory of an antisymmetric tensor $f_{\mu\nu}$ ". In 1925 he tried to propose a unification, just considering a non-symmetric metric " $g+f$ ", which was entirely unsuccessful).

3) necessity of a new type of matter (black matter???)

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Quantization and groupoid of partially invertible elements of W^* -algebra

Anatol Odziejewicz aodziejew@uwb.edu.pl
Uniwersytet w Białymstoku

The geometrical structures related to W^* -algebra (von Neumann algebra) structure in a canonical way are presented as well as a method of quantization based on these structures is proposed.

- [1] G. W. Mackey, *Mathematical foundations of quantum mechanics*, Dover Publications, Inc. 2004
- [2] A. Odziejewicz, *Coherent states and geometric quantization*, Commun. Math. Phys. 150 (1992), no. 2, 385-413.
- [3] A. Odziejewicz, T. Ratiu, *Banach Lie-Poisson spaces and reduction*, Comm. Math. Phys., 243 (2003) 1-54
- [4] A. Odziejewicz, M. Horowski, *Positive kernels and quantization*, J. Geom. Phys. 63 (2013), 80-98
- [5] A. Odziejewicz, A. Sliżewska, *Banach Lie groupoids associated to W^* -algebra*, J. Sympl. Geom., 14 (2016), 3, 687 - 736
- [6] A. Odziejewicz, G. Jakimowicz, A. Sliżewska, *Banach-Lie algebroids associated to the groupoid of partially invertible elements of a W^* -algebra*, J. Geom. Phys., 95 (2015) 108-126
- [7] A. Odziejewicz, G. Jakimowicz, A. Sliżewska, *Fibre-wise linear Poisson structures related to W^* -algebra*, J. Geom. Phys. 123 (2018), 385-423

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Nieortogonalne wektory własne dużych niehermitowskich macierzy przypadkowych

Wojciech Tarnowski wojciech.tarnowski@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

Hermitowskie macierze przypadkowe w fizyce pojawiły się za sprawą E. Wignera, który zaproponował je jako prosty model opisu statystycznych własności poziomów energetycznych jąder atomowych. Od tamtego czasu są one obiektem dużego zainteresowania zarówno od strony czysto matematycznej jak i w kontekście zastosowań. Porzucenie założenia o hermitowskości macierzy powoduje, że wartości własne nie muszą być rzeczywiste, ale także wektory własne takich macierzy przestają być ortogonalne. O ile pierwszy aspekt był obiektem intensywnych badań przez ostatnie dekady, o tyle wciąż mało wiadomo o statystyce wektorów własnych.

Do opisu dużych macierzy przypadkowych można użyć metod rozwinięcia perturbacyjnego i diagramów Feynmana znanych ze statystycznej teorii pola. W trakcie referatu przedstawione zostaną wyniki uzyskane tą techniką, pozwalające zgłębić problem statystycznych własności nieortogonalnych wektorów własnych.

Bibliografia

- [1] S. Belinschi, M.A. Nowak, R. Speicher, W. Tarnowski, *Squared eigenvalue condition numbers and eigenvector correlations from the single ring theorem*, J. Phys. A 50, 105204 (2017).
- [2] M.A. Nowak, W. Tarnowski, *Probing non-orthogonality of eigenvectors in non-Hermitian matrix models: diagrammatic approach*, J. High En. Phys. 2018, 152 (2018).

● Początek sekcji

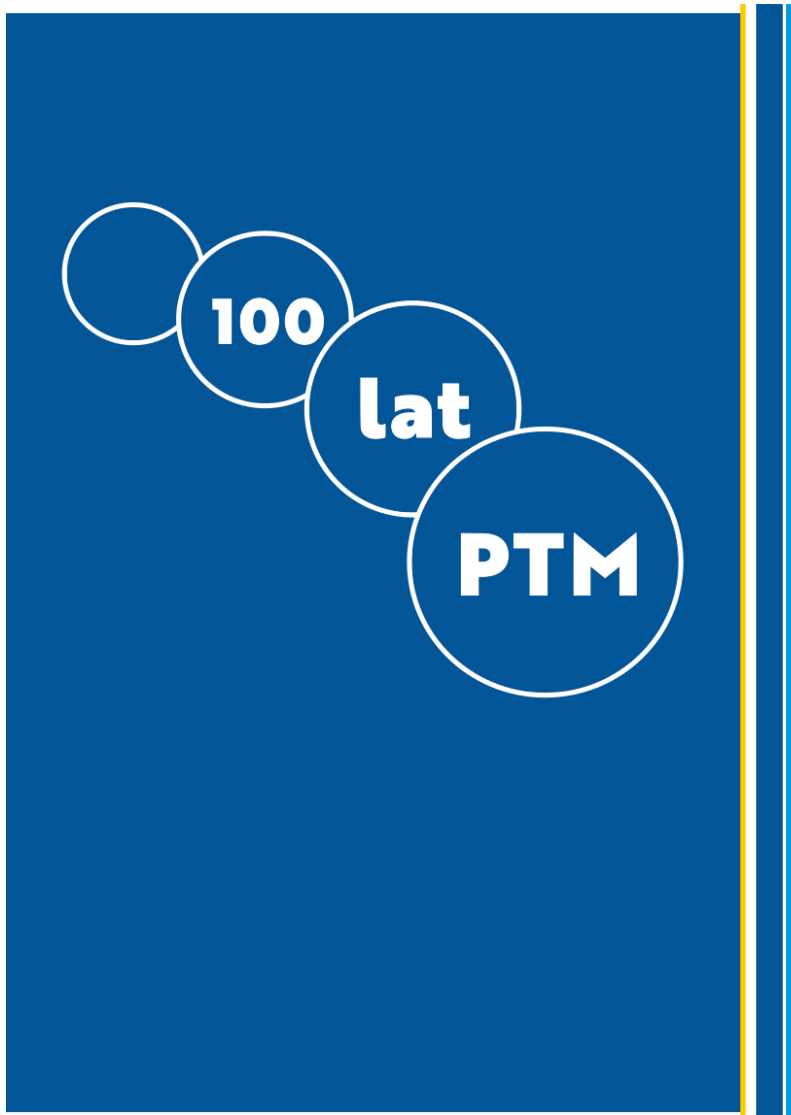


Perturbation of Noncommutative Dirichlet Forms and Entropy Estimates

Bogusław Zegarlinski b.zegarlinski@imperial.ac.uk
Imperial College London

We present recent results on noncommutative Dirichlet forms and coercive inequalities on noncommutative algebras.

● Początek sekcji



forum informatyki teoretycznej



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Hiperboliczne pseudo-betweenness – nowa miara centralności dla sieci społecznych

Dorota Celińska-Kopczyńska dcelinska@wne.uw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Współautor:

Eryk Kopczyński erykk@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Miary centralności służą wskazaniu, które węzły są kluczowe dla sieci. Betweenness jest jedną z takich miar, można ją z grubsza interpretować jako ułamek wszystkich najkrótszych ścieżek pomiędzy dwoma węzłami w sieci, zawierających dany węzeł. Węzeł jest tym ważniejszy, im więcej najkrótszych ścieżek przez niego przechodzi. Jednakże, liczenie tej miary jest kosztowne obliczeniowo.

Geometria hiperboliczna ostatnimi czasy jest stosowana w analizie sieci społecznych. W szczególności, Dyskretny Model Hiperbolicznych Grafów Losowych (DHRG) może być użyty do wygenerowania sieci, które cechują się właściwościami zbliżonymi do tych posiadanych przez rzeczywiste sieci. Po zanurzeniu sieci w płaszczyźnie hiperbolicznej z wykorzystaniem modelu DHRG, reinterpreterujemy definicję miary centralności, otrzymując hiperboliczne pseudo-betweenness. Wiadomo, że grafy o drzewiastej strukturze cechują się dobrymi własnościami algorytmicznymi. W szczególności, dzięki nim nasze hiperboliczne pseudo-betweenness można policzyć efektywnie. Porównujemy również naszą miarę z innymi istniejącymi miarami centralności.

● [Początek sekcji](#)

Algorytm lokalny dla problemu kolorowania hipergrafów niejednorodnych

Andrzej Dorobisz a.dorobisz@tcs.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

W naszej pracy rozważamy problem znalezienia poprawnego dwukolorowania dla hipergrafów niejednorodnych spełniających wzmocniony warunek Lokalnego Lematu Lovásza. Bazując na algorytmie opracowanym przez Czumaja i Scheidlera oraz algorytmie Mosera-Tardosa, konstruujemy algorytm lokalny dla tego problemu.

Bibliografia

- [1] Noga Alon. *A parallel algorithmic version of the local lemma*, Random Structures Algorithms, 2(4):367–378, 1991.
- [2] non-uniform Artur Czumaj and Christian Scheideler. *Coloring non-uniform hypergraphs: a new algorithmic approach to the general Lovász local lemma*, Proceedings of the Eleventh Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (San Francisco, CA, 2000), pages 30–39. ACM, New York, 2000.

- [3] Moser-Tardos Robin A. Moser and Gábor Tardos. *A constructive proof of the general Lovász Local Lemma*, J. ACM, 57(2):Art. 11, 15, 2010.
- [4] Ronitt Rubinfeld, Gil Tamir, Shai Vardi, and Ning Xie. *N.: Fast local computation algorithms*, ICS 2011, pages 223–238, 2011.

[● Początek sekcji](#)

Mniejsze uniwersalne grafy docelowe dla homomorfizmów kolorowań krawędziowych

Grzegorz Guśpiel guspiel@tcs.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Gęstość $D(G)$ grafu G to maksymalny stosunek liczby krawędzi do liczby wierzchołków pewnego podgrafu grafu G . Dla klasy grafów \mathcal{F} wartość $D(\mathcal{F})$ oznacza supremum gęstości grafów z \mathcal{F} . Graf k -kolorowy to skończony, prosty graf, którego krawędziom przyporządkowano liczby od 1 do k , nazywane kolorami. Funkcję ze zbioru wierzchołków jednego k -kolorowego grafu w drugi nazywamy homomorfizmem, jeżeli każda krawędź pierwszego grafu jest odwzorowana w krawędź drugiego grafu z zachowaniem kolorów krawędzi. Dla klasy grafów \mathcal{F} , k -kolorowy graf \mathbb{H} (niekoniecznie z \mathcal{F}) nazywamy k -uniwersalnym dla \mathcal{F} , jeżeli każdy k -kolorowy graf utworzony z grafu z \mathcal{F} można odwzorować homomorficznie w \mathbb{H} .

Wiadomo [1], że dla każdego $k \geq 2$, klasa grafów \mathcal{F} posiada graf k -uniwersalny wtedy i tylko wtedy, gdy acykliczna liczba chromatyczna grafów z \mathcal{F} jest ograniczona przez stałą. Rozmiar najmniejszego grafu k -uniwersalnego dla takiej klasy jako funkcja zmiennej k mieści się, asymptotycznie, pomiędzy $\Omega(k^{D(\mathcal{F})})$ a $O(k^{\lceil D(\mathcal{F}) \rceil})$ [1]. W naszej pracy domykamy górne ograniczenie do $O(k^{D(\mathcal{F})})$ dla klas grafów, dla których $D(\mathcal{F})$ jest liczbą wymierną.

Bibliografia

- [1] G. Guśpiel, G. Gutowski, *Universal targets for homomorphisms of edge-colored graphs*, Journal of Combinatorial Theory, Series B, Elsevier, 2017.

[● Początek sekcji](#)

Równoważenie SLP

Artur Jeż aje@cs.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

W czasie wystąpienia pokażę, że gramatyka bezkontekstowa wielkości m , która generuje pojedyncze słowo w , może być przekształcona w liniowym czasie w gramatykę bezkontekstową wielkości $\mathcal{O}(m)$, której drzewo wyprowadzenia ma głębokość $\mathcal{O}(\log |w|)$. Rozwiązuje to otwarty problem w dziedzinie kompresji gramatykowej. Uzyskany wynik uogólnia się do kompresji gramatykowej drzew jak również do ogólnych obwodów algebraicznych, przy założeniu, że algebra spełnia

pewne techniczne warunki; w szczególności, wynik ten stosuje się do standardowych obwodów arytmetycznych nad (nieprzemiennymi) półprzemiennymi.

● [Początek sekcji](#)

A φ -Competitive Algorithm for Scheduling Packets with Deadlines

Łukasz Jeż lje@cs.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

Joint work with Pavel Veselý, Marek Chrobak, and Jiří Sgall

In the online packet scheduling problem with deadlines (Packet Scheduling, for short), the goal is to schedule transmissions of packets that arrive over time in a network switch and need to be sent across a link. Each packet has a deadline, representing its urgency, and a non-negative weight, that represents its priority. Only one packet can be transmitted in any time slot, so, if the system is overloaded, some packets will inevitably miss their deadlines and be dropped. In this scenario, the natural objective is to compute a transmission schedule that maximizes the total weight of packets which are successfully transmitted. The problem is inherently online, with the scheduling decisions made without the knowledge of future packet arrivals. The central problem concerning Packet Scheduling, that has been a subject of intensive study since 2001, is to determine the optimal competitive ratio of online algorithms, namely the worst-case ratio between the optimum total weight of a schedule (computed by an offline algorithm) and the weight of a schedule computed by a (deterministic) online algorithm. We solve this open problem by presenting a φ -competitive online algorithm for Packet Scheduling (where $\varphi \approx 1.618$ is the golden ratio), matching the previously established lower bound.

● [Początek sekcji](#)

Does Kernel-k-Means Optimize the k-Means Cost Function?

Robert A. Kłopotek r.kłopotek@uksw.edu.pl
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie

Co-author:

Mieczysław A. Kłopotek mieczyslaw.kłopotek@ipipan.waw.pl
Polska Akademia Nauk

We propose a resolution for the issue of applicability of kernel- k -means for non-embeddable kernel matrices. We investigated several euclidization methods commonly used in the literature, including the Theorem 7 of Gower and Legendre from [1] on transformations from a non-embeddable distance matrix to an embeddable one. We have shown experimentally that this theorem is wrong in both parts referring to works of Lingoes and Cailliez. We demonstrated that the *Lingoes* transformation yields same results for kernel- k -means clustering prior

and after this transformation. We showed that Cailliez transformation does not have this property.

Only if we accept the *Lingoes* euclidization transformation as a legitimate kernel matrix transformation and the kernel- k -means clustering in the kernel matrix obtained via such euclidization as the valid clustering for the original kernel matrix, then we can apply the kernel-trick for kernel- k -means also in the non-Euclidean space. Other transformations yield inconsistent results.

Bibliografia

- [1] J.C. Gower and P. Legendre, *Metric and Euclidean properties of dissimilarity coefficients*, *Journal of Classification*, 3: 5–48 (1986).

● [Początek sekcji](#)

Techniki lokalnej zgodności w przetwarzaniu tekstów

Tomasz Kociumaka kociumaka@mimuw.edu.pl

Bar-Ilan University, Izrael

Algorytmy tekstowe często stoją przed koniecznością wyboru pewnego podzbioru pozycji w tekście. Taka potrzeba złamania symetrii naturalnie objawia się w algorytmach równoległych, ale może także wynikać z konstrukcji podziału tekstu na bloki (np. w celu budowy hierarchicznego parsowania tekstu) lub z ograniczeń na dostępną pamięć (utrzymywanie pewnych danych dla wszystkich pozycji tekstu może być zbyt kosztowne). Podzbiór pozycji cechuje lokalna zgodność, jeśli decyzja o losie pozycji jest podejmowana nie w oparciu o jej numer, a jedynie na podstawie zawartości pobliskich pozycji.

Parsowania lokalnie zgodne znane są już od połowy lat 90., gdy stworzono je na potrzeby algorytmów równoległych i do utrzymywania dynamicznych tekstów. Jednakże dopiero ostatnie kilka lat przyniosło rozkwit technik opartych o lokalną zgodność, które znalazły wiele nowych, często zaskakujących zastosowań. Jedną z tych technik jest rekompresja autorstwa Artura Jeża, wykorzystana między innymi do równań na słowach oraz przetwarzania skompresowanych tekstów. Z kolei technika zbiorów synchronizujących, stworzona (w mojej pracy doktorskiej i prowadzących do niej publikacjach) na potrzeby struktur danych utrzymujących statyczne teksty, pozwoliła między innymi na wykorzystanie równoległości bitowej modelu RAM do przetwarzania tekstów nad małym alfabetem. Uzyskaliśmy dzięki temu pierwsze optymalne rozwiązanie problemu zapytań o najdłuższy wspólny prefiks, a także pierwszy algorytm obliczający transformatę Burrowsa-Wheelera w czasie asymptotycznie mniejszym niż długość tekstu (wyniki te opublikowaliśmy z Dominikiem Kempą na konferencji STOC 2019).

W czasie referatu opiszę podstawy kilku technik opartych na lokalnej zgodności, pokażę na prostych przykładach ich użyteczność i naszkicuję bardziej zaawansowane zastosowania.

Testowanie izomorfizmu grafów łukowych w czasie wielomianowym

Tomasz Krawczyk krawczyk@tcs.uj.edu.pl
Uniwersytetu Jagielloński

Grafy łukowe to grafy przecięć łuków okręgu. W niniejszym referacie przedstawię wielomianowy algorytm testujący izomorfizm grafów łukowych. Algorytm ten opiera się na tzw. *drzewach dekompozycyjnych* – strukturach reprezentujących wszystkie znormalizowane modele przecięć grafów łukowych. Drzewa te pełnią więc podobną rolę jak PQ-drzewa dla grafów przedziałowych.

Nasza praca odpowiednio rozszerza i modyfikuje podejście do problemu testowania izomorfizmów grafów łukowych zaproponowane przez Hsu [1]. Aby opisać znormalizowane modele grafu łukowego G , Hsu wykorzystuje odpowiedność pomiędzy takimi modelami a stosownie określonymi modelami przecięć cięciw okręgu pewnego grafu stowarzyszonego z G . Podejście Hsu okazało się być jednak błędne – w szczególności w pracy [2] podano kontrprzykład pokazujący, że drzewa dekompozycyjne Hsu nie mogą być wykorzystane w algorytmach testujących izomorfizm grafów łukowych.

Bibliografia

- [1] W.L. Hsu, *$O(MN)$ algorithms for the recognition and the isomorphism problems on circular-arc graphs*, SIAM J. Comput. 24(3), 411–439, (1995).
- [2] A. Curtis, M.C. Lin, R. McConnell, Y. Nussbaum, F. Soulignac, J. Spinrad, J. Szwarzfiter, *Isomorphism of graph classes related to the circular-ones property*, Discrete Math. Theor. Comput. Sci., 15(1), 157–182, (2013).

Jak rzucać monetą, gdy adwersarz patrzy, i co to ma wspólnego z blockchainem?

Damian Leśniak damian.lesniak@alephzero.org
Cardinal Cryptography

Zarówno Bitcoin, jak i inne systemy typu blockchain u swoich podstaw mają protokół konsensusu, czyli algorytm uzgadniania pomiędzy uczestnikami, w jakiej kolejności należy rozpatrywać transakcje przybywające do systemu. W tym kontekście bardzo zaskakującym rezultatem jest Twierdzenie FLP, które orzeka, przy pewnych założeniach o sieci, że żaden deterministyczny protokół nie jest w stanie rozwiązać problemu konsensusu w sytuacji, gdy choć jeden z uczestników protokołu jest nieuczciwy. W trakcie referatu zaprezentuję nowy protokół konsensusu *Aleph* i pokażę, jak można „oszukać” Twierdzenie FLP wykonując wspólny rozproszony rzut monetą. Powiem też nieco o tym, w jaki sposób zreali-

zować konsystentny rzut w przypadku, gdy nawet spora część uczestników jest nieuczciwa.

Bibliografia

- [1] Adam Gągol, Damian Leśniak, Damian Straszak, Michał Świętek, *Aleph: Efficient Atomic Broadcast in Asynchronous Networks with Byzantine Nodes*, arXiv:1908.05156 (2019).
- [2] Michael J. Fischer, Nancy A. Lynch, Mike Paterson, *Impossibility of Distributed Consensus with One Faulty Process*, J. ACM32, 2 (1985), 374–382.

● [Początek sekcji](#)

Opracowanie algorytmów i modeli z dziedziny sztucznej inteligencji z wykorzystaniem metod drzew behawioralnych celem wdrożenia do gier typu Real-Time Strategy

Mariusz Marek mmarek@uni.opole.pl

Uniwersytet Opolski

Odkrycie drzew behawioralnych miało ogromny wpływ na rozwój sztucznej inteligencji (AI) stosowanej w grach komputerowych. Istniejące prace naukowe skupiają się na opracowaniu AI, które będzie osiągało jak najlepsze wyniki w danej grze. Z drugiej strony, istotnym problemem zdiagnozowanym w branży gier komputerowych jest brak użytkowników w początkowym etapie cyklu życia gry, a zastosowanie na tym etapie zaawansowanego AI prowadzi do zniechęcenia potencjalnych graczy. Podczas referatu omówione zostaną prace wykonane w ramach projektu nr POIR.01.02.00-00-0108/16 realizowane wspólnie z Baad Games Studio. Celem prowadzonych badań było opracowanie metodologii konstrukcji algorytmu sztucznej inteligencji imitujących styl gry rzeczywistych graczy. Zagadnienie to zostało sformułowane jako problem optymalizacji dyskretno-ciągłej w przestrzeni drzew behawioralnych, przy funkcji kryterialnej oceniającej podobieństwo między rozgrywką wzorcową rzeczywistego gracza, a ocenianym drzewem behawioralnym. Zostaną przedstawione również rezultaty przeprowadzonych eksperymentów numerycznych, które wykazały perspektywiczność zastosowanego podejścia.

● [Początek sekcji](#)

Faster Algorithms for Edge Connectivity via Random 2-Out Contractions

Krzysztof Nowicki knowicki@cs.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Co-authors:

Mohsen Ghaffari ghaffari@inf.ethz.ch

ETH Zurich, Szwajcaria

Mikkel Thorup mikkel2thorup@gmail.com
BARC, Univ. of Copenhagen

We provide a simple new randomized contraction approach to the global minimum cut problem for simple undirected graphs. The contractions exploit 2-out edge sampling from each vertex rather than the standard uniform edge sampling. We demonstrate the power of our new approach by obtaining better algorithms for sequential, distributed, and parallel models of computation. Our end results include the following randomized algorithms for computing edge connectivity, with high probability (We use the phrase *with high probability* (whp) to indicate that a statement holds with probability $1 - O(n^{-\gamma})$, for any desired constant $\gamma \geq 1$.)

- Two *sequential* algorithms with complexities $O(m \log n)$ and $O(m + n \log^3 n)$. These improve on a long line of developments including a celebrated $O(m \log^3 n)$ algorithm of Karger [STOC'96] and the state of the art $O(m \log^2 n (\log \log n)^2)$ algorithm of Henzinger et al. [SODA'17]. Moreover, our $O(m + n \log^3 n)$ algorithm is optimal when $m = \Omega(n \log^3 n)$.

- An $\tilde{O}(n^{0.8} D^{0.2} + n^{0.9})$ round *distributed* algorithm, where D denotes the graph diameter. This improves substantially on a recent breakthrough of Daga et al. [STOC'19], which achieved a round complexity of $\tilde{O}(n^{1-1/353} D^{1/353} + n^{1-1/706})$, hence providing the first sublinear distributed algorithm for exactly computing the edge connectivity.

- The first $O(1)$ round algorithm for the *massively parallel computation* setting with linear memory per machine.

Krzysztof Nowicki's research is supported by the National Science Centre, Poland grant 2017/25/B/ST6/02010.

Mohsen Ghaffari's research is supported by the Swiss National Foundation, under project number 200021_184735.

Mikkel Thorup's research is supported by his Advanced Grant DFF-0602-02499B from the Danish Council for Independent Research and by his Investigator Grant 16582, Basic Algorithms Research Copenhagen (BARC), from the VILLUM Foundation

• [Początek sekcji](#)

Algorytmy dla dużych danych, czyli gdy nie da się wszystkiego zobaczyć

Krzysztof Onak krzysztof@onak.pl
IBM T.J. Watson Research Center, USA

Obserwacje astronomiczne, duże eksperymenty fizyczne, czy wreszcie ruch sieciowy w Internecie to przykładowe scenariusze, w których generowane są duże ilości danych. Rosnące rozmiary zbiorów danych powodują, że klasyczny sposób myślenia o efektywnych algorytmach jako tych, które działają w czasie wielomianowym na pojedynczym komputerze często nie przystaje do rzeczywistości. W tej prezentacji opowiem o modelach obliczeniowych stworzonych by sprostać wyzwaniom zrodzonym przez ilości danych, które ciężko umieścić na

jednej maszynie albo nawet przestać do tej samej lokalizacji geograficznej. W szczególności, przedstawię algorytmy dla kilku podstawowych problemów statystycznych i grafowych w tych modelach. Jest to bardzo aktywne pole obecnych badań i wiele ciekawych problemów pozostaje otwartych.

● [Początek sekcji](#)

Gry parzystości: Algorytm Zielonki w czasie kwaziwielomianowym

Paweł Parys parys@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Calude, Jain, Khossainov, Li i Stephan [1] podali w 2017 roku kwaziwielomianowy algorytm znajdujący zwycięzcę w grach parzystości. Po tym przełomowym wyniku zostało wymyślonych parę innych algorytmów kwaziwielomianowych rozwiązujących ten sam problem. Są one wszystkie względnie trudne do zrozumienia. Ponadto, okazuje się, że w praktyce działają one bardzo wolno. Od dawna natomiast istnieje rekurencyjny algorytm Zielonki, o odmiennych własnościach: jest bardzo prosty, w najgorszym przypadku działa w czasie wykładniczym, lecz w praktyce zazwyczaj jest bardzo szybki. W pracy, którą chciałbym zaprezentować, połączyłem oba podejścia: podałem niewielką modyfikację algorytmu Zielonki, która zapewnia, że jego czas działania jest co najwyżej kwaziwielomianowy. Otrzymujemy w ten sposób algorytm, który jest prosty i rozwiązuje gry parzystości w czasie kwaziwielomianowym. Praca została przyjęta na konferencję MFCS [2].

Bibliografia

- [1] C. S. Calude, S. Jain, B. Khossainov, W. Li, and F. Stephan, *Deciding parity games in quasipolynomial time*, Proceedings of the 49th Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing, STOC 2017, Montreal, QC, Canada, June 19–23, 2017: 252–263 (2017).
- [2] P. Parys, *Parity Games: Zielonka's Algorithm in Quasi-Polynomial Time*, 2017 (wystąpienie na MFCS 2019).

● [Początek sekcji](#)

Równoważności Pomiędzy Problemami Zliczania Trójkątów i Zapytań na Przedziałach

Adam Polak polak@tcs.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Definiujemy naturalną klasę problemów zapytań na przedziałach i dowodzimy, że wszystkie problemy w tej klasie mają taką samą złożoność czasową (z dokładnością do czynników polilogarytmicznych). Dzięki temu możemy uzyskać nowe szybsze algorytmy (również online) dla wszystkich problemów w naszej

klasie.

Następnie skupiamy się na specjalnym przypadku tych problemów, w którym zapytania są dane offline a ich liczba jest liniowa. Problemy te stają się wtedy równoważne czasowo problemowi zliczania, dla każdej krawędzi e w grafie o m krawędziach, liczby trójkątów zawierających e . Ten naturalny problem daje się rozwiązać najszybszym znanym algorytmem zliczania trójkątów [??], działającym w czasie $O(m^{2\omega/(\omega+1)}) \leq O(m^{1.41})$. Co więcej, jeśli $\omega = 2$, ograniczenie $O(m^{2\omega/(\omega+1)})$ jest ścisłe (z dokładnością do czynników $m^{o(1)}$) przy założeniu Hipotezy 3SUM. W takim wypadku, nasza równoważność rozwiązuje kwestię złożoności problemów zapytań na przedziałach. Nasze problemy stanowią pierwszą klasę równoważności z tym osobliwym ograniczeniem złożoności czasowej.

Prezentowane wyniki powstały we współpracy z Lechem Durajem, Krzysztofem Kleinerem oraz Virginią Vassilevską Williams.

Bibliografia

- [1] Noga Alon, Raphael Yuster, Uri Zwick, *Finding and counting given length cycles*, *Algorithmica*, 17(3):209 – 223, 1997.

● [Początek sekcji](#)

Całkowite Nierozstrzygniwalne Maszyny Turinga i p- optymalny System Dowodowy dla SAT

Zenon Sadowski sadowski@math.uwb.edu.pl
Uniwersytet Białostocki

We show that the open problem of the existence of a p-optimal proof system for SAT can be characterized in terms of total nondeterministic Turing machines. We prove that there exists a p-optimal proof system for SAT if and only if there exists a proof system h for SAT such that for any total nondeterministic Turing machine working in polynomial time its totality is provable with short proofs in h and these proofs can be efficiently constructed.

Additionally we show that the problem of the existence of an optimal proof system for TAUT can be characterized in terms of pairs of nondeterministic Turing machines which are disjoint (do not accept the same strings). We prove that there exists an optimal proof system for TAUT if and only if there exists a proof system f for TAUT such that for any pair of disjoint nondeterministic Turing machines working in polynomial time their disjointness is provable in f with short proofs.

The talk is based on [1].

References

- [1] Z. Sadowski, *Total Nondeterministic Turing Machines and a p-optimal Proof System for SAT*, In: Kari,J., Manea,F., Petre,I. (eds.) 13th Conference on Computability in Europe, CiE 2017 Proceedings. LNCS, vol. 10307, pp. 364–374. Springer, Heidelberg (2017).

- [2] O. Beyersdorff and Z. Sadowski, Do there exist complete sets for promise classes? *Math. Logic Q.* 57(6): 535–550 (2011).

● Początek sekcji

Stała aproksymacja dla problemu Ordered k -Median

Krzysztof Sornat krzysztof.sornat@cs.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Współautorzy:

Jarosław Byrka jby@cs.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Joachim Spoerhase joachim.spoerhase@aalto.fi

Aalto University, Finlandia

W problemie klastrowania zwanym ORDERED k -MEDIAN jakość rozwiązania jest mierzona poprzez posortowanie kosztów połączeń klientów (*clients*) do otworzonych centrów obsługi (*facilities*) oraz przeskalowanie otrzymanego wektora kosztów przez dany na wejściu wektor wag (większe koszty obsługi skalowane są przez większe wagi). Od lat 90-tych XX-go wieku ten problem był intensywnie badany w optymalizacji dyskretnej oraz w badaniach operacyjnych, gdyż uogólnia wiele fundamentalnych problemów klastrowania i problemów lokalizacji takich jak k -MEDIAN oraz k -CENTERED. Otrzymanie nietrywialnych algorytmów aproksymacyjnych było otwartym problemem nawet dla tak prostych grafów jak drzewa. Ostatnio, Aouad i Segev (2019) skonstruowali algorytm $\mathcal{O}(\log n)$ -aproksymacyjny dla ORDERED k -MEDIAN używając odpowiednio zaprojektowanego przeszukiwania lokalnego.

Istnienie wielomianowego algorytmu o stałej aproksymacji pozostawało otwartym pytaniem nawet dla wektora wag z dwoma różnymi wartościami.

Naszym głównym wynikiem jest skonstruowanie algorytmu o stałej aproksymacji dla ogólnego problemu ORDERED k -MEDIAN bazując na zaokrągłaniu odpowiedniego programu liniowego. W celu analizy procesu zaokrąglenia dla nieliniowej funkcji celu, zastosowaliśmy kilka nowych pomysłów i technik, które wierzymy, że są wartościowe same w sobie z algorytmicznego punktu widzenia.

Referat bazuje na wspólnej pracy z Jarosławem Byrką oraz Joachimem Spoerhase opublikowanej pt. „*Constant-Factor Approximation for Ordered k -Median*” na konferencji STOC 2018.

● Początek sekcji

Hamiltonian cycles in hypercubes with disjoint faulty edges

Andrzej Szepietowski matszpj@inf.ug.edu.pl

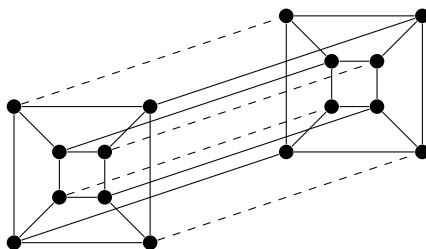
Uniwersytet Gdański

Co-author:

We consider hypercubes with pairwise disjoint faulty edges. An n -dimensional hypercube (cube), denoted by Q_n , is an undirected graph with 2^n nodes, each labeled with a distinct binary strings. We shall say that the parity of the vertex x is 0 if the number of ones in its labels is even, and is 1 if the number of ones is odd. Two vertices $a = a_{n-1} \dots a_0$ and $b = b_{n-1} \dots b_0$ are connected by the edge iff a and b differ in one position. If a and b differ in position i , then we say that the edge (a, b) is a crossing edge going in direction i . We define the parity of the edge as the parity of the end with 0 (on the position where they are different). It was already known, see [1], that Q_n is not Hamiltonian if it has a SCDHW (subcube disconnected halfway), i.e. if there is a dimension where all crossing edges of parity 0 (or 1) are faulty, see the figure below.

We show:

Theorem. *Every cube Q_n , with $n \geq 4$ and disjoint faulty edges is Hamiltonian if and only if it has no SCDHW (subcube disconnected halfway). In other words the cube is hamiltonian if and only if for each direction there are two healthy crossing edges of different parity.*



Corollary 1. *If $n \geq 4$, faulty edges F are pairwise disjoint, and there are two nonparallel faulty edges, then Q_n is Hamiltonian.*

Corollary 2. *If $n \geq 4$, faulty edges F are pairwise disjoint, and $|F| < 2^{n-2}$, then Q_n is Hamiltonian.*

References

- [1] A. Szepietowski, *Hamiltonian cycles in hypercubes with $2n-4$ faulty edges*, Information Sciences, 215 (2012) 75–82.

● [Początek sekcji](#)

Algorytm o stałym współczynniku aproksymacji dla asymetrycznego problemu komiwojażera (ATSP)

Jakub Tarnawski dj3500@gmail.com

École Polytechnique Fédérale de Lausanne

Podajemy algorytm o stałym współczynniku aproksymacji dla asymetrycznej wersji problemu komiwojażera (ATSP). Analiza tego współczynnika opiera się o

standardową relaksacją liniową, więc wynik ten potwierdza również hipotezę o jej stałej luce całkowitości (integrality gap).

Nasze techniki rozszerzają te użyte w algorytmie Svenssona dla szczególnego przypadku grafów nieważonych. Mówiąc dokładniej, podajemy ogólną redukcję, dzięki której wystarczy umieć rozwiązywać ATSP na grafach o strukturze podobnej (choć ogólniejszej) do instancji nieważonych. Następnie pokazujemy, jak na takich grafach rozwiązywać problem Local-Connectivity ATSP, o którym wiadomo, że jest równoważny ATSP (w sensie istnienia aproksymacji o stałym współczynniku).

Wspólny wynik z Olą Svenssonem.

● [Początek sekcji](#)

Centralność Zanikania Błądzenia Losowego

Tomasz Wąs t.was@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Miary centralności są powszechnie używanym narzędziem do oceny istotności elementów w sieci. Podczas gdy większość z występujących w literaturze miar oparta jest na najkrótszych ścieżkach, my proponujemy nową centralność – *Centralność Zanikania Błądzenia Losowego* (ang. *Random Walk Decay Centrality*) – która oparta jest na błądzeniu losowym po sieci. Proponujemy również jej aksjomatyczną charakteryzację, co pozwala zobaczyć, że jest ona blisko związana z PageRankiem: udowadniamy, że biorąc jeden aksjomat z charakteryzacji Centralności Zanikania Błądzenia Losowego – Brak Samoodziaływania (ang. *Lack of Self-Impact*) – i zamieniając go na inny aksjomat – Zamiana Krawędzi (ang. *Edge Swap*), otrzymujemy aksjomatyzację PageRanka. Dodatkowo pokazujemy, że Brak Samoodziaływania jest pożądaną własnością w wielu kontekstach, a niespełnianie Zamiany Krawędzi może pozytywnie przyczynić się do promocji większego zróżnicowania w sieci.

● [Początek sekcji](#)

Relational Width of First-Order Expansions of Homogeneous Graphs with Bounded Strict Width

Michał Wrona wrona@tcs.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

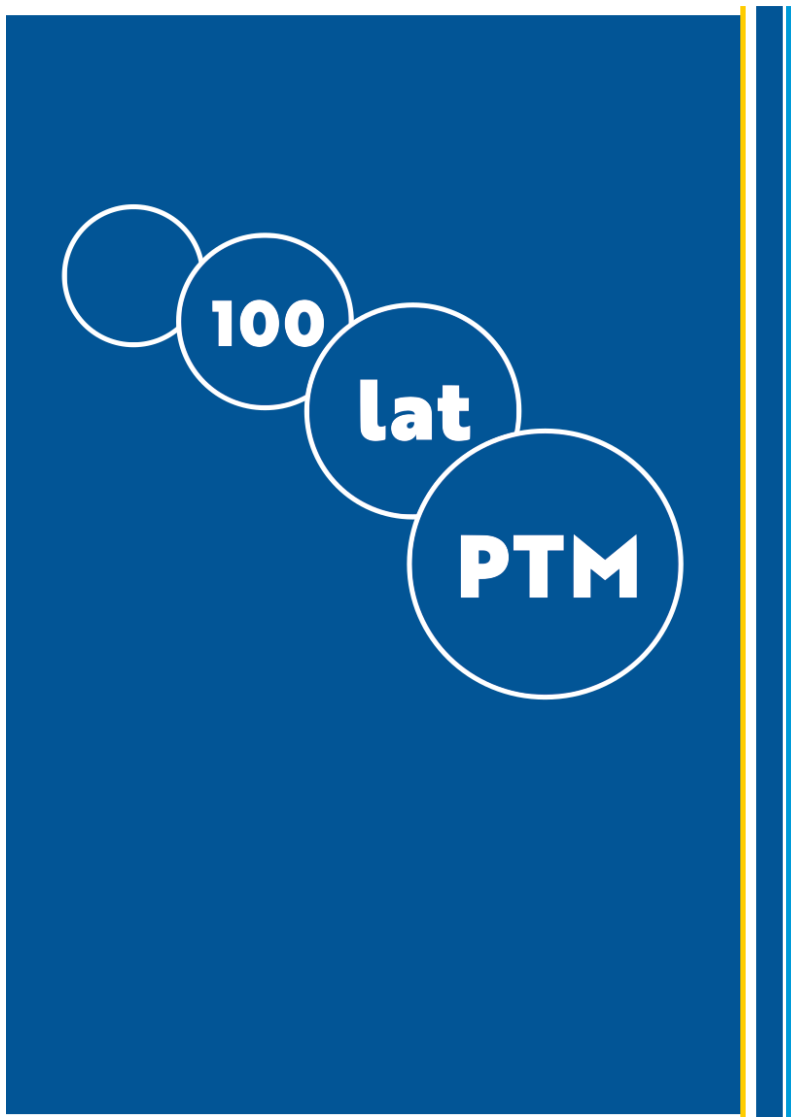
We study the amount of consistency (measured by relational width) needed to solve $CSP(\Gamma)$ for first-order expansions $\Gamma := (D; E, N, =, R_1, \dots, R_k)$ of countably infinite homogeneous graphs $\mathbb{G} := (D; E)$, where N is the binary relation between different vertices not connected by an edge and R_1, \dots, R_k are relations first-order definable in \mathbb{G} . We study our problem for Γ s that additionally have bounded strict width, i.e., for which establishing local consistency of an instance of $CSP(\Gamma)$ not only decides if there is a solution but also ensures that every so-

lution may be obtained from a locally consistent instance by greedily assigning values to variables, without backtracking. It is known that with every countably infinite homogeneous graph \mathbb{G} the finite unique minimal set of finite graphs $\mathcal{F}_{\mathbb{G}}$ is associated such that a finite G is an induced substructure of \mathbb{G} if and only if there is no $G' \in \mathcal{F}_{\mathbb{G}}$ such that G' embeds into G .

Our main result is that the structures Γ under consideration have relational width exactly $(2, \mathbb{L}_{\mathbb{G}})$ where $\mathbb{L}_{\mathbb{G}}$ is the maximal size of a forbidden subgraph in $\mathcal{F}_{\mathbb{G}}$, but not smaller than 3. It implies, in particular, that $CSP(\Gamma)$ may be solved in time $O(n^m)$ where n is the number of variables and m is the maximum of $\mathbb{L}_{\mathbb{G}}$ and the arities of relations in the signature, while strict width ℓ ensures time $O(n^{\ell+1})$. Furthermore, since $\mathbb{L}_{\mathbb{G}}$ may be arbitrarily large, our result contrasts the collapse of the relational bounded width hierarchy for finite structures Γ , whose relational width, if finite, is always at most $(2, 3)$.

Finally, we show that certain maximally tractable Γ s with a first-order definition in a countably infinite homogeneous graph whose $CSP(\Gamma)$ are already known to be solvable in polynomial time by other algorithms may be also solved by establishing consistency. Thus, we provide an alternative algorithm for already studied problems.

● [Początek sekcji](#)



geometria algebraiczna

patron sesji

Alfred Rosenblatt

Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019



● [Powrót do spisu treści](#)

Nakrycia Kleina gładkich krzywych zespolonych genusu 2

Paweł Borówka Pawel.Borowka@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Nakryciem Kleina gładkiej krzywej zespolonej nazywamy czterokrotne nakrycie nierozgałęzione o grupie monodromii izomorficznej z grupą czwórkową Kleina. Takie nakrycia definiowane są przez podgrupy Kleina punktów dwutorsyjnych Jacobianu. W związku z tym, rozróżniamy dwa rodzaje nakryć: izotropiczne i nieizotropiczne w zależności od wartości parowania Weila na podgrupie Kleina. Po przypomnieniu podstawowych faktów, omówimy własności nakryć Kleina krzywych genusu 2. W szczególności, pokażemy, że powstałe krzywe genusu 5 zawierają 7 inwolucji, opiszemy krzywe ilorazowe i scharakteryzujemy rozmaitości Prym nakryć. Opis ten pozwoli pokazać, że w przypadku nieizotropicznym krzywa nakrywająca jest krzywą hipereliptyczną. Najważniejszym wnioskiem z konstrukcji jest twierdzenie, że odwzorowanie Prym jest iniektywne w obu przypadkach. Powyższe wyniki powstały we współpracy z dr Angelą Ortega.

References

- [1] P. Borówka, A. Ortega, *Hyperelliptic curves on $(1, 4)$ polarised abelian surfaces*, Math. Z. to appear
- [2] P. Borówka, A. Ortega, *Klein coverings of genus 2 curves*, arXiv:1904.05962

● [Początek sekcji](#)

Wyżej wymiarowe rozmaitości Calabiego-Yau typu Kummera

Dominik Burek dominik.burek@doctoral.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Na podstawie konstrukcji z pracy [1] skonstruujemy rozmaitości Calabiego-Yau dowolnego wymiaru, wykorzystując krzywe eliptyczne posiadające automorfizm rzędu 6. Podamy liczby Hodge'a wszystkich rozmaitości w ten sposób skonstruowanych. Uogólnimy również rezultat z pracy [2] otrzymując dowolnie wymiarową rozmaitość Calabiego-Yau, która jest Zariskiego w charakterystykach $p \neq 1 \pmod{12}$.

Bibliografia

- [1] S. Cynk, K. Hulek, *Higher-dimensional modular Calabi-Yau manifolds*, Canad. Math. Bull. **50** (2007), 486–503.
- [2] T. Katsura, M. Schütt *Zariski $K3$ surfaces*, arXiv preprint [arXiv:1710.08661](https://arxiv.org/abs/1710.08661).

● [Początek sekcji](#)

Uniform matrix product states from an algebraic geometer's point of view

Adam Czapliński adam.czaplinski@uni-siegen.de
Universität Siegen, Germany

Co-authors:

Mateusz Michałek michalek@mis.mpg.de
Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences, Inselstraße 22,
04103 Leipzig, Germany and
Aalto University, Espoo, Finland

Tim Seynnaeve tim.seynnaeve@mis.mpg.de
Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences, Inselstraße 22,
04103 Leipzig, Germany

In this talk, we apply methods from algebraic geometry to study uniform matrix product states. Matrix product states and uniform matrix product states play a crucial role in quantum physics and quantum chemistry [3, 6, 7, 9, 10, 12]. We discuss geometric and topological properties of the uniform matrix product states $\text{uMPS}(D, d, N)$ and the Zariski closure $\overline{\text{uMPS}(D, d, N)}$. As an application of our methods we confirm two conjectures of Critch and Morton [2].

Further, using representation theory we provide a full description of the uMPS in the case of products of length 4 of two 2×2 matrices. So far only the defining equation of the variety was known - we provide a full description of the dense, proper subset $\text{uMPS}(2, 2, 4)$. This is related to the probabilistic graphical models known as hidden Markov models and to the conjecture of Bray-Morton-Sturmfels [1]. A variant of this conjecture states that for any fixed D and d , the ideal of $\text{uMPS}(D, d, N)$ is generated by quadrics for N large enough. One of the tools we use is the *trace algebra* [2, 8, 11]. We show how this method can be used to derive the conjectured description of the ideal of $\overline{\text{uMPS}(2, 2, 5)}$. Further, we provide a full description of the ideal of $\overline{\text{uMPS}(2, 2, 6)}$.

The very important questions of the closedness of families of tensors that allow representations as matrix product states were asked by W. Hackbusch and L. Grasedyck (cf. [4, 5]). One of the questions was, when $\text{uMPS}(D, d, N)$ and $\overline{\text{uMPS}(D, d, N)}$ may differ. We answer the question when $\text{uMPS}(D, d, N)$ is closed, i.e. both sets are equal, in the case $D = 2$. Further, we provide an explicit tensor (the so-called *W-state*) which is always in $\overline{\text{uMPS}(D, d, N)}$, but not in $\text{uMPS}(D, d, N)$ when N is large compared to D , providing many instances where $\text{uMPS}(D, d, N)$ is not closed. Making this precise requires investigating the so-called injectivity radius. Moreover, we discuss the dimension of $\overline{\text{uMPS}(D, d, N)}$ and the connectedness in a more general set-up.

References

- [1] Bray, Nicolas and Morton, Jason, *Equations defining hidden Markov models*, Algebraic statistics for computational biology, 237-249, Cambridge Univ. Press, New York, 2005.
- [2] Critch, Andrew and Morton, Jason, *Algebraic Geometry of Matrix Product*

- States*, SIGMA, 10, 2014.
- [3] Hackbusch, Wolfgang, *Tensor spaces and numerical tensor calculus*, volume 42, Springer Science & Business Media, 2012.
 - [4] Harris, Corey and Michatek, Mateusz and Sertöz, Emre Can, *Computing images of polynomial maps*, arXiv preprint arXiv:1801.00827, 2018.
 - [5] Landsberg, Joseph M and Qi, Yang and Ye, Ke, *On the geometry of tensor network states*, Quantum Information & Computation, 12(3-4):346-354, 2012.
 - [6] Orús, Román, *A practical introduction to tensor networks: Matrix product states and projected entangled pair states*, Annals of Physics, 349:117-158, 2014.
 - [7] Perez-Garcia, D. and Verstraete, F. and Wolf, M. M. and Cirac, J. I., *Matrix product state representations*, Quantum Inf. Comput., 7(5-6):401-430, 2007.
 - [8] Procesi, C., *The invariant theory of $n \times n$ matrices*, Advances in Math., 19(3):306-381, 1976.
 - [9] Sanz, Mikel and Perez-Garcia, David and Wolf, Michael M. and Cirac, Juan I., *A Quantum Version of Wielandt's Inequality*, IEEE Transactions on Information Theory, 56(9):4668-4673, 2010.
 - [10] Schollwöck, Ulrich, *The density-matrix renormalization group in the age of matrix product states*, Annals of Physics, 326(1):96-192, 2011.
 - [11] Sibirskii, K. S., *Algebraic invariants for a set of matrices*, Siberian Mathematical Journal, 9:115-124, 1968.
 - [12] Ye, Ke and Lim, Lek-Heng, *Tensor network ranks*, arXiv preprint 1801.02662, 2018.

● [Początek sekcji](#)

Vinberg's most algebraic K3 surfaces and related IHS 4-folds

Maria Donten-Bury m.donten@mimuw.edu.pl

Institute of Mathematics, University of Warsaw

Two K3 surfaces with maximal Picard number, X_3 and X_4 , were considered by Vinberg in [2] and called by him 'the most algebraic K3 surfaces'. We investigate IHS manifolds related to them.

As shown in [1], the Hilbert scheme $\text{Hilb}^2(X_4)$ is a double cover of a very special EPW sextic, which leads to an example of a complete family of 20 incident planes in \mathbb{P}^5 . In a joint project with G. Kapustka we explore birational geometry of $\text{Hilb}^2(X_3)$ and look for similar phenomena as observed for X_4 . In particular, we investigate Vinberg's algorithm for finding a fundamental polyhedron of the action of a group generated by roots in a hyperbolic lattice.

References

- [1] M. Donten-Bury, B. van Geemen, G. Kapustka, M. Kapustka and J. A. Wiśniewski, *A very special EPW sextic and two IHS fourfolds*, Geom. Topol. 21(2): 1179-1230 (2017).

- [2] E. B. Vinberg, *The two most algebraic K3 surfaces*, Math. Ann. 265(1): 1–21 (1983).

● [Początek sekcji](#)

Hipoteza SHGH i niewymierność stałych Seshadriego

Łucja Farnik Lucja.Farnik@gmail.com

Uniwersytet Pedagogiczny

Stałe Seshadriego mierzą dodatniość wiązek liniowych. Są istotnym przedmiotem badań w geometrii algebraicznej, były wykorzystane m.in. do zrozumienia, które spolaryzowane rozmaitości abelowe są jacobianami krzywych, w problemie pakowania symplektycznego, w teorii brył Okounkova.

Jednym z otwartych problemów jest zagadnienie wymierności stałych Seshadriego. Ciekawe są dwa, pozornie analogiczne, problemy: czy dla wiązki szerokiej L na gładkiej powierzchni rzutowej X stała Seshadriego w punkcie bardzo ogólnym jest zawsze wymierna oraz czy globalna stała Seshadriego jest zawsze wymierna.

Przedstawię różnicę między własnościami stałych Seshadriego w punkcie bardzo ogólnym oraz globalnych stałych Seshadriego. Na podstawie prac [1] i [2] omówię rezultaty dotyczące istnienia niewymiernej stałej Seshadriego w obydwu przypadkach, przy założeniu pewnych wersji hipotezy SHGH.

Bibliografia

- [1] M. Dumnicki, A. Küronya, C. Maclean and T. Szemberg, *Rationality of Seshadri constants and the Segre–Harbourne–Gimigliano–Hirschowitz conjecture*, Adv. Math. 303: 1162–1170, (2016).
- [2] Ł. Farnik, K. Hanumanthu, J. Huizenga, D. Schmitz and T. Szemberg, *Rationality of Seshadri constants on general blow ups of \mathbb{P}^2* , arXiv:1901.02140.

● [Początek sekcji](#)

Ekwiwariatne rozszczepianie ciągu Hodge’a–de Rhama

Jędrzej Garnek jgarnek@amu.edu.pl

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Kohomologia de Rhama gładkiej rozmaitości rzutowej nad \mathbb{C} rozkłada się na sumę części pochodzących od kohomologii Hodge’a. Dla rozmaitości algebraicznych nad dowolnymi ciałami rozkład ten można zastąpić przez ciąg spektralny. W wielu przypadkach ciąg ten degeneruje się na pierwszej stronie, co w szczególności prowadzi do tzw. ciągu dokładnego de Hodge’a–Rhama. Podczas referatu rozważymy ciąg Hodge’a–de Rhama rozmaitości algebraicznej z działaniem skończonej grupy. Zastanowimy się, kiedy ciąg ten rozszczepia się ekwiwariatnie, wykorzystując kohomologię grupową snopów. Powiążemy również ten problem z podnoszeniem działania grupowego na krzywych do pierścienia wektorów Witta

długości 2.

Bibliografia

- [1] P. Deligne and L. Illusie, *Relèvements modulo p^2 et décomposition du complexe de de Rham*, Invent. Math., 89(2):247–270, 1987.
- [2] J. Garnek, *Equivariant splitting of the Hodge–de Rham exact sequence*, preprint
- [3] B. Köck and J. Tait, *On the de-Rham cohomology of hyperelliptic curves*, Res. Number Theory, 4(2):4:19, 2018

● [Początek sekcji](#)

O pewnych zastosowaniach różniczkowej teorii Galois w afinicznej geometrii algebraicznej

Zbigniew Hajto zbigniew.hajto@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

W moim referacie przedstawię kilka fundamentalnych zastosowań różniczkowej teorii Galois w geometrii algebraicznej, poczynając od teorii Picarda – Vessiot’a i uogólnionej wersji twierdzenia L.A. Campbella o odwracaniu odwzorowań wielomianowych [1], przez teorię reprezentacji i kategorie Tannaki [2], do algebraicznej teorii rozszerzeń mocno normalnych i związku automorfizmów wielomianowych z izomorfizmem algebr z różniczkowaniem w naturalny sposób skojarzonych z pierścieniami współrzędnych rozmaitości afinicznych [3]. Na zakończenie omówię zastosowanie rozszerzeń mocno normalnych w efektywnej teorii nakryć Galois.

Bibliografia

- [1] T. Crespo, Z. Hajto, *Picard-Vessiot theory and the Jacobian problem*, Israel J. Math. 186: 401–406 (2011).
- [2] T. Crespo, Z. Hajto, M. van der Put, *Real and p -adic Picard-Vessiot fields*, Math. Ann. 365: 93–103 (2016).
- [3] E. Adamus, T. Crespo, Z. Hajto, *Jacobian Conjecture via Differential Galois Theory*, SIGMA 15: 034, 7pp. (2019).
- [4]

● [Początek sekcji](#)

Uogólnienia rozkładu Białynickiego–Biruli

Joachim Jelisiejew jjelisiejew@impan.pl

Polska Akademia Nauk

Klasyczny rozkład Białynickiego–Biruli [2] stosuje się do działania jednowymiarowego torusa \mathbb{G}_m na gładkiej rozmaitości. W ostatnim czasie zaproponowano uogólnienie tego rozkładu na działania grup reduktywnych na schematach

skończonego typu [1, 3, 4]. W referacie przypomnę intuicję i podstawowe wyniki dotyczące tego uogólnienia, po czym skonstruuję jego odpowiednik w przypadku najdalszym od reduktywnego: dla grupy addytywnej \mathbb{G}_a .

Wyniki przedstawione na wykładzie zostały otrzymane wspólnie z Łukaszem Sienkiewiczem.

Bibliografia

- [1] Jarod Alper, Jack Hall, David Rydh, *A Luna étale Slice Theorem for Algebraic Stacks* arxiv:1504.06467, 2015.
- [2] Andrzej Białyński-Birula, *Some theorems on actions of algebraic groups*, Ann. of Math. (2), 98:480–497, 1973.
- [3] Vladimir Drinfeld, *On algebraic spaces with an action of \mathbb{G}_m* arXiv:1308.2604., 2013.
- [4] Joachim Jelisiejew and Łukasz Sienkiewicz, *Białyński-Birula decomposition for reductive groups* Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 2019.

[● Początek sekcji](#)

Exceptional divisors of contractions of hyper-Kähler fourfolds

Grzegorz Kapustka email: grzegorz.kapustka@uj.eu.pl
Uniwersytet Jagielloński

We study the geometry of exceptional divisors of birational contractions of hyper-Kähler fourfolds. We find relations between the above objects and classical geometric constructions. This is a joint work in progress with B. van Geemen.

Bibliografia

- [1] G.Kapustka, A.Verra, *On the Morin problem of higher length* arxiv.

[● Początek sekcji](#)

Quadric fibrations from symmetric resolutions

Michał Kapustka michal.kapustka@impan.pl
Polska Akademia Nauk

Let \mathcal{C} be a general two torsion sheaf on a plane curve $C \subset \mathbb{P}^2$ of degree $2d$. It is known that \mathcal{C} admits a free resolution of the form:

$$0 \rightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}(-1-d)^d \xrightarrow{M} \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}(1-d)^d \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow 0$$

with M being a symmetric matrix with quadric entries. The latter gives rise to a family of quadrics in \mathbb{P}^{d-1} parameterized by \mathbb{P}^2 , hence a quadric fibration of dimension d over \mathbb{P}^2 . However, \mathcal{C} admits many more symmetric locally free resolutions of the shape

$$0 \rightarrow \mathcal{G}^\vee \xrightarrow{T} \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{C} \rightarrow 0,$$

with \mathcal{G} a locally free sheaf of fixed rank k and T a symmetric map. Each of them induces a quadric fibration of dimension k over \mathbb{P}^2 . By investigating the associated Brauer classes we look for birational transformations of quadric bundles arising from different symmetric locally free resolutions of a given two torsion sheaf on a plane curve as above. As an application we prove that a general one nodal Gushel–Mukai fourfold X is birational to a Verra fourfold.

● [Początek sekcji](#)

The closedness theorem and desingularization over Henselian valued fields with analytic structure

Krzysztof Jan Nowak nowak@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

The talk is concerned with rigid analytic geometry in the general setting of Henselian valued fields with separated analytic structure (developed by Cluckers–Lipshitz–Robinson), which unifies earlier approaches and provides reasonable quantifier elimination. Since the rings of global analytic functions with two kinds of variables seem not to have good algebraic properties, the usual global resolution of singularities from rigid analytic geometry is no longer at our disposal. Two recent results of ours will be presented: the closedness theorem and a definable version of the canonical desingularization algorithm due to Bierstone–Milman. The former enables, in particular, application of resolution of singularities to problems which involve the topology induced by the valuation. The latter is carried out within a category of definable strong analytic maps, which is more flexible than that of affinoid maps. Both these results, along with elimination of valued field quantifiers, will be applied to some topological problems such as the existence of definable retractions or extending continuous definable functions. Our treatment of the problems under study via strong analytic maps allows us not to appeal to the theory of quasi-rational domains. Note also that the earlier techniques and approaches to the purely topological versions of those problems cannot be carried over to the definable settings because, among others, non-Archimedean geometry over non-locally compact fields suffers from lack of definable Skolem functions.

References

- [1] E. Bierstone, P.D. Milman, *Canonical desingularization in characteristic zero by blowing up the maximum strata of a local invariant*, *Inventiones Math.* 128: 207–302 (1997).
- [2] S. Bosch, U. Güntzer, R. Remmert, *Non-Archimedean Analysis: a systematic approach to rigid analytic geometry*, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1984.
- [3] R. Cluckers, L. Lipshitz, Z. Robinson, *Analytic cell decomposition and analytic motivic integration*, *Ann. Sci. École Norm. Sup.* 39: 535–568 (2006).
- [4] R. Cluckers, L. Lipshitz, *Fields with analytic structure*, *J. Eur. Math. Soc.*

13: 1147–1223 (2011).

- [5] R. Cluckers, L. Lipshitz, *Strictly convergent analytic structures*, J. Eur. Math. Soc. 19: 107–149 (2017).
- [6] L. Lipshitz, Z. Robinson, *Rings of Separated Power Series and Quasi-Affinoid Geometry*, Astérisque 264: (2000).
- [7] L. Lipshitz, Z. Robinson, *Uniform properties of rigid subanalytic sets*, Trans. Amer. Math. Soc. 357: 4349–4377 (2005).
- [8] K.J. Nowak, *Some results of algebraic geometry over Henselian rank one valued fields*, Sel. Math. New Ser. 23: 455–495 (2017).
- [9] K.J. Nowak, *A closedness theorem and applications in geometry of rational points over Henselian valued fields*, arXiv:1706.01774 [math.AG] (2017).
- [10] K.J. Nowak, *Some results of geometry over Henselian fields with analytic structure*, arXiv:1808.02481 [math.AG] (2018).
- [11] K.J. Nowak, *Definable retractions and a non-Archimedean Tietze–Urysohn theorem over Henselian valued fields*, arXiv:1808.09782 [math.AG] (2018).
- [12] K.J. Nowak, *Definable retractions over complete fields with separated power series*, arXiv:1901.00162 [math.AG] (2019).
- [13] K.J. Nowak, *Definable transformation to normal crossings over Henselian fields with separated analytic structure*, arXiv:1903.07142 [math.AG] (2019).
- [14] M. Temkin, *Functorial desingularization over \mathbb{Q} : boundaries and the embedded case*, Israel J. Math. 224: 455–504 (2018).

● [Początek sekcji](#)

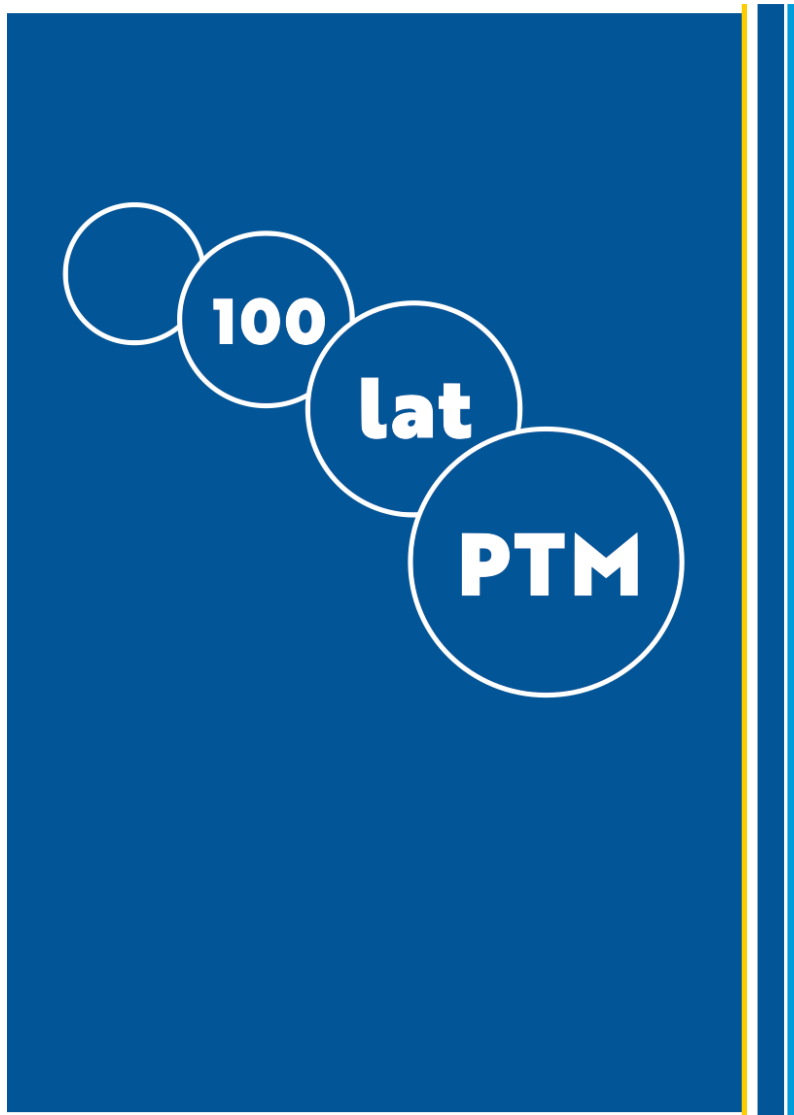
Rozkład Beauville’a–Bogomółowa w charakterystyce $p > 0$

Maciej Zdanowicz maciej.zdanowicz@epfl.ch

École Polytechnique Fédérale de Lausanne

Rozkład Beauville’a–Bogomółowa w charakterystyce zero jest twierdzeniem strukturalnym dotyczącym rozmaitości o trywialnej wiązce kanonicznej. Stwierdza on, że dla takiej rozmaitości istnieje skończone nakrycie będące produktem rozmaitości abelowych, Calabi–Yau oraz hyperkählerowskich. W trakcie wykładu zaprezentuję metodę uzyskania wersji rozkładu – wyodrębnienia części abelowej – w charakterystyce $p > 0$ przyjmując nierestrykcyjne arytmetyczne założenie słabej zwyczajności. Referat jest oparty o wspólny projekt z Zsoltem Patakfalvim (EPFL).

● [Początek sekcji](#)



geometria różniczkowa i grupy Liego

patroni sesji

Stanisław Gołąb, Antoni Hoborski, Władysław Ślebodziński



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Niezmienniki brzegowe i rozdzielanie symetralnych w zespolonej przestrzeni hiperbolicznej

Maciej Czarnecki mail@myserver.com
Uniwersytet Łódzki

W zespolonej przestrzeni hiperbolicznej $\mathbb{C}H^n$ symetralną nazywamy zbiór punktów równo odległych od dwóch punktów. Każda symetralna jest wyznaczona jednoznacznie przez parę swoich wierzchołków (czyli punktów na brzegu idealnym przestrzeni $\mathbb{C}H^n$), a więc także przez swój kręgosłup będący geodezyjną łączącą wierzchołki.

W referacie zaprezentujemy związek zespolonego dwustosunku i niezmiennika Goldmana z zagadnieniem rozdzielania symetralnych oraz ich współzależności z położeniem kręgosłupów.

Bibliografia

- [1] W. Goldman, *Complex Hyperbolic Geometry*, OUP, Oxford, 1999.

● [Początek sekcji](#)

Generalized Calabi type Kähler surfaces

Włodzimierz Jelonek wjelon@pk.edu.pl
Politechnika Krakowska

Co-author:

Ewelina Mulawa ewelina.mulawa@pk.edu.pl
Politechnika Krakowska

In the talk we give the classification of generalized Calabi type Kähler surfaces, the class of QCH Kähler surfaces whose opposite almost Hermitian structure is Hermitian and is determined by complex foliation by curves.

References

- [1] V.Apostolov, D.M.J. Calderbank, P. Gauduchon, *The geometry of weakly self-dual Kähler surfaces*, Compos. Math. 135, 279–322 (2003)
- [2] V.Apostolov and P.Gauduchon, *The Riemannian Goldberg-Sachs theorem*, Int. J. Math. 8: 421–439 (1997).
- [3] A. Derdzinski, G. Maschler, *Special Kähler-Ricci potential on compact Kähler manifolds*, J. reine angew. Math. 593: 73–116 (2006).
- [4] A. Derdzinski, G. Maschler, *Local classification of conformally Einstein-Kähler metrics in higher dimensions*, Proc. London. Math. Soc 3: 779–819 (2003).
- [5] W. Jelonek, *Kähler surfaces with quasi-constant holomorphic curvature*, Glasgow Math. J 58: 503–512 (2016).
- [6] W. Jelonek, *Semi-symmetric Kähler surfaces*, Colloq. Math. 156: 1–12 (2017).

- [7] W. Jelonek, *Complex foliations and Kähler QCH surfaces*, Colloq. Math 156: 229–242 (2019).
- [8] W. Jelonek, *Einstein-Hermitian and anti-Hermitian 4-manifolds*, Ann. Polon. Math 81: 7–24 (2003).
- [9] W. Jelonek, *QCH Kähler surfaces II*, arxiv (2018).

● Początek sekcji

Wzory Fussa w porzyźmie Ponceleta

Witold Mozgawa mozgawa@poczta.umcs.lublin.pl
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

Współautor:

Waldemar Cieślak izacieslak@wp.pl
Politechnika Lubelska

Niech C_1 i C_2 będą dwiema elipsami takimi, że elipsa C_1 zawiera w swoim wnętrzu elipsę C_2 oraz niech M_1 będzie punktem na C_1 , zaś t_1 linią styczną do C_2 wyprowadzoną z punktu M_1 . Wychodząc z pary (M_1, t_1) konstruujemy transwersalną Ponceleta, to jest ciąg $(M_1, t_1, M_2, t_2, M_3, t_3, \dots)$ taki, że $M_i \in C_1$, zaś t_i jest linią styczną do elipsy C_2 oraz $M_{i+1} = t_i \cap C_1$. Mówimy, że transwersalna Ponceleta zamyka się po n krokach, jeśli $M_{n+1} = M_1$.

W latach 1813–1814 Jean Victor Poncelet wykazał następujące twierdzenie o zamknięciu zwane często porzyżmem Ponceleta, [3], [1].

Twierdzenie *Jeśli transwersalna Ponceleta wychodząca z punktu $M_1 \in C_1$ zamyka się po n krokach, to transwersalna Ponceleta wychodząca z dowolnego innego punktu elipsy C_1 zamyka się po n krokach.*

W tym referacie przedstawimy dowód twierdzenia Ponceleta dla pierścieni kołowych wykorzystując jedynie funkcje elementarne i pewne równanie różniczkowe, które posiada rozwiązanie z odpowiednimi geometrycznymi własnościami. Podamy warunek konieczny i dostateczny na to, by istniało rozwiązanie stałe tego równania, co wyjaśnia zjawisko porzyżmu Ponceleta.

Wzory algebraiczne, które gwarantują zamykanie się transwersalnej Ponceleta dla pary okręgów o promieniach R , r i odległości d pomiędzy ich środkami nazywają się wzorami Fussa. Nie jest znany ogólny, zwarty wzór Fussa dla dowolnego n , ale wszystkie takie znane wzory mają elementarną algebraiczną postać, w której występują wielomiany zmiennych R , r i d oraz czasem pierwiastki kwadratowe. W drugiej części referatu opiszemy metodę wyznaczania wzoru Fussa dla dowolnego naturalnego n , która także pozwala wyznaczać te wzory dla transwersalnych Ponceleta z samoprzecięciami.

Bibliografia

- [1] H. J. M. Bos, C. Kers, F. Oort, D. W. Raven, *Poncelet's Closure Theorem*, Expos. Math., 5, 289–364, 1987.
- [2] W. Cieślak, W. Mozgawa, *The Fuss formulas in the Poncelet porism*. Comput. Aided Geom. Des., 66, 19–30 (2018).

- [3] J. V. Poncelet, *Traité des propriétés projectives des figures: ouvrage utile a qui s'occupent des applications de la géométrie descriptive et d'opérations géométriques sur le terrain*, Vols. 1-2, 2nd ed. Paris: Gauthier-Villars, 1865–66.

● [Początek sekcji](#)

Przekształcenie Bäcklunda dla powierzchni z niemetryzowalną koneksją lokalnie symetryczną

Maria Robaszewska maria.robaszewska@up.krakow.pl
Uniwersytet Pedagogiczny

Rozważamy niezdegenerowaną immersję $f : M^{(2)} \rightarrow \mathbb{R}^3$ wraz z ekwiafinicznym polem transwersalnym $\xi : M^{(2)} \rightarrow \mathbb{R}^3$. Zakładamy, że koneksja ∇ indukowana na $M^{(2)}$ przy pomocy formuły Gaussa

$$D_X f_*(Y) = f_*(\nabla_X Y) + h(X, Y) \xi$$

jest lokalnie symetryczna oraz spełnia warunek $\dim \operatorname{im} R = 1$, gdzie R oznacza tensor krzywizny koneksji ∇ .

Niech θ będzie elementem objętości indukowanym na $M^{(2)}$ przez (f, ξ) : $\theta(X, Y) = \det(f_*(X), f_*(Y), \xi)$. Funkcja *wyznacznik afinicznej formy podstawowej h względem elementu θ* zdefiniowana jest jako

$$\det_\theta h = \det[h(X_i, X_j)]_{i,j \in \{1,2\}},$$

gdzie X_1, X_2 jest dowolną bazą unimodularną względem θ , tzn. $\theta(X_1, X_2) = 1$.

Dla lokalnej bazy X_1, X_2 wiązki TM przez ω^i_j , $i, j \in \{1, 2\}$ oznaczamy lokalne formy koneksji, natomiast $\omega^3_i = h(\cdot, X_i)$. Formy ω^1, ω^2 stanowią lokalną bazę wiązki T^*M dualną do bazy X_1, X_2 .

Jeśli wybierzemy bazę X_1, X_2 spełniającą warunki

$$X_2 \in \ker \operatorname{Ric}, \quad \operatorname{Ric}(X_1, X_1) = \varepsilon \in \{1, -1\}, \quad \theta(X_1, X_2) = 1, \quad (8)$$

to $d\omega^3_2 = 0$ oraz $\omega^3_2 \wedge d(\det_\theta h) = 0$. Można zatem lokalnie wybrać funkcję z taką, że $\omega^3_2 = dz$ i wówczas $\det_\theta h = H \circ z$ dla pewnej funkcji H jednej zmiennej.

Niech $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ będzie takie, że $1 + \varepsilon a^2 \neq 0$. Niech L będzie rozwiązaniem równania Riccatiego

$$L' = \frac{1}{a} L^2 + \frac{1 + \varepsilon a^2}{a H} \quad (9)$$

i niech $\lambda = L \circ z$. Niech t będzie funkcją spełniającą

$$a dt = t \left(\omega^1 + \lambda \omega^3_2 \right) + \lambda \omega^3_1 - \omega^2 - a \omega^2_1. \quad (10)$$

W lokalnych współrzędnych (10) jest układem równań różniczkowych cząstkowych z niewiadomą funkcją t . Układ ten jest całkowny, jeśli L spełnia (9).

Używając funkcji t spełniającej (10) możemy zadać nową bazę

$$\tilde{X}_1 = X_1 + t X_2, \quad \tilde{X}_2 = X_2,$$

która, oprócz odpowiedników (8), spełnia również warunek

$$\tilde{\omega}^2 + a \tilde{\omega}_1^2 = \lambda \tilde{\omega}_1^3.$$

Jeśli $h(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2) \neq 0$, to funkcja \hat{f} zadana wzorem

$$\hat{f} = f + a f_* \tilde{X}_1$$

jest niezdegenerowaną immersją, a

$$\hat{\xi} = \xi + \frac{\varepsilon a}{1 + \varepsilon a^2} \lambda f_* \tilde{X}_2$$

jest ekwiafinicznym polem transwersalnym dla \hat{f} . Koneksja $\hat{\nabla}$ indukowana na $M^{(2)}$ przez parę $(\hat{f}, \hat{\xi})$ jest lokalnie symetryczna, $\dim \text{im} \hat{R} = 1$ oraz $\text{sign} \hat{\text{Ric}} = \text{sign Ric}$.

Ponieważ dla każdego p wektor łączący odpowiadające sobie punkty $f(p)$ i $\hat{f}(p)$ jest styczny zarówno do $f(M)$, jak i do $\hat{f}(M)$, przekształcenie $f(p) \mapsto \hat{f}(p)$ można nazwać przekształceniem Bäcklunda powierzchni f . W przypadku, gdy powierzchnia f jest stowarzyszona z rozwiązaniem pewnego równania różniczkowego, postać, którą przyjmie (3), można uważać za przekształcenie Bäcklunda tego równania.

Mając daną powierzchnię i ekwiafiniczne pole transwersalne, które na tej powierzchni indukuje koneksję lokalnie symetryczną spełniającą warunek $\dim \text{im} R = 1$ możemy opisaną metodą skonstruować jednoparametrową rodzinę powierzchni wyposażonych w pola transwersalne indukujące koneksje o podobnych własnościach. Parametrem jest a .

Bibliografia

- [1] K. Nomizu i T. Sasaki, *Affine differential geometry*, Cambridge University Press, 1994.

● [Początek sekcji](#)

O zerach krzywizny izoptyk pewnych owali

Magdalena Skrzypiec mskrzypiec@hektor.umcs.lublin.pl

Uniwersytet im. Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

Izooptyki krzywych płaskich najczęściej rozważane są w postaci parametrycznej, zależnej od funkcji podparcia wyjściowej krzywej. Rozważymy izooptyki owali o funkcjach podparcia $p(t) = a + \cos nt$, $n \in \mathbb{Z}$ i ich krzywizny wzdłuż trajektorii ortogonalnych zaczynających się na osiach symetrii wyjściowych krzywych. Uogólnimy pojęcie kąta granicznego dla izooptyk i podamy przykłady krzywych, z badanej rodziny, których izooptyki mają więcej niż jeden kąt graniczny. Rozważymy też izooptyki elipsy zadane równaniem ogólnym i przedstawimy równanie krzywej przechodzącej przez te punkty płaszczyzny, w których krzywizna izooptyk elipsy się zeruje.

Bibliografia

- [1] Th. Dana-Picard, G. Mann and N. Zehavi, From conic intersections to toric intersections: the case of the isoptic curves of an ellipse, *The Montana Mathematical Enthusiast* 9 (1), 59–76, (2011).
- [2] A. Miernowski, W. Mozgawa, On some geometric condition for convexity of isoptics, *Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino* 55 no. 2, (1997), 93–98.
- [3] Theisel, H: *Vector Field Curvature and Applications (PhD thesis)*, 1996.

● [Początek sekcji](#)

Godbillon-Vey type invariants for arbitrary plane fields

Paweł Walczak pawel.walczak@wmii.uni.lodz.pl

Uniwersytet Łódzki

The Godbillon-Vey cohomology class for foliations have been defined in [2], generalized in several ways later on, and occurred to be a very important tool for the study of topology and dynamics of foliations, see e.g. [1, 6]. In [3], a Riemannian formula for a form defining this class has been established.

In this talk, we shall present some results obtained jointly with Vladimir Rovenski (Haifa) [4, 5]. Given a plane field (integrable or not) on a Riemannian manifold, we define a particular differential form which – in the case of foliations – represents the Godbillon-Vey class – and provides – when integrated – a scalar invariant. We show that the Reinhart-Wood formula holds also in this case, study variations of the scalar invariant under consideration, provide the Euler equation for the corresponding variational problem and discuss some examples.

References

- [1] A. Candel and L. Conlon, *Foliations I and II*, Amer. Math. Soc., Providence, 2000 and 2003.
- [2] C. Godbillon and J. Vey, *Un invariant des feuilletages de codimension 1*, C. R. Acad. Sci. Paris 273, 92 – 95 (1971).
- [3] B. Reinhart and J. Wood, *A metric formula for the Godbillon-Vey invariant for foliations*, Proc. Amer. Math. Soc. 38, 427 – 430 (1973).
- [4] V. Rovenski and P. Walczak, *A Godbillon-Vey type invariant for a 3-dimensional manifold with a plane field*, arXiv:1707.04847.

- [5] V. Rovenski and P. Walczak, *Variations of the Godbillon-Vey invariant of a foliated manifold*, Complex Anal. and Operator Th., to appear.
- [6] P. Walczak, *Dynamics of Foliations, Groups and Pseudogroups*, Birkhäuser, Basel, 2004.

● [Początek sekcji](#)

Topologia Gromowa-Haudsorffa dla uogólnionych przestrzeni metrycznych

Szymon Walczak szymon.walczak@ujk.edu.pl

Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach

Uogólnioną przestrzenią metryczną nazywa się parę (X, d) składającą się ze zbioru X i funkcji odległości $d : X \times X \rightarrow [0, \infty)$ spełniającej dla dowolnych $x, y, z \in X$ następujące warunki

[1] $d(x, y) = d(y, x) = 0$ iff $x = y$,

[2] $d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z)$.

Zdefiniujemy odległość Gromowa-Hausdorffa dla uogólnionych przestrzeni metrycznych o dowolnym współczynniku asymetrii. Wykażemy, że każda przestrzeń o nieskończonym współczynniku asymetrii jest granicą ciągu Cauchy'ego uogólnionych przestrzeni metrycznych o skończonych współczynnikach asymetrii, zaś klasa uogólnionych przestrzeni metrycznych z metryką Gromowa-Hausdorffa nie jest zupełna. Przedstawimy również pewne wyniki dotyczące wzajemnych relacji klas uogólnionych przestrzeni metrycznych o ograniczonych współczynnikach asymetrii oraz pewne twierdzenia o prezwartości.

● [Początek sekcji](#)

Tkaniny w geometrii unimodularnej

Marcin Zubilewicz m.zubilewicz@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

Pod pojęciem n -tkaniny kryje się struktura geometryczna złożona z n foliacji znajdujących się w położeniu ogólnym. Własności lokalne tych obiektów istotne z punktu widzenia geometrii to te, które są niezmiennicze ze względu na działanie grupy odwzorowań zachowujących foliacje tkaniny. Grupa ta składa się najczęściej z odwzorowań gładkich lub holomorficznnych, ale w ogólności nic nie stoi na przeszkodzie, by rozpatrywać inne klasy przekształceń.

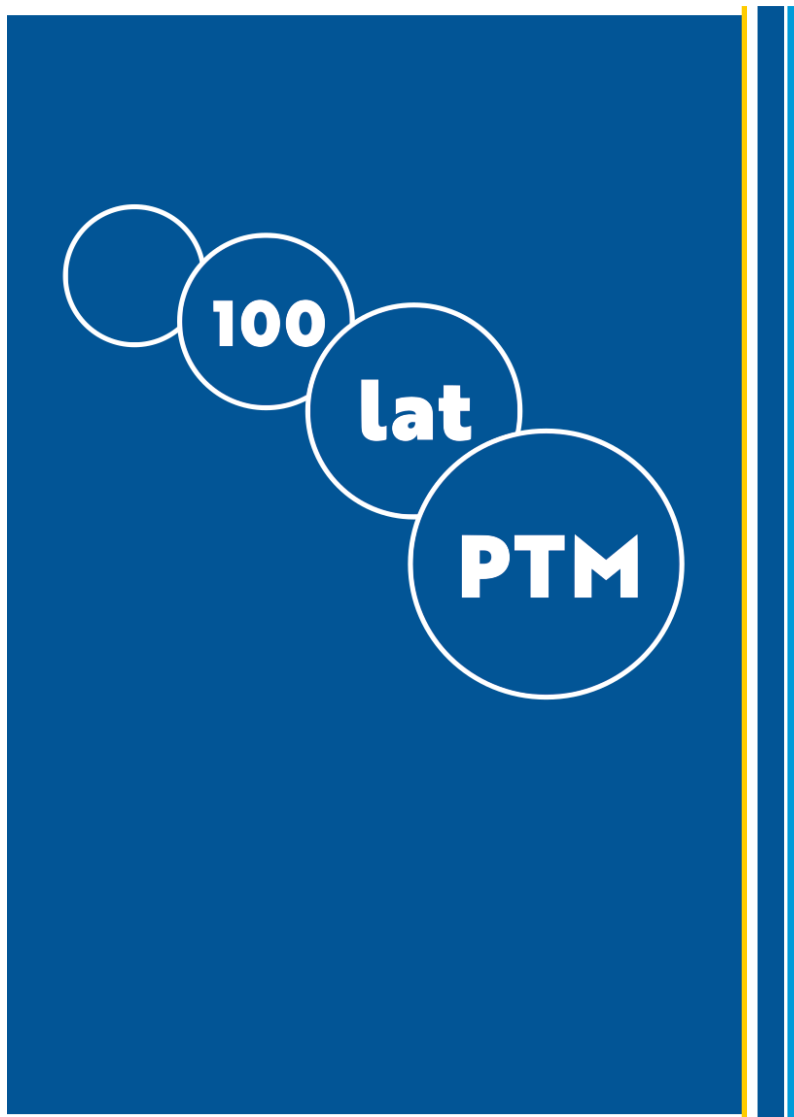
Celem referatu jest opisanie zmian, jakie zachodzą w strukturze lokalnej tkanin, w chwili gdy klasę ich automorfizmów zawężymy do grupy dyfeomorfizmów zachowujących ustaloną formę objętości. W porównaniu z klasyczną teorią, struktura lokalna tkanin kowymiaru 1 staje się istotnie bogatsza. Pokażę w jaki sposób, czerpiąc inspirację z wyników W. Blaschkego i G. Thomsena [1, Chapter 1.2], można skonstruować pewien lokalny niezmiennik geometryczny wiążący tkaninę z daną formą objętości, zwany *unimodularną holonomią*. Następnie przedstawię

konstrukcję analogonu koneksji Cherna w geometrii unimodularnej, tj. naturalnej, beztorsyjnej koneksji afinicznej, względem której zarówno liście tkaniny, jak i forma objętości, są równoległe. Silny związek między tymi dwoma niezmiennikami pozwoli wykazać, że trywialność któregokolwiek z nich pociąga za sobą trywialność samej tkaniny.

Bibliografia

- [1] J. V. Pereira and L. Pirio, *An Invitation to Web Geometry*, Springer, Cham, 2015.

● [Początek sekcji](#)



historia matematyki

patron sesji
Samuel Dickstein



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

O rozwoju topologii ogólnej od Cantora i Peany do teorii zbieżności Choqueta

Szymon Dolecki dolecki@u-bourgogne.fr
Institut de Mathématiques de Bourgogne, Francja

W fundamentalnym artykule [1] z 1884, Cantor rozpatruje własności Y takie, że zbiór $Y_0 \cup Y_1$ ma własność Y wtedy i tylko wtedy gdy Y_0 lub Y_1 ma własność Y i dowodzi [1, Theorem I], że jeśli zbiór ograniczony domknięty S w przestrzeni euklidesowej posiada własność tego typu, to istnieje taki punkt $x \in S$, że każda otwarta kula o środku w x ma tę własność.

W 1887 w [7] Peano formalizuje własność Cantora, wprowadzając pojęcie rodziny *dystrybutywnej*, a także pojęcie pokrewne rodziny *antydystrybutywnej* (czyli *ideału* zbiorów) i pokazuje, że twierdzenie Cantora, przetłumaczone na język antydystrybutywny, mówi, iż zbiór ograniczony domknięty w przestrzeni euklidesowej jest zwarty. Ciekawe jest, iż pojęcie *filtru*, trzeciego ogniwa triady (dystrybutywność, ideały, filtry), pojawia się dopiero po 50 latach, u Cartana [2].

Peano finezyjnie stosuje rodziny dystrybutywne i antydystrybutywne w kontekście analizy matematycznej [7], dając zadziwiająco nowoczesne, przejrzyste dowody, n.p., uogólnienia *twierdzenia Weierstrassa* do dowolnych podzbiorów zwartych przestrzeni euklidesowej, którego pierwszy dowód publikuje Peano w [6].

Wśród licznych zastosowań topologii w pracach Peany, są granice ciągów zbiorów, zwane obecnie *Kuratowskiego*, oraz stożki styczne w przestrzeniach euklidesowych.

W latach 1947–48 Choquet bada granice górne Kuratowskiego (czyli hiperprzestrzenie) na ogólnych przestrzeniach topologicznych i ich zastosowania do stożków stycznych w przestrzeniach wektorowych topologicznych [4], a także klasy zbiorów dualne do filtrów [3], nie będąc świadom ich tożsamości z rodzinami dystrybutywnymi Peany.

Choquet odkrywa, że ogólnie nie istnieje topologia odpowiadająca granicy górnej Kuratowskiego. Wprowadza więc klasę *przestrzeni zbieżności* filtrów i jej podklasę *pseudotopologii*, które pozwalają sformalizować tę granicę. Obie klasy wykładniczo uzupełniają klasę topologii, podobnie jak ciało liczb zespolonych algebraicznie uzupełnia ciało liczb rzeczywistych.

Po uogólnieniach pojęcia topologii do *pretopologii*, dokonanych (często niezależnie od siebie i pod różnymi nazwami) przez Hausdorffa, Riesz, Sierpińskiego i Čecha, odkrycie Choqueta jest pierwszym istotnym przełomem w rozwoju badań struktur funkcji ciągłych, a w szczególności hiperprzestrzeni.

Bibliografia

- [1] G. Cantor, *Ueber unendliche, lineare Punktmannigfaltigkeiten*, *Mathematische Annalen*. 23: 454–488 (1884).

- [2] H. Cartan, *Théorie des filtres*, C. R. Acad. Sc. Paris. **205**, 595-598 (1937).
- [3] G. Choquet, *Sur les notions de filtre et de grille*, C. R. Acad. Sci. Paris. **224**, 171-173 (1947).
- [4] G. Choquet, *Convergences*, Ann. Univ. Grenoble. **23**, 55-112 (1947-48).
- [5] S. Dolecki and F. Mynard, *Convergence Foundations of Topology*. World Scientific, 2016.
- [6] A. Genocchi, *Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale pubblicato con aggiunte dal Dr. Giuseppe Peano*, Fratelli Bocca Editori, 1884.
- [7] G. Peano, *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, Fratelli Bocca Editori, 1887.

● [Początek sekcji](#)

Warszawska Szkoła Matematyczna 1918-1939

Stefan Jackowski stefan.jackowski@uw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Gdy Polska odzyskiwała niepodległość po rozbiorach trzech młodzi profesoro- wie UW, Zygmunt Janiszewski, Stefan Mazurkiewicz i Wacław Sierpiński stwo- rzili wizjonerską koncepcję jak w krótkim czasie dołączyć do światowej czołówki badań matematycznych. Ich plan polegał na podjęciu rodzącej się wówczas te- matyki z zakresu logiki matematycznej, teorii mnogości i topologii, a także pre- kursorским pomysłem stworzenia pierwszego w świecie specjalistycznego czasopisma matematycznego „Fundamenta mathematicae”, publikującego prace z tych dziedzin. W krótkim czasie zdołali przyciągnąć do nowej tematyki wielu utalen- towanych studentów, a do czasopisma także poważnych zagranicznych autorów. Seminarium Matematyczne UW przy ul. Oczki 3, z bogatą biblioteką, stało się mekką polskich matematyków. W latach 1918-39 doktorat z matematyki na UW otrzymało ok. 40 osób, z których co najmniej 1/3 to uczeni, których osiągnię- cia do dziś znane są w całym matematycznym świecie. Nie brak było krytyków jednostronnego kierunku badań, którzy uprawiając bardziej klasyczną matema- tykę też osiągnęli ogromne sukcesy. Matematyka warszawska wiele zawdzięczała bliskim kontaktom z ośrodkiem we Lwowie. W wykładzie prześledzimy konse- kwentną realizację strategii, która w latach 1918-39 doprowadziła warszawską matematykę z niebytu do światowego poziomu, oraz o tym jak pogarszająca się w latach 1930-tych atmosfera w kraju i w Europie, a następnie II wojna światowa zniszczyły warszawską szkołę, której odbudowę po wojnie podjęli ci nieliczni któ- rzy przeżyli i pozostali w kraju. Wykład będzie także zaproszeniem do podjęcia pogłębionych badań nad tym ciekawym epizodem w historii nauki i Uniwersytetu Warszawskiego.

● [Początek sekcji](#)

Przetomowy wkład polskich matematyków w teorię retraktów oraz w rozwój teorii homotopii i homologii singularnej

Kuperberg Krystyna kuperkm@auburn.edu
Auburn University, Alabama, USA

Wykład będzie hołdem złożonym polskim matematykom za ich podstawowe odkrycia w początkach rozwoju topologii algebraicznej i geometrycznej. Witold Hurewicz zdefiniował grupy homologii singularnej w sposób geometryczny; Samuel Eilenberg sformalizował definicje i wprowadził podejście aksjomatyczne. Karol Borsuk znany jest jako twórca dwóch niezwykle ważnych dziedzin: teorii retraktów i teorii kształtów. Zdefiniował on także grupy kohomotopii. Jego wyniki dotyczące czynników kartezyjskich i punktów statych miały głęboki wpływ na teorię ciągłych układów dynamicznych. Tadeusz Ważewski zastosował metody geometryczno-topologiczne do równań różniczkowych.

● [Początek sekcji](#)

Przestrzenie, które zawdzięczamy polskim matematykom cz. 1 i 2

Lech Maligranda lech.maligranda@ltu.se
Luleå University of Technology, Luleå, Szwecja

Małgorzata Terepeta malgorzata.terepeta@p.lodz.pl
Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki i Politechnika Łódzka

Wiele zbiorów nosi nazwy jednoznacznie kojarzące się z matematykami, którzy je badali (zbiór Cantora, Łuzina, trójkąt i dywan Sierpińskiego, miotełka Knastera-Kuratowskiego). Znamy także przestrzenie które noszą nazwiska swoich twórców, np. Hilberta, Frechéta. Nas zainteresowały przestrzenie w których nazwie używa się nazwiska polskiego matematyka. W naszej kolekcji mamy 30 takich przestrzeni. Pierwszy z autorów przedstawi kilka przykładów z analizy, drugi – kilka z topologii.

● [Początek sekcji](#)

O pewnych matematykach i fizykach polskich pracujących w latach trzydziestych w ZSSR

Włodzimierz Odyniec W.P.Odyniec@mail.ru
POMI, Petersburg

Omówiono życie oraz twórczość 6 matematyków (Lazar Lusternik, Herman Müntz, Stefan Bergman, Abraham Plessner, Arnold Walfisz, Leon Chwistek) oraz 5 fizyków (Alexander Weissberg-Cybulski, Konstanty Petrzak, Alexander Leipuński, Owsej Leipuński, Dora Leipuńska), urodzonych przed 1914 rokiem na terenach Polski w granicach 1946 r., i pracujących w latach trzydziestych w ZSSR.

Doktoraty z matematyki i logiki na Uniwersytecie Warszawskim w okresie międzywojennym

Walerian Piotrowski walerian_piotrowski@poczta.onet.pl
Instytut Kardiologii, Anin

Po odzyskaniu niepodległości w 1918 roku reaktywowano działalność wcześniej istniejącego Uniwersytetu Warszawskiego. W okresie międzywojennym na Wydziałach Filozoficznym (do 1927) i Matematyczno-Przyrodniczym (1927-1939) przeprowadzono 34 przewody doktorskie z matematyki oraz 9 z logiki. Prezentacja zawiera omówienie dwóch zagadnień dotyczących zdobywania stopni doktorskich. Pierwsze zagadnienie obejmuje historię funkcjonowania systemu uzyskiwania doktoratów z matematyki i logiki wraz z historią wydziału. Drugie zagadnienie obejmuje zestawienie uzyskanych stopni doktorskich. Autor sporządził katalog nazwisk osób, które uzyskały doktorat podając: datę uzyskania stopnia, tytuł rozprawy doktorskiej, źródło publikacji rozprawy, nazwisko promotora. Zebrane dane pochodzą z kwerendy akt studenckich i innych dokumentów przechowywanych w Archiwum Uniwersytetu Warszawskiego oraz w innych instytucjach państwowych. Prezentacja zawiera bogaty materiał ikonograficzny w postaci zdjęć doktorantów i dyplomów doktorskich.

Wykład algebry za czasów Samuela Dicksteina

Arkadiusz Płoski matap@tu.kielce.pl
Politechnika Świętokrzyska, Kielce

Samuel Dickstein przełożył na język polski klasyczną książkę H. Webera „Lehrbuch der Algebra”, której pierwsze wydanie ukazało się w 1912 roku. Była to skrócona wersja wielotomowego dzieła Webera, współtwórcy wraz z R. Dedekindem teorii funkcji algebraicznych. Na przelocie XIX i XX wieku pojawiło się wiele podręczników algebry o podobnym charakterze. Wymieńmy tutaj wykłady: E. Netto, Vorlesungen über Algebra (1900), J. A. Serret, Cours d'Algèbre Supérieure (pierwsze wydanie 1866 było wznowiane aż do 1927 roku) oraz O. Perron, Algebra (1927), ostatnie dzieło poprzedzające epokę van der Weerdena (Moderne Algebra, 1931). W oparciu o wymienione wykłady naszkicujemy historię twierdzenia Bézouta o liczbie rozwiązań układu równań wielomianowych. Twierdzenie to jest pierwszym wynikiem teorii przecięć, ważnego działu geometrii algebraicznej.

Początki geometrii różniczkowej w Polsce

Zdzisław Pogoda zdzislaw.pogoda@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Chyba nikt ze specjalistów nie ma wątpliwości, że geometria różniczkowa należy do dziedzin głównego nurtu badań matematycznych. Choć często wydawało się, że czas geometrii różniczkowej minął, to nagle pojawiała się w rewolucyjnych pomysłach Donaldsona, Thurstona, Hamiltona i Perelmana.

Gdy wspomina się o dziedzinach matematyki rozwijanych przez Polaków, to przede wszystkim wymienia się topologię, teorię mnogości, teorię równań różniczkowych, analizę matematyczną i podstawy matematyki. Geometria różniczkowa jest na dalszym planie, choć i tu rezultaty uzyskane przez polskich matematyków są istotne i znalazły trwałe miejsce w geometrii różniczkowej. Topologia i teoria mnogości zostały wskazane przez Zygmunta Janiszewskiego jako dziedziny młode, dające szansę szybkiego uzyskania nowych ważnych i liczących się rezultatów, co było ważne dla szybkiego rozwoju polskiej matematyki. Geometria różniczkowa w swej klasycznej postaci teorii krzywych i powierzchni była już dziedziną okrzepłą a w wersji uogólnionej niewiadomo było, w którym kierunku się rozwinie. Część wyników zaliczanych później do geometrii różniczkowej najpierw znalazła swoje miejsce w teorii równań różniczkowych i analizie. Choć geometria różniczkowa nie była na pierwszym miejscu wśród dziedzin studiowanych przez polskich matematyków, to jedno z pierwszych liczących się na świecie rezultatów uzyskanych przez Polaków należą właśnie do geometrii różniczkowej. Kto był autorem pierwszej pracy z geometrii różniczkowej?

Kto z Polaków rozpoczął na wielką skalę badania w tej dziedzinie? Czy można mówić o polskiej szkole geometrii różniczkowej? Na te a także inne pytania zostaną, przynajmniej naszkicowane, odpowiedzi w czasie wystąpienia. Ponadto przedstawione będą mało znane epizody z rozwoju badań prowadzonych przez Polaków w geometrii różniczkowej oraz pewne znane rezultaty i pojęcia, które powinny nosić polskie nazwiska.

● [Początek sekcji](#)

Stanisław Zaremba - doniosłość odkrycia własności reprodukcji

Franciszek Hugon Szafraniec umszafra@cyf-kr.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Własność reprodukcji będąca punktem wyjścia dla *przestrzeni Hilberta* z *jądrem reprodukującym* i jej różnorodnych uogólnień pojawiła się już w roku 1907 w pracy Stanisława Zaremby. Doniosłość odkrycia Stanisława Zaremby jest widoczna po dzień dzisiejszy przez swoją obecność nie tylko w Analizie ale też w wielu pokrewnych dziedzinach matematycznych czy też w zastosowaniach wychodzących nieraz daleko poza matematykę. Warto dodać, że Stanisław Zaremba był uczonym wszechstronnym, niezwykle i również dlatego, a może

przede wszystkim, zasługuje na trwałe miejsce w historii matematyki. Stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego, którego był pierwszym prezesem, stwarza do tego doskonałą okazję.

Pragnę wykorzystać to spotkanie do tego, by uzupełnić moje poniższe artykuły

[1] *Początki własności reprodukowania: Bergman, Szegő, Bochner – a może jednak Zaremba* Wiadomości Matematyczne, 52 (2016) 53–67

[2] *Przypadek Stanisława Zaremby – oportunizm czy nonszalancja* Kwartalnik Historii Nauki i Techniki, 61 (2016) 117–127

zarówno dokładniejszym wprowadzeniem matematycznym do poprawnej teorii, jak i uzupełnieniem historycznym spowodowanym nie zawsze właściwym używaniem jąder reprodukcujących w niektórych zastosowaniach.

● [Początek sekcji](#)

Postery

Kazimierz Bartel Od ślusarza do profesora

Witold Tomaszewski tomaszewski.witold@gmail.com

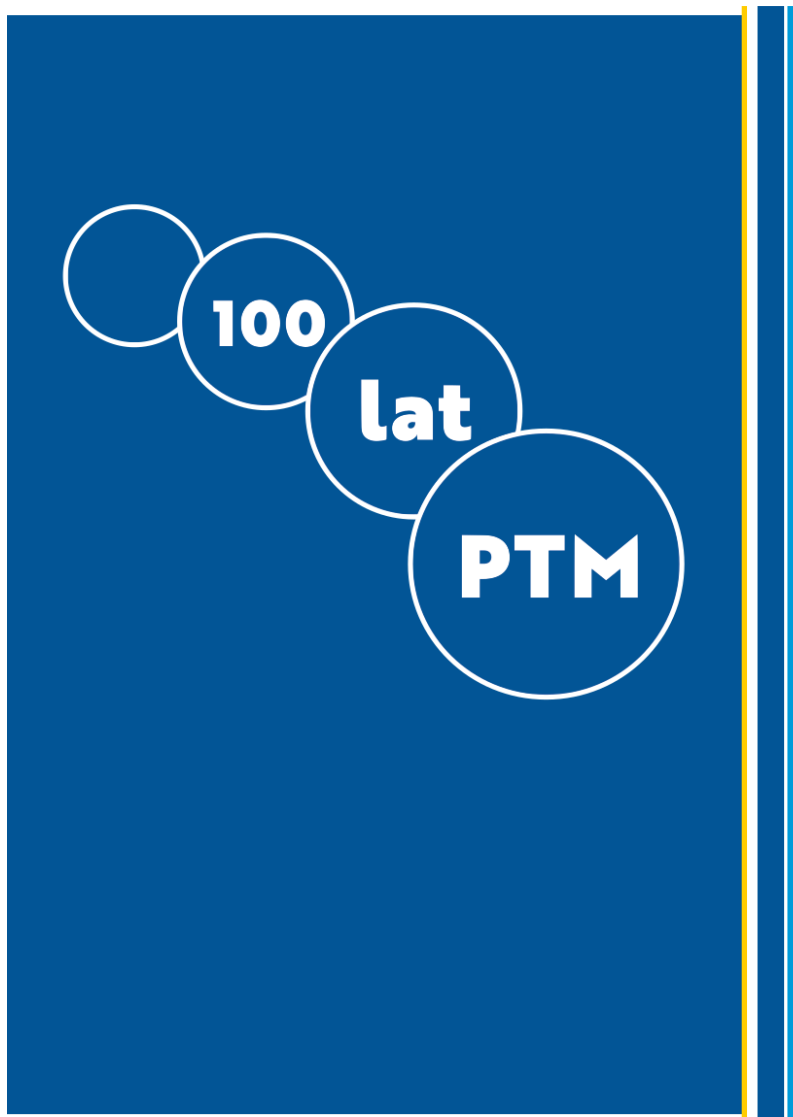
Na przykładzie Kazimierza Bartla chciałbym pokazać, jak pracowitością i talentem można pokonać przeciwności losu na drodze do osiągnięcia znaczącej pozycji naukowej i społecznej.

Kazimierz Bartel urodził się pod koniec XIX wieku w zaborze austrowęgierskim w niezamożnej rodzinie. Ojciec był maszynistą kolejowym, a matka zajmowała się domem. W wieku 4,5 roku trafił do szkoły ludowej. Po ukończeniu 4 klasy rozpoczął naukę w gimnazjum, z którego jednak został zabrany, z powodu braku postępów w nauce. W następstwie tego trafił na wydział ślusarski szkoły przemysłowej, którą po trzech latach ukończył (1898), jako ślusarz budowlany. Do matury przygotował się samodzielnie przez dwa lata (w systemie szkolnym trwało to lat siedem). Po jej uzyskaniu (1901) podjął naukę w Szkole Politechnicznej, którą ukończył z wyróżnieniem (15.05.1907). Jednocześnie (od października) został asystentem – geometrą wykreślnym – w Szkole Politechnicznej oraz rozpoczął studia matematyczne na Uniwersytecie Lwowskim. W 1909 roku otrzymał stypendium rządowe, które wykorzystał na studiowanie geometrii wykreślnej w Monachium. W roku 1911 w Szkole Politechnicznej uzyskał doktorat.. W roku następnym uzyskał habilitację i został profesorem nadzwyczajnym geometrii wykreślnej Profesorem zwyczajnym mianowano go w 1917 roku. (W Polsce międzywojennej był jedynym profesorem matematyki wywodzącym się z rodziny robotniczej). Po zakończeniu I wojny światowej brał udział w obronie Lwowa, za co otrzymał Order Virtuti Militari. W niepodległej Polsce zajął się działalnością polityczną, której zwieńczeniem było pięciokrotne premierostwo polskiego rządu. Ponadto był rektorem Politechniki Lwowskiej (1930/31) oraz prezesem Polskiego

Towarzystwa Matematycznego (1930/32). Napisał książki: Geometria wykreślna (1919), Perspektywa malarska (1928) oraz Rzuty cechowane (1928).

- [1] Kazimierz Bartel, *Perspektywa malarska* t.1,
- [2] Kazimierz Bartel, *Geometria wykreślna*
- [3] Maria Bartłowa, *Wspomnienia*
- [4] Roman Duda, *Lwowska Szkoła Matematyczna*
- [5] Roman Duda, *Matematycy XIX i XX wieku związani z Polską*
- [6] Sławomir Kalbarczyk, *Kazimierz Bartel (1882-1941), uczoney w świecie polityki*
- [7] Małgorzata Przeniosło, *Matematycy polscy w dwudziestoleciu międzywojennym: studium historyczne*, Tygodnik Światowid, Nr 11 (239) z 9 III 1929r.

● [Początek sekcji](#)



kombinatoryka i kryptologia

patroni sesji

Marian Rejewski, Jerzy Różycki, Henryk Zygałski



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Większościowe kolorowanie grafów

Bartłomiej Bosek bosek@tcs.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Jedną z odmian kolorowania grafu jest przypisanie kolorów do wierzchołków takie, że dla każdego wierzchołka v , co najwyżej połowa sąsiadów v ma ten sam kolor co v . Takie kolorowanie nazywamy kolorowaniem większościowym grafu. Celem jest większościowe pokolorowanie grafu za pomocą jak najmniejszej liczby kolorów. Podczas prezentacji zostaną omówione różne warianty tego problemu, wyniki historyczne, najnowsze rezultaty jak i intrygujące wciąż hipotezy. Między innymi zostaną zaprezentowane efekty wspólnej współpracy z Marcinem Anholcerem, Jarosławem Grytczukiem, oraz Gabrielem Jakóbczakiem.

Bibliografia

- [1] László Lovász, *On decomposition of graphs* Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica. A Quarterly of the Hungarian Academy of Sciences, 1, 237–238, 1966.
- [2] Paul D. Seymour, *On the two-colouring of hypergraphs*, The Quarterly Journal of Mathematics. Oxford. Second Series, 25, 303–312, 1974
<https://doi.org/10.1093/qmath/25.1.303>.
- [3] Dominic van der Zypen, *Majority coloring for directed graphs* MathOverflow, 2016,
<https://mathoverflow.net/questions/233014/majority-coloring-for-directed-graphs>.
- [4] Stephan Kreutzer, Sang-il Oum, Paul D. Seymour, Dominic van der Zypen, and David R. Wood, *Majority colourings of digraphs*, Electronic Journal of Combinatorics, 24(2):Paper 2.25, 9, 2017.
<http://www.combinatorics.org/v24i2p25>.
- [5] Marcin Anholcer, Bartłomiej Bosek, Jarosław Grytczuk, *Majority Choosability of Digraphs* Electronic Journal of Combinatorics, 24 (3), Paper 3.57, 2017, <http://www.combinatorics.org/v24i3p57>.
- [6] António Girão, Teeradej Kittipassorn, Kamil Popielarz, *Generalized majority colourings of digraphs*, Combinatorics, Probability and Computing, 26(6), 850–855, 2017. <https://doi.org/10.1017/S096354831700044X>.
- [7] Fiachra Knox and Robert Šámal, *Linear bound for majority colourings of digraphs*, Electronic Journal of Combinatorics, 25(3):Paper 3.29, 4, 2018, <http://www.combinatorics.org/v25i3p29>.
- [8] Bartłomiej Bosek, Jarosław Grytczuk, Gabriel Jakóbczak, *Majority Coloring Game*, Discrete Applied Mathematics, 255, 15 – 20, 2019.
<https://doi.org/10.1016/j.dam.2018.07.020>.

Realization of digraphs in Abelian groups

Sylwia Cichacz cichacz@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Co-author:

Zsolt Tuza <mailto:tuza@dcs.uni-pannon.hu>
University of Pannonia, Veszprém, Hungary

Suppose that there exists a mapping ψ from the arc set $E(\vec{G})$ of \vec{G} to a finite Abelian group Γ such that if we define a mapping φ from the vertex set $V(\vec{G})$ of G to Γ by

$$\varphi_\psi(x) = \sum_{y \in N^+(x)} \psi(yx) - \sum_{y \in N^-(x)} \psi(xy), \quad (x \in V(G)),$$

then φ_ψ is injective. In this situation, we say that \vec{G} is *realizable* in Γ .

Let \vec{G} be a directed graph of order n with no component of order less than 3. So far the problem of realization of digraphs was considered only in case of elementary Abelian groups [1,2]. In this talk we will show that \vec{G} is realizable in any finite Abelian group Γ such that $|\Gamma| \geq 4n$. Moreover if n is sufficiently large for fixed $\varepsilon > 0$ ($n \geq n_0(\varepsilon)$) then \vec{G} is realizable in any Γ such that $|\Gamma| > (1 + \varepsilon)n$.

References

- [1] Y. Egawa, *Graph labelings in elementary abelian 2-groups*, Tokyo Journal of Mathematics **20**: 365–379 (1997).
- [2] Y. Fukuchi, *Graph labelings in elementary abelian groups*, Discrete Mathematics **189**: 117–122 (1998).

● [Początek sekcji](#)

Lack of Unique Factorization as a Tool in Block Cipher Cryptanalysis

Nicolas T. Courtois n.courtois@ucl.ac.uk
University College London, Wielka Brytania

Classical attacks on block ciphers are about super simple linear invariants and the space of possible attacks is small. Non-linear polynomial invariants offer a substantially richer space to explore. If so, why is that cryptographers have found so few attacks on block ciphers? Our method is to search for invariant attacks explicitly through the study of roots of the so-called Fundamental Equation (FE). We show that certain properties of the ring of Boolean polynomials such as lack of unique factorization allow for a certain type of product construction attacks to succeed. We show how to construct a complex non-trivial attack where a polynomial of degree 7 is an invariant for any number of rounds for a complex block cipher.

References

- [1] Nicolas T. Courtois, Aidan Patrick, *Lack of Unique Factorization as a Tool in Block Cipher Cryptanalysis*, Preprint, url <https://arxiv.org/abs/1905.04684> 12 May 2019.
- [2] Nicolas Courtois and Willi Meier: *Algebraic Attacks on Stream Ciphers with Linear Feedback*, Eurocrypt 2003, Warsaw, Poland, LNCS 2656, pp. 345–359, Springer
- [3] Nicolas Courtois, *Feistel Schemes and Bi-Linear Cryptanalysis*, Crypto 2004, LNCS 3152, pp. 23–40, Springer, 2004.

● [Początek sekcji](#)

Metoda wielomianowa dla problemów kolorowania grafów

Przemysław Gordinowicz pgordin@p.lodz.pl
Politechnika Łódzka

W naturalny sposób z grafem $G = (V, E)$ (formalnie z jego ustaloną orientacją, choć jej wpływ ogranicza się do określenia znaku) można stowarzyszyć *wielomian grafowy* nad zadanym ciałem liczbowym $P(G) = \prod_{uv \in E} (x_u - x_v)$, którego zmienne odpowiadają wierzchołkom grafu, a stopień jest równy $|E|$. Pojęcia grafu i jego wielomianu były w historii utożsamiane. Stąd pochodzi np. pojęcie czynnika (ang. factor) jako uogólnienie skojarzenia doskonałego.

Istotną cechą wielomianu grafowego jest fakt, że niezerujące podstawienie wyznacza kolorowanie grafu. Użytecznym narzędziem jest kombinatoryczne twierdzenie o zerach (Alon, 1999) implikujące istnienie kolorowań z list o długościach o 1 większych od odpowiadających wykładników w dowolnym, nieznikającym jednomianie. Ostatnio Zhu (2019+) zaprezentował inspirujący wynik — uogólnienie twierdzenia Thomassena o 5-wybieralności grafów planarnych w języku wielomianów grafowych.

Podczas referatu zostaną zaprezentowane pewne rozważane warianty twierdzenia Thomassena, w szczególności podany przez Hutchinson (2012) dla grafów zewnętrznie planarnych, a rozszerzony przez Postle i Thomasa (2015, 2016). Przedyskutowane zostanie zastosowanie metody wielomianowej do tych problemów. Przedstawiony będzie także dowód 3-wybieralności grafów kolejkowych, uzyskany metodą wielomianową w bardzo podobny sposób to wielomianowego uogólnienia twierdzenia Hutchinson.

Referat opiera się o wyniki uzyskane wspólnie z P. Twardowskim i Z. Wiśniewską (PŁ).

● [Początek sekcji](#)

Indeks rozróżniający grafów spójnych w zależności od maksymalnego stopnia grafu

Aleksandra Gorzkowska agorzkow@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

Mówimy, że kolorowanie c *przetłumacza* automorfizm φ grafu G , jeśli istnieje co najmniej jedna krawędź grafu G , której kolor jest inny niż kolor jej obrazu w automorfizmie φ . *Indeksem rozróżniającym* $D'(G)$ grafu G nazywamy najmniejszą liczbę d taką, że istnieje kolorowanie krawędziowe grafu G za pomocą d kolorów przetłumaczące wszystkie nietrywialne automorfizmy tego grafu. Pojęcie to zostało wprowadzone przez Kalinowskiego i Piłśniaka. Udowodnili oni, że jeśli graf G rzędu co najmniej trzy jest spójny i skończony, to $D'(G) \leq \Delta(G)$, z wyjątkiem grafów C_3, C_4 oraz C_5 . Kolejne wyniki, w których podano ograniczenie górne indeksu rozróżniającego w zależności od stopnia maksymalnego grafu doprowadziły do sformułowania przez Woźniaka hipotezy, że jeśli graf G jest spójny o stopniu minimalnym δ , to $D'(G) \leq \lceil \sqrt[\delta]{\Delta(G)} \rceil + 1$. Podczas referatu przedstawione zostaną rezultaty dotyczące tej hipotezy, głównie w przypadku grafów 3-spójnych.

Bibliografia

- [1] R. Kalinowski i M. Piłśniak, *Distinguishing graphs by edge-colourings*, European J. Combin. 45: 124–131 (2015).
- [2] M. Piłśniak, *Improving upper bounds for the distinguishing index* Ars Math. Contemp. 13: 259–274 (2017).

● [Początek sekcji](#)

Liczby Turána i ich uogólnienia

Andrzej Grzesik Andrzej.Grzesik@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Klasycznym zagadnieniem teorii grafów ekstremalnych jest znalezienie maksymalnej możliwej liczby krawędzi w grafach, które nie zawierają ustalonego podgrafu. Ponad 110 lat temu Mantel rozwiązał ten problem dla trójkąta, w 1941 roku Turán dla grafów pełnych, a w 1946 roku Erdős i Stone rozstrzygnęli go asymptotycznie dla dowolnego grafu, który nie jest dwudzielny. Brakujący przypadek pozostaje problemem otwartym i często nawet rząd wielkości maksymalnej liczby krawędzi w takich grafach nie jest znany.

Jedną z istotnych hipotez w tym temacie jest hipoteza Erdősa z 1967 roku, która mówi, że każdy graf na n wierzchołkach bez dwudzielnego r -zdegenerowanego podgrafu F ma co najwyżej $Cn^{2-\frac{1}{r}}$ krawędzi, gdzie C jest pewną stałą zależną tylko od F . Na wykładzie zostaną przedstawione wyniki uzyskane ze współpracownikami (Oliver Janzer oraz Zoltán Lóránt Nagy), które udowadniają hipotezę Erdősa dla szerokiej klasy grafów, uogólniając wiele wcześniejszych rezultatów.

Omawiane zagadnienie można uogólnić na problem maksymalizacji nie liczby

krawędzi, ale liczby kopii pewnego ustalonego grafu. W tym temacie wiadomo jeszcze mniej i brakuje optymalnych wyników nawet dla małych lub bardzo specyficznych grafów. Na wykładzie zostaną przedstawione wyniki uzyskane wspólnie z Bartłomiejem Kielakiem dotyczące cykli nieparzystej długości.

● [Początek sekcji](#)

Podpisy pierścieniowe

Lucjan Hanzlik lucjan.hanzlik@stanford.edu
Stanford University, Kanada

Podpisy pierścieniowe (z ang. ring signatures) [1] pozwalają na wykonanie elektronicznego podpisu w imieniu grupy (tzw. pierścienia) stworzonej w momencie jego generacji. W odróżnieniu od standardowych podpisów tożsamość podpisującego pozostaje ukryta. Zostały one zaproponowane jako anonimowy sposób na wyciek autentycznych (tj. podpisanych) tajemnic jednak, z racji swoich korzyści znalazły zastosowanie w kryptowalutach.

Naturalnym celem jest zaprojektowanie schematu, dla którego długość podpisu jest krótka w wielkości pierścienia. W niniejszej pracy zaprezentujemy pierwszy schemat dla którego:

- długość podpisu jest logarytmiczna w wielkości pierścienia,
- bezpieczeństwo jest oparte o standardowy problem obliczeniowy, a dowód bezpieczeństwa nie wymaga wyroczni losowych i parametrów wygenerowanych przez zaufaną stronę.

Pomimo wielu lat badań w tej dziedzinie, ten problem był ciągle otwarty. Rozszerzamy nasze wyniki na przypadek, w którym podpisy wykonane z użyciem tego samego klucza prywatnego mogą zostać połączone (z ang. linkable ring signatures).

Bibliografia

- [1] Ronald L. Rivest, Adi Shamir, and Yael Tauman, *How to leak a secret*, Springer, Heidelberg, 2001.

● [Początek sekcji](#)

Ekstremalne losowe hipergrafy dla problemu efektywnej dwukolorowości

Jakub Kozik Jakub.Kozik@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Jaka jest minimalna liczba krawędzi, która pozwala na zbudowanie k -grafu (czyli k -jednolitego hipergrafu) który nie byłby dwukolorowalny? Liczba ta, oznaczona przez $m(k)$, została wprowadzona przez Erdősa i Hajnala w roku 1961. Od tego czasu wiele wysiłków poświęcono na wyznaczenie asymptotycznego zachowania funkcji m . Ostatnia poprawa dolnego ograniczenia nastąpiła w roku

2000. Radhakrishnan i Srinivasan udowodnili w [3] ograniczenie dolne na $m(k)$ rzędu $(k/\log(k))^{1/2} \cdot 2^k$. Co ciekawe, najlepsze znane górne ograniczenie $m(k) = O(k^2 \cdot 2^k)$, udowodnione przez Erdősa w roku 1964, nie zostało od tego czasu poprawione. Wynika ono z faktu, że losowy k -graf na k^2 wierzchołkach z dużym prawdopodobieństwem przestaje być dwukolorowalny mniej więcej przy tej liczbie krawędzi. W celu lepszego zrozumienia tego zjawiska, w naszych badaniach skupiamy się na ewolucji przestrzeni poprawnych kolorowań, gdy kolejne losowe krawędzie są dodawane do hipergrafu budowanego nad zbiorem wierzchołków rozmiaru k^2 . Jednym z otrzymanych w ten sposób wyników jest konstrukcja i analiza algorytmu, który z dużym prawdopodobieństwem poprawnie koloruje losowe instancje, w których liczba krawędzi jest rzędu $k \log(k) \cdot 2^k$. Wynik ten poprawia ograniczenie rzędu $k \cdot 2^k$ wynikające z pracy [2]. Nasze badania są w dużym stopniu inspirowane rozważaniami prowadzonymi w kontekście problemów spełnialności więzów dla losowych instancji, w których przyjmuje się, że rozmiar krawędzi k jest stały, a jedynie liczba wierzchołków zmierza do nieskończoności (patrz np. [1]).

Bibliografia

- [1] D. Achlioptas and A. Coja-Oghlan, *Algorithmic barriers from phase transitions*, in Proceedings of the 49th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, FOCS '08, Washington, DC, USA, 2008.
- [2] D. Achlioptas, J.H. Kim, M. Krivelevich and P. Tetali, *Two-colorings random hypergraphs*, Random Structures and Algorithms, 20:2, 2002.
- [3] J. Radhakrishnan and A. Srinivasan, *Improved bounds and algorithms for hypergraph 2-coloring*, Random Structures and Algorithms, 16, 2000.

● [Początek sekcji](#)

O pewnych naturalnych strukturach na matroidach i powiązanych problemach algebraicznych

Michał Lasoń michalason@gmail.com

Polska Akademia Nauk

Gdy obiekt algebraiczny zadany jest kombinatorycznie, naturalne jest przypuszczenie, że jego własności również można opisać kombinatorycznie. Próba uzyskania takiego opisu często prowadzi do zaskakująco trudnych problemów kombinatorycznych. Dobrym przykładem jest hipoteza White'a. Stanowi ona, że ideał toryczny matroidu generowany jest przez dwumiany kwadratowe odpowiadające symetrycznej własności wymiany baz.

Powyższy problem redukuje się do jednego z podstawowych pytań kombinatorycznych dla pewnej naturalnej struktury na matroidzie - struktury uogólniającej dobrze znany graf baz matroidu. Opowiemy o paru wynikach i paru intrygujących problemach otwartych.

Bibliografia

- [1] M. Lasoń, M. Michałek, On the toric ideal of a matroid, *Adv. Math.* 259: 1–12 (2014).
- [2] M. Lasoń, On the toric ideals of matroids of a fixed rank, arXiv: 1601.08199.

[● Początek sekcji](#)

Bezpieczeństwo i wiarygodność sieci neuronowych

Paweł Morawiecki pawel.morawiecki@gmail.com
Polska Akademia Nauk

W ostatnich kilku latach sztuczne sieci neuronowe pozwalają rozwiązywać coraz trudniejsze problemy z zakresu grafiki czy robotyki. Jednakże bezpieczeństwo i wiarygodność tych algorytmów jest dalekie od ideału. Zwodnicze przykłady (ang. adversarial examples) to dane wejściowe, które zostały tak przygotowane by oszukać klasyfikator (np. sieć neuronową). Dla ludzkiej percepcji takie przykłady nie wydają się podejrzane, dlatego też mogą być niebezpieczne. W referacie zostanie przedstawiona metoda generowania takich danych oraz podstawowe metody obrony. Dodatkowo zostanie zaprezentowanych kilka kierunków badań, które wydają się interesujące.

[● Początek sekcji](#)

O unikaniu repetycji

Barbara Nayar B.Nayar@mini.pw.edu.pl
Politechnika Warszawska

Przedstawię kilka wyników dotyczących unikania repetycji i innych wzorców w ciągach, unikania repetycji z przeskokami, unikania repetycji na prostych w kolorowaniu płaszczyzny. Zagadnienia te inspirowane są klasycznym wynikiem Thuego o istnieniu dowolnie długiego ciągu bez repetycji nad trzelementowym alfabetem.

Prezentowane wyniki zostały uzyskane z M. Dębskim, J. Grytczkiem, U. Pastwą, J. Sokół, M. Tuczyńskim, P. Wenusem, K. Węskiem.

Bibliografia

- [1] M. Dębski, J. Grytczuk, B. Nayar, U. Pastwa, J. Sokół, M. Tuczyński, P. Wenus, K. Węsek, *Avoiding multiple repetitions in Euclidean spaces*, preprint (2018)
- [2] M. Dębski, U. Pastwa, K. Węsek, *Grasshopper Avoidance of Patterns*, *Electron. J. Combin.* 23 (2016)

[● Początek sekcji](#)

Ćwierć całkowite pakowanie cyklu

Marcin Pilipczuk malcin@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Powszechnie znane twierdzenie Erdősa i Pósy głosi, że jeśli w grafie nieskierowanym nie istnieje rodzina k rozłącznych wierzchołkowo cykli, to istnieje w nim zbiór rozcyklający (zbiór wierzchołków przecinający każdy cykl w grafie) wielkości $\mathcal{O}(k \log k)$. Analogiczne stwierdzenie dla grafów skierowanych przez lata było znane jako hipoteza Youngera, aż zostało w 1996 roku udowodnione przez Reeda, Robertsona, Seymoura i Thomasa. W ich dowodzie zależność między wielkością zbioru rozcyklającego i liczbą rozłącznych wierzchołkowo cykli nie jest elementarna.

W pracy razem z Tomášem Masaříkiem, Ireną Muzi, Pawłem Rzążewskim oraz Manuelem Sorge pokazujemy, że otrzymamy zależność wielomianową, jeśli porównamy najmniejszą możliwą wielkość zbioru rozcyklającego z największą możliwą liczebnością *ćwierć całkowitzą* rodziną cykli w grafie. Dowodzimy, że jeśli w skierowanym grafie G nie istnieje rodzina k cykli takich, że każdy wierzchołek G leży na co najwyżej czterech cyklach w rodzinie, to w G można znaleźć zbiór rozcyklający wielkości $\mathcal{O}(k^4)$. Używając opracowanych technik, dowodzimy bardziej ogólnego wyniku dotyczącego ćwierć całkowego pakowania podgrafów o dużej (skierowanej) szerokości drzewiastej: dla każdych dwóch liczb całkowitych dodatnich a oraz b , jeśli skierowany graf G ma (skierowaną) szerokość drzewiastą $\Omega(a^8 b^8 \log^2(ab))$, to znajdziemy w G rodzinę podgrafów wielkości a , której każdy element ma (skierowaną) szerokość drzewiastą co najmniej b , a każdy wierzchołek G leży w co najwyżej czterech podgrafach z rodziny.

Bibliografia

- [1] T. Masařík, I. Muzi, M. Pilipczuk, P. Rzążewski, M. Sorge, *Packing directed circuits quarter-integrally*, arXiv:1907.02494.
<https://arxiv.org/abs/1907.02494>
- [2] B. Reed, N. Robertson, P. Seymour, R. Thomas, *Packing directed circuits*, *Combinatorica* (1996) 16: 535.
<https://doi.org/10.1007/BF01271272>

● [Początek sekcji](#)

Hipoteza 1–2–3 jest niemal niemal prawdziwa dla grafów regularnych

Jakub Przybyło jakubprz@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Znana *hipoteza 1–2–3* sugeruje, iż krawędziom dowolnego grafu bez składowej K_2 można nadać wagi ze zbioru $\{1, 2, 3\}$ tak, by sąsiednie wierzchołki otrzymały różne tzw. ważone stopnie. Problem ten pozostaje nierozwiązany, podczas gdy wiadomo, że jest to możliwe przy użyciu wag ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Hipoteza

teza ta jest ponadto udowodniona dla grafów 3-kolorowalnych. Niewiele więcej wiadomo w przypadku grafów regularnych. Zaprezentuję dowód, iż dla tej rodziny grafów wystarczy wykorzystać jedynie wagi 1, 2, 3, 4; oraz omówię pewne przypadki, w których teza hipotezy 1–2–3 jest w istocie spełniona.

● [Początek sekcji](#)

Powers of Hamiltonian cycles in randomly augmented graphs

Andrzej Ruciński rucinski@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

I will present recent results on the existence of powers of Hamiltonian cycles in graphs with large minimum degree to which some additional edges have been added in a random manner. For all integers $k, \ell, r \geq 1$ with $\ell \geq (r+1)r$ and any $\alpha > \frac{k}{k+1}$ we show that adding $O(n^{2-2/\ell})$ random edges to an n -vertex graph G with minimum degree at least αn yields, with probability close to one, the existence of the $(k\ell + r)$ -th power of a Hamiltonian cycle. In particular, for $r = 1$ and $\ell = 2$ this implies that adding only $O(n)$ random edges to such a graph G already ensures the $(2k + 1)$ -st power of a Hamiltonian cycle (proved independently by Nenadov and Trujić). In this instance and for several other choices of k, ℓ , and r we can show that our result is asymptotically optimal.

This is joint work with S. Antoniuk (Poznań), A. Dudek (Kalamazoo), Chr. Reiher and M. Schacht (both from Hamburg).

● [Początek sekcji](#)

Głosowanie przez Internet — ZA i PRZECIW

Marian Srebrny marians@ipipan.waw.pl
Polska akademia Nauk

Współautorzy:

Artur Jakubski ajakubski@icis.pcz.pl
Politechnika Częstochowska

Josef Pieprzyk josef.pieprzyk@qut.edu.au
Queensland University of Technology, Australia

Te wyniki motywowane są przez słynne niedawne wpadki Facebooka. W odpowiedzi ze strony społeczności kryptograficznej artykuł ten skupia się na zaufaniu, bezpieczeństwie sieciowym i prywatności w systemach równoległych i rozproszonych. Kwestie te mają kluczowe znaczenie w dzisiejszych czasach, ponieważ zadania są przydzielane, a informacje są wymieniane między urządzeniami systemu, które mogą należeć do różnych użytkowników. Podkreślamy najnowsze postępy w zakresie zaufania, bezpieczeństwa i prywatności dla powstających systemów równoległych i rozproszonych.

Przedstawiamy nowy projekt protokołu głosowania przez Internetâ weryfiko-

walnego od początku do końca (ang. End-To-End Verifiable), przeznaczonego dla niewielkiej grupy wyborców. Szczególny nacisk w naszym protokole głosowania dotyczy gwarancji, że każdy głosujący może skutecznie zweryfikować, czy jego głos jest odpowiednio zarejestrowany i policzony. Procedura pozwala uniknąć sabotażu, manipulacji lub fałszowania, z powodu możliwego fałszywego sprzętu lub oprogramowania. Drugą ważną właściwością protokołu jest to, że żaden głosujący nie może udowodnić, na kogo głosował. Eliminuje to, a przynajmniej zasadniczo ogranicza możliwość wymuszania, kupowania lub sprzedawania głosów. Z technicznego punktu widzenia protokół opiera się na kryptograficznym współdzieleniu sekretów, obliczeniach wielostronnych, modularnej arytmetyce z Chińskim Twierdzeniem o Resztach oraz rozproszonej księdze rejestru typu łańcuchów bloków (ang. blockchain) bez żadnej strony obdarzonej zaufaniem.

Ponadto, przeprowadzimy dyskusję szeregu uwag krytycznych pojawiających się na świecie, które zasadniczo kwestionują wiarygodność elektronicznych procedur głosowania.

● [Początek sekcji](#)

Maximal k -edge-colorings of graphs

Magdalena Tyniec-Motyka tyniecm@agh.edu.pl
Akademia Górniczo Hutnicza

Maximal k -edge-coloring of a graph G of order n is a proper edge-coloring of a graph G with k colors such that no edge of G can be attached to G without violating the conditions of proper edge-coloring. We define the spectrum of maximal edge-coloring $MEC_k(n)$ as the set of all m such that there exists a maximal k -edge-coloring of some graph G , where $|V(G)| = n$ and $|E(G)| = m$.

In the talk the lower bound for the spectrum will be presented. Results concerning maximal edge-colorings of a graph of order n using $\chi'(n)$ colors will be mentioned. We show that the largest nontrivial number of colors used in maximal edge-coloring of a graph of order n is $2n - 4$. We also present constructions of such colorings for two, three and four colors and the largest nontrivial number of colors.

● [Początek sekcji](#)

Skierowane wersje hipotez 1-2-3 i 1-2

Mariusz Woźniak mwozniak@agh.edu.pl
Akademia Górniczo Hutnicza

Niech $G = (V, E)$ będzie grafem, k liczbą naturalną. Funkcję $f : E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ nazywamy k -kolorowaniem grafu G . Kolorowanie f może być interpretowane jako zastąpienie krawędzi $e \in E$ przez multikrawędź o krotności $f(e)$. Stopień wierzchołka $x \in V$ w tak otrzymanym multigrafie jest równy sumie kolorów wokół x . Hipoteza 1-2-3 (postawiona w [5]) mówi, że dla grafów bez

krawędzi izolowanych istnieje takie 3-kolorowanie f , że odpowiedni multigraf jest *lokalnie nieregularny* tj. dla każdej krawędzi $xy \in E$ mamy $\sigma(x) \neq \sigma(y)$ gdzie $\sigma(x) = \sum_{e \ni x} f(e)$. Hipoteza 1-2 dotyczy sytuacji kiedy kolorujemy także wierzchołki grafu.

W trakcie referatu zobaczymy kilka wersji tych problemów w przypadku grafów skierowanych, a w szczególności wyniki zawarte w pracach wzmiankowanych w literaturze.

Bibliografia

- [1] E. Barme, J. Bensmail, J. Przybyto, M. Woźniak, *On a directed variation of the 1-2-3 and 1-2 Conjectures*, Discrete Appl. Math. 217 (2017) 123–131.
- [2] O. Baudon, J. Bensmail, É. Sopena, *An oriented version of the 1-2-3 Conjecture*, Discuss. Math. Graph Theory 35(1) (2015) 141–156.
- [3] M. Borowiecki, J. Grytczuk, M. Piłśniak, *Coloring chip configurations on graphs and digraphs*, Inform. Process. Lett. 112 (2012) 1–4.
- [4] M. Hornák, J. Przybyto, M. Woźniak, *A note on a directed version of the 1-2-3 Conjecture*, Discrete Applied Math. 236 (2018), 472 – 476.
- [5] M. Karoński, T. Łuczak, A. Thomason, *Edge weights and vertex colours*, J. Combin. Theory B 91 (2004) 151–157.

● [Początek sekcji](#)

Konstrukcje rzadkich maksymalnych niehamiltonowskich hipergrafów

Andrzej Żak zakandr@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Wsółautor:

Andrzej Ruciński rucinski@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

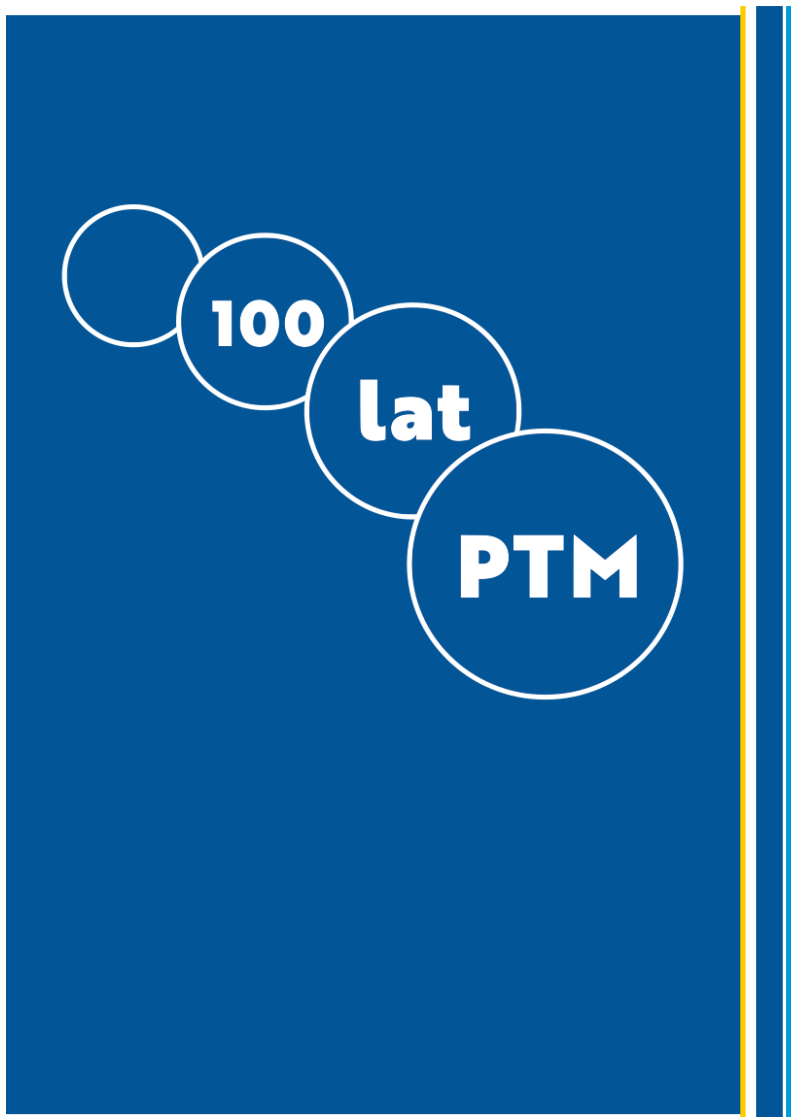
Dla $1 \leq \ell < k$, ℓ -ciasnym k -cyklem nazywamy k -jednolity hipergraf w którym, dla pewnego cyklicznego uporządkowania wierzchołków, każda krawędź składa się z k kolejnych wierzchołków, oraz każde dwie kolejne krawędzie mają ℓ wspólnych wierzchołków. k -jednolity hipergraf H jest ℓ -hamiltonowski nasycony jeżeli H nie zawiera ℓ -ciasnego k -cyklu Hamiltona, ale po dodaniu jakiegokolwiek nowej krawędzi taki cykl już zawiera. Niech $\text{sat}(n, k, \ell)$ będzie najmniejszą liczbą krawędzi w ℓ -hamiltonowskim nasyconym k -jednolitym hipergrafie na n wierzchołkach. W przypadku grafów, Clark i Entringer pokazali w 1983 [1], że $\text{sat}(n, 2, 1) = \lceil \frac{3n}{2} \rceil$. Wspólnie z Rucińskim pokazaliśmy w 2013 [2], że dla $k \geq 3$ i $\ell = 1$, oraz dla wszystkich $0.8k \leq \ell \leq k - 1$, $\text{sat}(n, k, \ell) = \Theta(n^\ell)$. Tym razem udowodnimy, że $\text{sat}(n, 2\ell, \ell) = \Theta(n^\ell)$.

Bibliografia

- [1] L. Clark and R. Entringer, *Smallest maximally non-Hamiltonian graphs*, Period. Math. Hungar., 14: 57–68 (1983).

- [2] A. Ruciński and A. Żak, Hamilton saturated hypergraphs of essentially minimum size, *Electr. J. Combin.*, 20: P25 (2013).

● [Początek sekcji](#)



logika i informatyka teoretyczna

patroni sesji
Alfred Tarski



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Problem osiągalności w sieciach Petriego jest nieelementarny

Wojciech Czerwiński wczewin@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Opowiem o problemie osiągalności w sieciach Petriego, którego złożoność obliczeniowa wciąż jest dużym otwartym problemem. Ostatnio razem ze współautorami pokazaliśmy, że jest on nieelementarny, co oznacza, że nie da się rozwiązać w czasie szybszym niż wieża dwójek wysokości równej wielkości wejścia. Jest to pierwsze podniesienie dolnej granicy złożoności od 1976 roku. Postaram się przedstawić intuicję i opowiedzieć nieco o głównych ideach naszej konstrukcji.

● [Początek sekcji](#)

Computable quotient presentations of nonstandard models of arithmetic

Michał Tomasz Godziszewski mtgodziszewski@gmail.com

Uniwersytet Warszawski

A computable quotient presentation of a mathematical structure \mathcal{A} consists of a computable structure on the natural numbers $\langle \mathbb{N}, *, *, \dots \rangle$, meaning that the operations and relations of the structure are computable, and an equivalence relation E on \mathbb{N} , not necessarily computable but which is a congruence with respect to this structure, such that the quotient $\langle \mathbb{N}, *, *, \dots \rangle$ is isomorphic to the given structure \mathcal{A} . Thus, one may consider computable quotient presentations of graphs, groups, orders, rings and so on. A natural question asked by B. Khossainov in 2016 [2], is if the Tennenbaum Theorem extends to the context of computable presentations of nonstandard models of arithmetic. In a joint work with J.D. Hamkins [1] we have proved that no nonstandard model of arithmetic admits a computable quotient presentation by a computably enumerable equivalence relation on the natural numbers. However, as it happens, there exists a nonstandard model of arithmetic admitting a computable quotient presentation by a co-c.e. equivalence relation. Actually, there are infinitely many of those. The idea of the proof consists in simulating the Henkin construction via finite injury priority argument. What is quite surprising, the construction works (i.e. injury lemma holds) by Hilbert's Basis Theorem. During the talk I'll present ideas of the proof of the latter result, which is joint work with T. Slaman and L. Harrington.

References

- [1] Godziszewski M.T., Hamkins J.D., *Computable Quotient Presentations of Models of Arithmetic and Set Theory*. In: Kennedy J., de Queiroz R. (eds) *Logic, Language, Information, and Computation*. WoLLIC 2017. Lecture Notes in Computer Science, vol 10388. Springer, Berlin, Heidelberg
- [2] Khossainov, B. *Computably enumerable structures: Domain dependence*, September 2016. slides for conference talk at *Mathematical Logic and its Applications*, Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS), Kyoto University, <http://www2.kobe-u.ac.jp/mkikuchi/mla2016khossainov.pdf>.

● [Początek sekcji](#)

Alfred Tarski człowiek, który zdefiniował niedefiniowalne

Joanna Golińska-Pilarek j.golinska@uw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Alfred Tarski był jednym z najwybitniejszych i najbardziej znanych na świecie polskich logików. Uzyskał fundamentalne wyniki w zakresie logiki i podstaw wielu dziedzin matematyki. Jego prace dotyczące teorii prawdy miały ogromny wpływ na rozwój współczesnej filozofii. Często określany jest jako ten, który zdefiniował prawdę. Urodził się w Warszawie w 1901 roku w rodzinie żydowskiej. W sierpniu 1939 roku wyjechał na konferencję na Uniwersytecie Harvarda. Wyjazd ten ocalił mu życie. W Berkeley, gdzie ostatecznie zamieszkał, stworzył silny ośrodek logiki. Do Warszawy już nie powrócił. Celem referatu jest przybliżenie historii życia Tarskiego, a przede wszystkim atmosfery życia naukowego i miejsc związanych z Tarskim w międzywojennej Warszawie. W referacie przedstawione zostaną informacje ze znanych opracowań dotyczących życia Tarskiego, jak również mniej znane fakty oraz materiały źródłowe pochodzące z różnych archiwów.

Bibliografia

- [1] A. Burdman-Feferman and S. Feferman, *Alfred Tarski. Życie i logika*, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, Warszawa 2009 (tłum. J. Golińska-Pilarek, M. Srebrny).
- [2] S. Givant and V. Huber-Dyson, *Alfred Tarski w kolejdoskopie impresji osobistych*, *Wiadomości Matematyczne* 32: 95 – 127 (1996).
- [3] J. Jadacki, *Alfred Tarski w Warszawie: kalendarium*, w: J. Jadacki (red.), *Alfred Tarski: dedukcja i semantyka*, Semper, Warszawa, 2003.

● [Początek sekcji](#)

Rozwiązywanie równań w grupie wolnej

Artur Jeż aje@cs.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

Przedstawię prosty algorytm rozwiązywania równań w grupie wolnej. W szczególności generuje on reprezentację zbioru wszystkich rozwiązań równania jako graf skierowany, którego wierzchołki etykietowane są równaniami a krawędzie podstawieniami. Graf zawiera dwa wyróżnione wierzchołki (źródło i ujście) i elementów uzyskanych jako złożenie podstawień na ścieżce od źródła do ujścia, jest zbiorem wszystkich rozwiązań.

Pierwszym krokiem rozwiązania jest redukcja problemu do analogicznego w półgrupie wolnej (z inwolucją) i zastosowania techniki „rekompresji”. Technika ta opiera się na podstawieniach pod zmienne (podstawienie X przez aX lub Xa) oraz zastępowaniem par liter w równaniu przez „świeże” litery. Najważniej-

szym elementem analizy jest pokazanie, że przy odpowiednim doborze operacji jesteśmy w stanie zapewnić, że długości równań pojawiających się w czasie algorytmu jest wielomianowa względem rozmiaru oryginalnego równania. To pozwala pokazać, że algorytm zakończy się.

Omówię też uogólnienia tegoż algorytmu do innych grup, np. do RAAGów.

Bibliografia

- [1] Artur Jeż, *Recompression: A Simple and Powerful Technique for Word Equations*, Journal of the ACM 63(1): 4:1–4:51 (2016).
- [2] Volker Diekert and Artur Jeż and Wojciech Plandowski, *Finding all solutions of equations in free groups and monoids with involution*, Information and Computation 251: 263–286 (2016).

● [Początek sekcji](#)

O jednym zastosowaniu algebry ogólnej

Marcin Kozik Marcin.Kozik@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

W 1978 roku Thomas Schaefer opublikował pracę dowodzącą dychotomii dla Problemu Spełnialności Więzów (Constraint Satisfaction Problem, CSP) na zbiorze dwuelementowym. W roku 2017, prawie czterdzieści lat później, ukazały się dwa niezależne dowody Bulatova i Zhuka dowodzące tej samej dychotomii dla wszystkich zbiorów skończonych. Wzmocnienie wyniku Schaefera było możliwe dzięki użyciu metod algebry ogólnej. W ciągu ostatnich dwudziestu lat, istotna część wyników powstających w algebrze ogólnej była motywowana lub blisko powiązana z hipotezą dychotomii.

Związek algebry ogólnej i CSP jest głęboki i różnorodny. Oprócz standardowego problemu w wersji decyzyjnej, przy pomocy algebraicznego podejścia, badać można CSP w wersji maksymalizacyjnej, aproksymacyjnej, nieskończonej i wiele innych. Co więcej powiązanie to nie jest jednokierunkowe. Wiele strukturalnych wyników, wypracowanych na potrzeby zastosowań w CSP, jest interesujących z czysto algebraicznego punktu widzenia. Zainicjowane w ten sposób nowe kierunki badań, często dotyczą kolejnych, pozornie niezwiązanych, działów informatyki i matematyki.

W moim wystąpieniu przedstawię najważniejsze z powyższych powiązań i postaram się zobrazować wkład, jaki algebra ogólna wciąż wnosi w teorię złożoności obliczeniowej.

● [Początek sekcji](#)

O średniowalności w teorii modeli

Krzysztof Krupiński kkrup@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

W pierwszej części referatu omówię pojęcie grupy definiowalnie średniowalnej. Grupy definiowalnie średniowalne rozszerzają klasę grup średniowalnych

(np. wszystkie grupy, których teoria jest stabilna, są definiowalnie średniowalne) i od czasu udowodnienia hipotezy Pillaya (ok. 2005 roku) odgrywają ważną rolę w teorii modeli (patrz np. [1]). W drugiej części referatu omówię pojęcie teorii średniowalnej, będące analogonem pojęcia grupy definiowalnie średniowalnej w kontekście dowolnych teorii pierwszego rzędu. Pojęcie to zostało wprowadzone w mojej ostatniej pracy z E. Hrushovskim i A. Pillayem [2].

Bibliografia

- [1] A. Chernikov, P. Simon, *Definably amenable NIP groups*, J. Amer. Math. Soc. 31: 609–641 (2018).
- [2] E. Hrushovski, K. Krupiński, A. Pillay, *Amenability and definability*, wydana, 70 stron.

● [Początek sekcji](#)

Pewne związki między teorią modeli a algorytmiczną teorią grafów

Szymon Toruńczyk szymtor@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

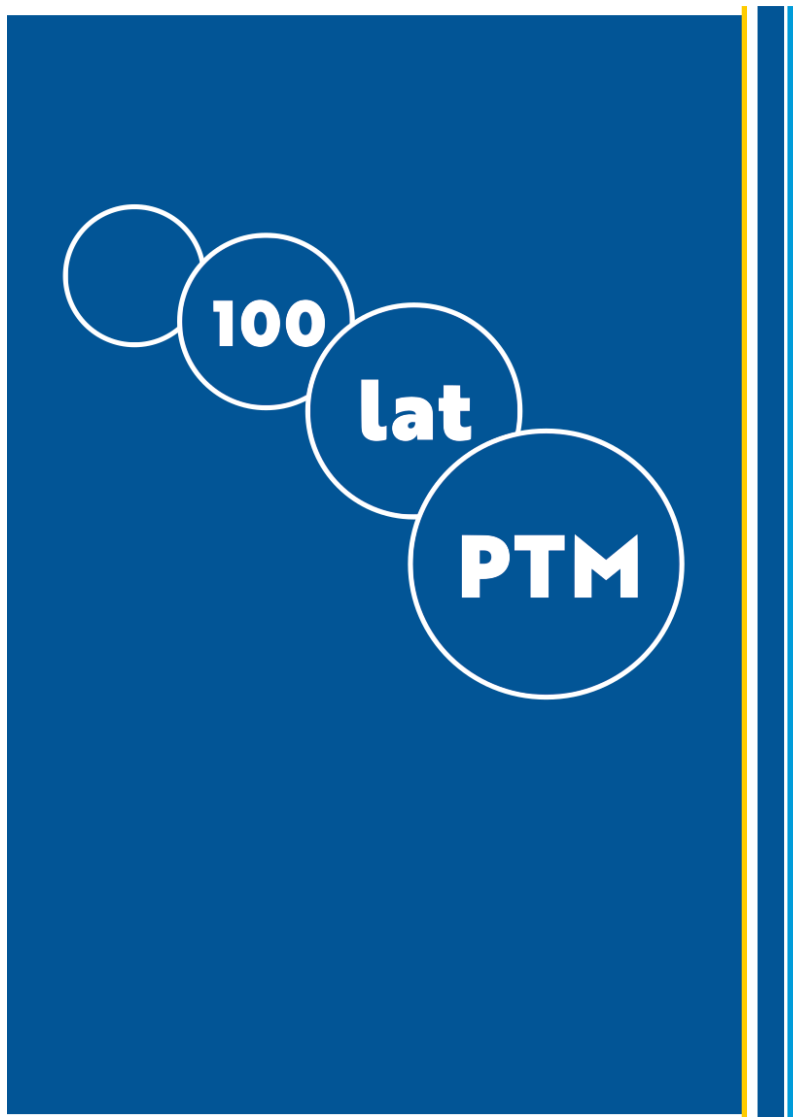
Badając nieskończone grafy o dobrych własnościach teorio-modelowych, Podewski oraz Ziegler [1] wprowadzili pojęcie grafów *superpłaskich* (ang. *superflat graphs*).

Jak pokazali powyżsi autorzy, grafy te mają stabilne teorie. Niezależnie, w kontekście kombinatorycznym i algorytmicznym, Nešetřil oraz Ossona de Mendez [2] wprowadzili pojęcie *nigdziegęstych* klas grafów. Klasa grafów \mathcal{C} jest nigdziegęsta wtedy, i tylko wtedy, gdy jej suma rozłączna jest superpłaska. Omówię parę wyników algorytmicznych i kombinatorycznych, które są inspirowane pojęciami teorio-modelowymi, bądź są lepiej rozumiane w ich kontekście. Przykładowo [3], dla każdej nigdziegęstej klasy grafów skończonych \mathcal{C} , oraz dla dowolnego zdania pierwszego rzędu ϕ , pytanie, czy dany graf $G \in \mathcal{C}$ spełnia zdanie ϕ , można rozstrzygnąć w czasie prawie liniowym względem rozmiaru grafu G .

Bibliografia

- [1] Klaus-Peter Podewski and Martin Ziegler, *Stable graphs*, Fundamenta Mathematicae, 100.2 (1978).
- [2] Jaroslav Nešetřil and Patrice Ossona de Mendez *First order properties on nowhere dense structures*, The Journal of Symbolic Logic, 75.03 (2010)
- [3] Martin Grohe, Stephan Kreutzer, and Sebastian Siebertz *Deciding first-order properties of nowhere dense graphs*, Journal of the ACM, 64.3 (2017).

● [Początek sekcji](#)



matematyka obliczeniowa

patron sesji

Andrzej Kietbasiński



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Otwarto-zamknięte ogólne metody liniowe dla równań różniczkowych zwyczajnych

Michał Braś bras@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Zajmujemy się problemem początkowym dla równań różniczkowych zwyczajnych postaci

$$y' = f(y) + g(y),$$

gdzie $f(y)$ reprezentuje część niesztynną równania odpowiednią do całkowania schematem otwartym, a $g(y)$ część sztywną, wymagającą całkowania schematem zamkniętym. Układy równań tego typu powstają w sposób naturalny podczas dyskretyzacji zmiennej przestrzennej pewnych równań różniczkowych cząstkowych. Efektywne rozwiązanie dostajemy używając otwarto-zamkniętych (IMEX) par schematów.

W referacie omówimy konstrukcję [1,2] ogólnych metod liniowych [3] typu IMEX rzędu $p = 1, 2, 3$ i 4. Opiera się ona na wyborze A -stabilnej metody zamkniętej, na następnie optymalizacji wolnych parametrów schematu otwartego tak, aby łączny obszar absolutnej stabilności był możliwie największy. Następnie teoretyczne własności nowych metod weryfikujemy w serii eksperymentów numerycznych.

Prezentowane wyniki zostały otrzymane we współpracy z A. Cardone, G. Izzo, Z. Jackiewicz i P. Pierzchała.

Bibliografia

- [1] M. Braś, A. Cardone, Z. Jackiewicz, and P. Pierzchała, Error propagation for implicit-explicit general linear methods, *Appl. Numer. Math.* 131: 207–231 (2018)
- [2] M. Braś, G. Izzo, and Z. Jackiewicz, Accurate implicit-explicit general linear methods with inherent Runge-Kutta stability, *J. Sci. Comput.* 50: 1105–1143 (2017)
- [3] Z. Jackiewicz, *General Linear Methods for Ordinary Differential Equations*, John Wiley, Hoboken, New Jersey 2009.

● [Początek sekcji](#)

Optimal approximation of stochastic integrals with respect to a homogeneous Poisson process

Jacek Dębowski jacek.debowski@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

We consider numerical approximation of stochastic integrals with respect to a homogeneous Poisson process. In the first part of the talk we focus on approximation in the asymptotic setting. We assume that an integrand is a function f from $C^r([0, T])$. We show that the L^p -error of any approximation method, which uses n evaluations of f , cannot converge to zero faster than n^{-r} . In the second

part of the talk we present the result in the worst-case setting. We discuss how the number of singularities of an integrand impacts the error. In the regular case we present an optimal algorithm which uses a nonadaptive information. In a case of a single singularity we show an adaptive algorithm that preserves the error known from the regular case.

Partially joint work with Paweł Przybyłowicz (Akademia Górniczo-Hutnicza)

References

- [1] J. Dębowski, P. Przybyłowicz, Optimal Approximation of Stochastic integrals with Respect to a Homogeneous Poisson Process, *Mediterr. J. Math.* 13: 3713–3727 (2016).
- [2] J. Dębowski, Optimal approximation of stochastic integrals with a homogeneous Poisson process of piecewise regular functions, [in preparation].

[● Początek sekcji](#)

Block bootstrap methods for periodic processes

Anna Dudek aedudek@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Seasonality appears naturally in economics, vibroacoustics, mechanics, hydrology and many other fields. Periodicity is often present not only in the mean but also in the covariance function. Thus, to build statistical models periodically correlated (PC) processes are used. The purpose of the talk will be to present two block bootstrap methods that can be applied for periodic time series. These are the Extension of Moving Block Bootstrap (EMBB) and the Generalized Seasonal Block Bootstrap (GSBB). The GSBB preserves the periodic structure of the data and in result the consistent estimators of time and frequency domain parameters of PC time series can be easily constructed. However, to apply the GSBB one needs to know the period length. Sometimes it may happen that period length is not known or considered signal is a composition of two components with incommensurable periods. In such a case the EMBB can be used. We discuss the consistency of the GSBB and the EMBB for parameters associated with PC time series; these are the overall mean, seasonal means, the autocovariance function and the Fourier coefficients of the mean and the autocovariance functions.

References

- [1] A.E. Dudek, J. Leśkow, E. Paparoditis, D. Politis, *A generalized block bootstrap for seasonal time series*, *J. Time Ser. Anal.* 35: 89–114 (2014).
- [2] A.E. Dudek, *Block bootstrap for periodic characteristics of periodically correlated time series*, *Journal of Nonparametric Statistics* 30(1): 87–124 (2018).

[● Początek sekcji](#)

Optymalne siatki adaptacyjne dla całkowania automatycznego

Maciej Goćwin gocwin@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Referat ten dotyczy problemu całkowania automatycznego. Celem jest dla danej funkcji $f \in C^r$, odcinka $[a, b]$ i lokalnej kwadratury S_i skonstruowanie podział odcinka punktami $(x_i)_{i=0}^m$, tak by kwadratura złożona $S(f) = \sum_{i=0}^{m-1} S_i(f)$ przybliżała całkę $I(f) = \int_a^b f(x)dx$ z zadaną dokładnością ε . Konstruujemy dwa adaptacyjne algorytmy konstrukcji siatki działające przy założeniu, że $f^{(r)}(x) > 0$ dla $x \in [a, b]$. Konstrukcja ta oparta jest na szacowaniu r -tej pochodnej funkcji przez różnice dzielone. Pokażemy, że skonstruowana przez nas kwadratura jest optymalna, to znaczy otrzymana siatka jest minimalnej długości (a co za tym idzie, używa minimalnej ilości odwołań do funkcji) spośród wszystkich możliwych kwadratur opartych na tej samej lokalnej kwadraturze S_i . Pokażemy również jak dla suboptymalnej konstrukcji siatki można poradzić sobie z ograniczającym założeniem o dodatniości r -tej pochodnej. Przedstawimy dodatkowo wyniki testów numerycznych potwierdzających otrzymane wyniki teoretyczne.

● [Początek sekcji](#)

Pozytywne konsekwencje złego uwarunkowania zadania – wybrane twierdzenia teorii stabilności i odpornej stabilności wielomianów

Michał Góra gora@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Zmienność wielu procesów może być modelowana za pomocą równań różniczkowych lub schematów różnicowych. Wśród nich ważną rolę, nie tylko ze względów historycznych, odgrywają

- liniowe równania różniczkowe zwyczajne rzędu $n \in \mathbb{N}$

$$x^{(n)}(t) + a_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + a_1x'(t) + a_0x(t) = f(t)$$

- liniowe schematy różnicowe rzędu $n \in \mathbb{N}$

$$x(k+n) + a_{n-1}x(k+n-1) + \dots + a_1x(k+1) + a_0x(k) = f(k)$$

czy intensywnie badane w ciągu ostatnich kilku lat

- liniowe równania różniczkowe zwyczajne niecałkowitego rzędu

$$x^{(\alpha_n)}(t) + a_{n-1}x^{(\alpha_{n-1})} + \dots + a_1x^{(\alpha_1)}(t) + a_0x^{(\alpha_0)}(t) = f(t).$$

Szczególnie istotną własnością rozwiązań tych równań jest ich stabilność determinowana przez lokalizację pierwiastków wielomianów charakterystycznych stowarzyszonych z nimi. Ponieważ współczynniki równań modelowych na ogół

znane są jedynie z pewną dokładnością, dlatego badając stabilność rozwiązań ryzykowne może okazać się ograniczenie się do badania lokalizacji zer jednego, często przypadkowo uzyskanego wielomianu charakterystycznego. Należałoby raczej badać lokalizację zer całych rodzin takich wielomianów, uwzględniając przy ich konstrukcji faktyczne zakresy zmienności parametrów. To prowadzi do problemu tzw. *odpornej stabilności*.

W pierwszej części referatu przypomniane zostaną wybrane twierdzenia teorii (odpornej) stabilności: Charitonowa, krawędziowe oraz Garloffa–Wagnera o stabilności iloczynu Hadamarda wielomianów. W drugiej części przedstawione zostaną najważniejsze uogólnienia tych wyników uzyskane przez autora, częściowo we współpracy z prof. S. Białasem.

Bibliografia

- [1] S. Białas, M. Góra, The generalized Hadamard product of polynomials and its stability, przyjęte do publikacji w *Linear and Multilinear Algebra*
- [2] S. Białas, M. Góra, Some properties of zeros of polynomials with vanishing coefficients, *Linear Algebra Appl.* 430: 1976–1991 (2009)
- [3] M. Góra, *Geometria zer domkniętych rodzin wielomianów*, rozprawa doktorska, WMS Akademia Górniczo-Hutnicza (2009)
- [4] S. Białas, M. Góra, A few results concerning the Hurwitz stability of polytopes of complex polynomials, *Linear Algebra Appl.* 436: 1177–1188 (2012)

● Początek sekcji

Skończenie wymiarowe rozwiązywanie problemów początkowych w nieskończenie wymiarowych przestrzeniach Banacha

Bolesław Kacewicz kacewicz@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Paweł Przybyłowicz pprzybyl@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Współautor:

Paweł Przybyłowicz pprzybyl@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Zajmujemy się przybliżonym rozwiązywaniem problemów początkowych określonych w nieskończenie wymiarowej przestrzeni Banacha z bazą Schaudera. Dopuszczamy jedynie algorytmy działające w skończenie wymiarowych przestrzeniach \mathbb{R}^N . Definiujemy algorytm oparty na (niekoniecznie jednostajnym) podziale przedziału całkowania na n podprzedziałów, gdzie wymiar N może zmieniać się w poszczególnych podprzedziałach. Znajdujemy oszacowania górne na błąd i koszt tego algorytmu dla regularnych funkcji prawej strony, w zależności od parametru dyskretyzacji n i zmiennych parametrów obciążenia N . Przy równych parametrach obciążenia w każdym podprzedziale, otrzymane oszacowania są ostre (z dokładnością do stałej), co wynika z uzyskanych oszacowań dolnych na błąd dowolnego algorytmu. Dla $\varepsilon > 0$ dyskutujemy oszacowania górne i dolne na ε -złożoność

problemu, czyli na minimalny koszt przybliżenia rozwiązania z dokładnością ε .

Bibliografia

- [1] B. Kacewicz and P. Przybyłowicz, The optimal finite-dimensional solution of initial value problems in infinite-dimensional Banach spaces, *J. Math. Analysis Appl.* 471: 322–341 (2019).

[● Początek sekcji](#)

Optimal approximation of stochastic Itô integrals in the presence of informational noise

Andrzej Kałuża akałuza@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Co-authors:

Paweł Morkisz morkiszp@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Paweł Przybyłowicz pprzybyl@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

We present results on efficient approximation of stochastic integrals of the following form

$$\int_0^T X(t) dW(t) \quad (11)$$

where $T > 0$, $W = \{W(t)\}_{t \geq 0}$ is a standard Wiener process, $X = \{X(t)\}_{t \in [0, T]}$ is a processes belonging to a class of progressively measurable stochastic processes that are Hölder continuous in the r -th mean. Inspired by increasing popularity of computations with low precision (used on Graphics Processing Units – GPUs), we introduce a suitable analytic noise model of standard noisy information about X and W . In this model we show that the upper bounds on the error of the Riemann–Maruyama quadrature are proportional to $n^{-\varrho} + \delta_1 + \delta_2$, where n is a number of noisy evaluations of X and W , $\varrho \in (0, 1]$ is a Hölder exponent of X , and $\delta_1, \delta_2 \geq 0$ are precision parameters for values of X and W , respectively. We also discuss some corresponding lower error bounds. Finally, we report numerical experiments that confirm our theoretical findings.

This is a joint work with P. M. Morkisz and P. Przybyłowicz.

References

- [1] A. Kałuża, P. M. Morkisz, P. Przybyłowicz, Optimal approximation of stochastic integrals in analytic noise model, *Appl. Math. Comp.*, 356: 74–91, (2019).

[● Początek sekcji](#)

Prolate spheroidals and their selected applications

Marek Aleksander Kowalski kowalski@uksw.edu.pl
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego

Prolate spheroidal wave functions ϕ_k are eigenfunctions of the integral operator

$$L_2(-\tau, \tau) \ni f \mapsto \int_{-\tau}^{\tau} \frac{\sin(a(\cdot - s))}{\pi(\cdot - s)} f(s) ds,$$

whose eigenvalues are arranged into a decreasing sequence $\{\lambda_k\}_{k=0}^{\infty}$ convergent to zero. Here a and τ are given positive numbers. The functions in the eigenpairs (λ_k, ϕ_k) are orthogonal in $L_2(-\tau, \tau)$ and uniquely determined by the condition

$$\forall_k \quad \phi_k(\tau) > 0 \wedge \int_{-\tau}^{\tau} |\phi_k(t)|^2 dt = 1.$$

Moreover, their extensions to the complex plane belong to the Paley-Wiener class of entire functions $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ such that

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty, \quad \exists K > 0 \forall z \in \mathbb{C} |f(z)| \leq K e^{a|z|},$$

see [1, 2, 3].

The prolate spheroidals are important in mathematics and have many interesting applications in physics and technical sciences, especially in signal processing. However, they are not so easy to determine numerically. Most computational methods aim to find $\phi_j(x)$ for given values of $j \leq m$ and $x \in [-\tau, \tau]$. They are usually based on truncating infinite expansions

$$\phi_j = \sum_{k=0}^{\infty} d_{j,k} F_k,$$

where F_k are some functions orthonormal either on $[-\tau, \tau]$ or \mathbb{R} , see [4, 5]. However, the computed representations $\left\{ \sum_{k=0}^{n_j} d_{j,k} F_k \right\}_{j=1}^m$ are usually far from being numerically orthonormal on $[-\tau, \tau]$. In this talk we'll show how to overcome this obstacle. We'll also show some applications in approximation theory and band-limited multichannel transmission.

References

- [1] M.A. Kowalski, *Aproksymacja, informacja. algorytm*, Wydawnictwo Naukowe UKSW, Warszawa 2019.
- [2] M.A. Kowalski, K. Sikorski and F. Stenger, *Selected Topics in Approximation and Computation*, Oxford University Press, Oxford, UK 1995.
- [3] I.C. Moore and M. Cada, Prolate spheroidal wave functions, an introduction to the Slepian series and its properties, *Appl. Comput. Harmon. Anal.* **16**: 208-230 (2004).

- [4] J.W. Thompson, *Atlas for Computing Mathematical Functions: An Illustrated Guide for Practitioners with Programs in C and Mathematica*, Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc. 307-344, 1997.
- [5] G. Walter and T. Soleski, A new friendly method of computing prolate spheroidal wave functions and wavelets, *Appl. Comput. Harmon. Anal.* 19: 432-443 (2005).

[● Początek sekcji](#)

Operatory ściskające dla nieciągłej metody Galerkina z różnymi typami penalizacji

Piotr Krzyżanowski p.krzyzanowski@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Dyskretyzacja zadania dyfuzji z nieciągłym współczynnikiem metodą elementu skończonego prowadzi do źle uwarunkowanego układu równań, m.in. ze względu na parametry dyskretyzacji, jak i na kontrast współczynnika. Przedstawimy kilka konstrukcji operatora ściskającego oraz oszacowania wynikowego wskaźnika uwarunkowania, dla dyskretyzacji nieciągłą metodą Galerkina różniących się rodzajem użytej penalizacji, uwzględniającej różne warunki transmisji.

Część wyników uzyskano we współpracy z Maksymilianem Dryją [2] i Marcusem Sarkisem [1].

Bibliografia

- [1] P. Krzyżanowski, M.Sarkis, *Nonoverlapping Additive Schwarz Method for hp-DGFEM with Higher-Order Penalty Terms*, Domain Decomposition Methods in Science and Engineering XXV. Lecture Notes in Computer Science and Engineering. (to appear)
- [2] M. Dryja, P. Krzyżanowski, *A Massively Parallel Nonoverlapping Additive Schwarz Method for Discontinuous Galerkin Discretization of Elliptic Problems*, Num. Math. 132 (2). Springer Berlin Heidelberg: 347 - 67 (2015).

[● Początek sekcji](#)

An Adaptive Coarse Space for DG discretization of a heterogeneous elliptic problem

Leszek Marcinkowski L.Marcinkowski@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Co-authors:

Erik Eikeland Erik.Eikeland@hib.no
Western University of Applied Science, Bergen, Norway

Talal Rahman Talal.Rahman@hib.no
Western University of Applied Science, Bergen, Norway

In this talk, we present an overlapping additive Schwarz method for a Discontinuous Galerkin Interior Penalty discretization of second order elliptic problem in two dimensions, with highly varying coefficients. We propose variants of the adaptively built multiscale coarse space each containing local spaces spanned by functions constructed through solving specially defined eigenvalue problems over the 2D structures related to the interfaces between subdomains. The methods are easy to construct, inherently parallel, and overall effective. We present a theoretical bound for the condition number of the system, showing it is independent of the contrast in the coefficients when enough local eigenfunctions are added to the coarse space.

References

- [1] B. Rivière, *Discontinuous Galerkin methods for solving elliptic and parabolic equations*, Frontiers in Applied Mathematics, 35, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, theory and implementation, 2008.
- [2] B.F. Smith, P.E. Bjørstad, W.D. Gropp, *Domain Decomposition: Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [3] N. Spillane, V. Dolean, P. Hauret, F. Nataf, C. Pechstein, R. Scheichl, Abstract robust coarse spaces for systems of PDEs via generalized eigenproblems in the overlaps. *Numer. Math.* 126:741–770 (2014).
- [4] A. Toselli, O. Widlund, *Domain decomposition methods—algorithms and theory*, Springer Series in Computational Mathematics, 34, Springer-Verlag, Berlin, 2005.

● [Początek sekcji](#)

Derivative-free randomized Mistein scheme for strong approximation of solutions of SDEs in analytic noise model

Paweł Morkisz morkiszp@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Co-author:

Paweł Przybyłowicz pprzybyl@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

We consider approximate solving of the following scalar SDE

$$\begin{cases} dX(t) = a(t, X(t))dt + b(t, X(t))dW(t), & t \in [0, T], \\ X(0) = \eta, \end{cases} \quad (12)$$

driven by a standard one-dimensional Wiener process $W = (W(t))_{t \in [0, T]}$.

Inspired by increasing popularity of computations with low precision (used on Graphics Processing Units - GPUs and standard Computer Processing Units - CPUs), we introduce a suitable analytic noise model of standard noisy information about a and b . In this model we show that the upper bounds on

the error of the derivative-free randomized Milstein scheme is proportional to $n^{-\min\{\frac{1}{2}+\gamma_1, \gamma_2\}} + \delta_1 + \delta_2$, where n is a number of noisy evaluations of a and b , $\gamma_1, \gamma_2 \in (0, 1]$ are Hölder exponents of $a = a(t, y), b = b(t, y)$ wrt to the time variable t , and $\delta_1, \delta_2 \geq 0$ are precision parameters for values of a and b , respectively. We also discuss corresponding lower bounds. Finally, we report numerical experiments performed on both CPU and GPU that confirm our theoretical findings. We also present some computational performance comparison between those two architectures.

This is a joint work with Paweł Przybyłowicz (Akademia Górniczo-Hutnicza UST)

References

- [1] R. Kruse, and Y. Wu, *A randomized Milstein method for stochastic differential equations with non-differentiable drift coefficients*, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B, Volume 22, 2017, doi: 10.3934/dcdsb.2018253.
- [2] P. M. Morkisz, P. Przybyłowicz, *Optimal pointwise approximation of SDE's from inexact information*, Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 324, 2017, 85–100.
- [3] A. Kałuża, P. M. Morkisz, and P. Przybyłowicz, *Optimal approximation of stochastic integrals in analytic noise model*, Applied Mathematics and Computation, Volume 356, 2019, 74–91.

● [Początek sekcji](#)

Algorytmiczne obliczanie odwzorowania indukowanego w homologiach

Paweł Pilarczyk pawel.pilarczyk@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Przedstawię algorytmiczną metodę obliczania homomorfizmu indukowanego w homologiach przez odwzorowanie ciągłe. Metoda ta bazuje na rzutowaniach z wykresu funkcji lub jej przybliżenia na dziedzinę i przeciwdziedzinę. Zamiast tradycyjnych kompleksów symplecjalnych stosuje się w tym podejściu zbiory kostkowe, które naturalnie wpasowują się w strukturę iloczynu kartezjańskiego. Metoda ta była po raz pierwszy wprowadzona w pracy [1] i jest nadal rozwijana; zob. [2]. Bazujące na niej oprogramowanie w C++ było stosowane z sukcesem do obliczania indeksu Conleya w układach dynamicznych pochodzących z modelowania populacji oraz z zagadnień w fizyce teoretycznej i w epidemiologii; zob. np. [3].

Bibliografia

- [1] K. Mischaikow, M. Mrozek, P. Pilarczyk, *Graph approach to the computation of the homology of continuous maps*, Found. Comput. Math. 5: 199–229 (2005).

- [2] S. Harker, H. Kokubu, K. Mischaikow, P. Pilarczyk, *Inducing a map on homology from a correspondence*, Proc. Amer. Math. Soc. 144: 1787–1801 (2016).
- [3] D.H. Knipl, P. Pilarczyk, G. Rost, *Rich bifurcation structure in a two-patch vaccination model*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 14: 980–1017 (2015).

● [Początek sekcji](#)

W poszukiwaniu wszystkich zer funkcji gładkich

Leszek Plaskota leszekp@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Rozpatrujemy problem znalezienia *wszystkich* rozwiązań równania

$$f(x) = 0$$

dla funkcji $f \in C^r(D)$, $D \subset \mathbb{R}^d$, na podstawie wartości funkcji f w n punktach dziedziny, przy czym błąd pomiędzy rzeczywistym zbiorem rozwiązań $Z(f)$ a jego aproksymacją $Z_n(f)$ mierzy się przy pomocy metryki Hausdorffa $d_H(Z(f), Z_n(f))$. Pokazujemy, że o ile błąd aproksymacji w przypadku najgorszym dla każdego n wynosi $+\infty$, to istnieje algorytm zbiegający do rozwiązania dla każdej funkcji f . Jednak zbieżność może być dowolnie wolna. Dokładniej, dla dowolnego ciągu aproksymacji $\{Z_n\}_{n \geq 1}$ używających n adaptacyjnie wybranych wartości funkcji i dla dowolnego dodatniego ciągu $\{\tau_n\}_{n \geq 1}$ zbiegającego do zera istnieją funkcje $f \in C^r(D)$ takie, że

$$\sup_{n \geq 1} \tau_n^{-1} d_H(Z(f), Z_n(f)) = +\infty.$$

● [Początek sekcji](#)

Phaseless polynomial interpolation

Michał R. Przybytek mrp@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

In this talk I will revisit the classical problem of polynomial interpolation, with a slight twist; namely, polynomial evaluations are available up to a group action of the unit circle on the complex plane. It turns out that this new setting allows for a phaseless recovery of a polynomial in a polynomial time. This is a joint work with Paweł Siedlecki.

References

- [1] A. Conca, D. Edidin, M. Hering, C. Vinzant; *An algebraic characterization of injectivity in phase retrieval*; Applied and Computational Harmonic Analysis 38(2) (2015) 346–356.
- [2] S. Mallat, I. Waldspurger; *Phase retrieval for the Cauchy wavelet transform*; Journal of Fourier Analysis and Applications 21(6) (2014)

- [3] L. Plaskota; *Noisy information and computational complexity*; Cambridge University Press (1996).
- [4] L. Plaskota, P. Siedlecki, H. Woźniakowski; *Absolute value information*; Journal of Complexity, submitted (2019)
- [5] J. F. Traub, G. W. Wasilkowski, H. Woźniakowski; *Information-based complexity*; Academic Press Professional, Inc. San Diego, CA, USA (1988).

● [Początek sekcji](#)

Optimal approximation of SDEs under fractional Sobolev regularity

Paweł Przybyłowicz pprzybyl@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

We investigate the problem of strong approximation of solution of the following scalar SDE

$$\begin{cases} dX(t) = a(t, X(t))dt + b(t)dW(t), & t \in [0, T], \\ X(0) = \eta, \end{cases} \quad (13)$$

driven by a standard one-dimensional Wiener process $W = (W(t))_{t \in [0, T]}$. We assume that $a = a(t, y)$ and $b = b(t)$ are only measurable with respect to the time variable t , and a is globally Lipschitz with respect to the space variable y .

We investigate behavior of the randomized Euler scheme X_n^{RE} , which evaluates a and b at randomly chosen points. By using Information-Based Complexity framework we show that randomized Euler scheme converges to the solution X of the underlying SDE but the convergence of X_n^{RE} to X may be arbitrarily slow. ([5]). In order to get positive results we assume that b belongs to the Sobolev-Slobodeckij space $W^{\sigma, p}$, $\sigma \in (0, 1)$, $p > 2$. In this case we show that the $L^2(\Omega)$ -error of the algorithm X_n^{RE} is $O(n^{-\min\{\frac{1}{2} - \frac{1}{p}, \sigma\}})$. Moreover, we investigate corresponding lower bounds ([3]). In particular, this extends the results from [1], [2], [4], and [6], obtained for the randomized Euler scheme.

This is a joint work with Raphael Kruse (TU Berlin, Germany, kruse@math.tu-berlin.de)

References

- [1] S. Heinrich, and B. Milla, The randomized complexity of initial value problems, *J. Complexity*, 24: 77–88 (2008).
- [2] A. Jentzen, and A. Neuenkirch, A random Euler scheme for Carathéodory differential equations, *J. Comput. Appl. Math.*, 224: 346–359 (2009).
- [3] R. Kruse, and P. Przybyłowicz, Approximation of solutions of SDEs with fractional Sobolev regularity, in preparation
- [4] R. Kruse, and Y. Wu, Error analysis of randomized Runge - Kutta methods for differential equations with time-irregular coefficients, *Comput. Methods Appl. Math.*, 17: 479–498 (2017).

- [5] P. Przybyłowicz, On arbitrary slow rate of convergence for randomized Euler scheme, in preparation
- [6] P. Przybyłowicz, and P. Morkisz, Strong approximation of solutions of stochastic differential equations with time-irregular coefficients via randomized Euler algorithm, *Appl. Numer. Math.*, **78**: 80–94 (2014).

[● Początek sekcji](#)

Absolute value information for IBC problems

Paweł Siedlecki psiedlecki@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Two classes of information have been mainly considered in Information-Based Complexity (IBC) for approximate solutions of continuous problems. The first class is Λ^{all} and consists of all linear functionals, whereas the second class is Λ^{std} and consists of only function evaluations. A different class of information has been studied in the context of phase retrieval, where it is assumed that only absolute values of linear functionals from $\Lambda \subseteq \Lambda^{\text{all}}$ are available. We denote this class $|\Lambda|$ and call it the absolute value information class. Hence we have $|\Lambda^{\text{all}}|$ when we can compute the absolute values of arbitrary linear functionals, and Λ^{std} when only the absolute values of function evaluations can be computed. For $|\Lambda|$ we need to modify the algorithm error to compensate the missing phase in information values.

We establish the powers of $|\Lambda^{\text{all}}|$ and $|\Lambda^{\text{std}}|$ in comparison to Λ^{all} and Λ^{std} for various IBC problems in the worst case setting. Our main result is that $|\Lambda^{\text{all}}|$ is roughly of the same power as Λ^{all} for linear IBC problems. In fact, for the complex case this holds for all subclasses Λ of Λ^{all} with the property that $L_1, L_2 \in \Lambda$ implies that $L_1 + L_2$ and $L_1 + iL_2$, with $i = \sqrt{-1}$, are also in Λ . In general, this property does *not* hold for $|\Lambda^{\text{std}}|$. We prove that $|\Lambda^{\text{std}}|$ is usually too weak to solve linear problems.

This is a joint work with L. Plaskota and H. Woźniakowski.

[● Początek sekcji](#)

Period k -tupling bifurcations of periodic orbits with time reversing symmetry

Irmina Walawska irmina.walawska@gmail.com
Uniwersytet Jagielloński

Let $f : M \rightarrow X$ be \mathcal{C}^3 -smooth function, defined on an open set $M \subset \mathbb{R} \times X$, where X is a smooth manifold. With additional assumption, that f satisfy constraint $\mathcal{C} : X \rightarrow \{\text{true}, \text{false}\}$, it is possible to restrict analysis of bifurcation to a set of fixed points of the map f . As an example we consider Poincaré map in a system with time reversing system, ie. for Circular Restricted Three Body Problem analysis of period k -tupling bifurcation of halo orbits will be conducted.

For strong resonant values of eigenvalues of Jacobian matrix of a Poincaré map period doubling, tripling and quadrupling bifurcations of halo orbits are observed.

References

- [1] I. Walawska, D. Wilczak, *Validated numerics for period-tupling and touch-and-go bifurcations of symmetric periodic orbits in reversible systems*, COMMUN NONLINEAR SCI vol. 74C (2019), 30-54

[● Początek sekcji](#)

Validated integration of a class of dissipative PDEs

Daniel Wilczak wilczak@ii.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

We propose a new algorithm, which computes validated bounds on the trajectories generated by an infinite-dimensional dissipative ODE. It consists of the two major ingredients.

- A new algorithm for automatic differentiation in infinite dimension is proposed. This allows us to compute truncated Taylor series of the solutions with respect to time variable for finite number of leading variables.
- The dynamic on infinite number of variables is bounded uniformly by an infinite sequence of differential inequalities.

As an application of the proposed algorithm we give a computer-assisted proof of the existence of chaos in the Kuramoto–Sivashinsky PDE on a line with periodic and odd boundary conditions. We have shown that certain Poincaré map admits an invariant set on which the dynamics is semiconjugated to a subshift of finite type with positive topological entropy. To the best of our knowledge, this is the first existing results of this type.

This is joint work with Piotr Zgliczyński [1].

References

- [1] D. Wilczak and P. Zgliczyński, *A geometric method for infinite-dimensional chaos: symbolic dynamics for the Kuramoto–Sivashinsky PDE on the line*, submitted to Journal of Differential Equations.

[● Początek sekcji](#)

Spolegliwość wielowymiarowego zadania Voltery

Henryk Woźniakowski wozniak@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Pokazujemy, że spolegliwość (tractability) rozwiązywanego zadania jest równoważna spolegliwości wielowymiarowego zadania aproksymacji. Zachodzi to w przypadku najgorszym dla różnych klas funkcyjnych. Wspólna praca z A. G. Werschulz'em.

[● Początek sekcji](#)



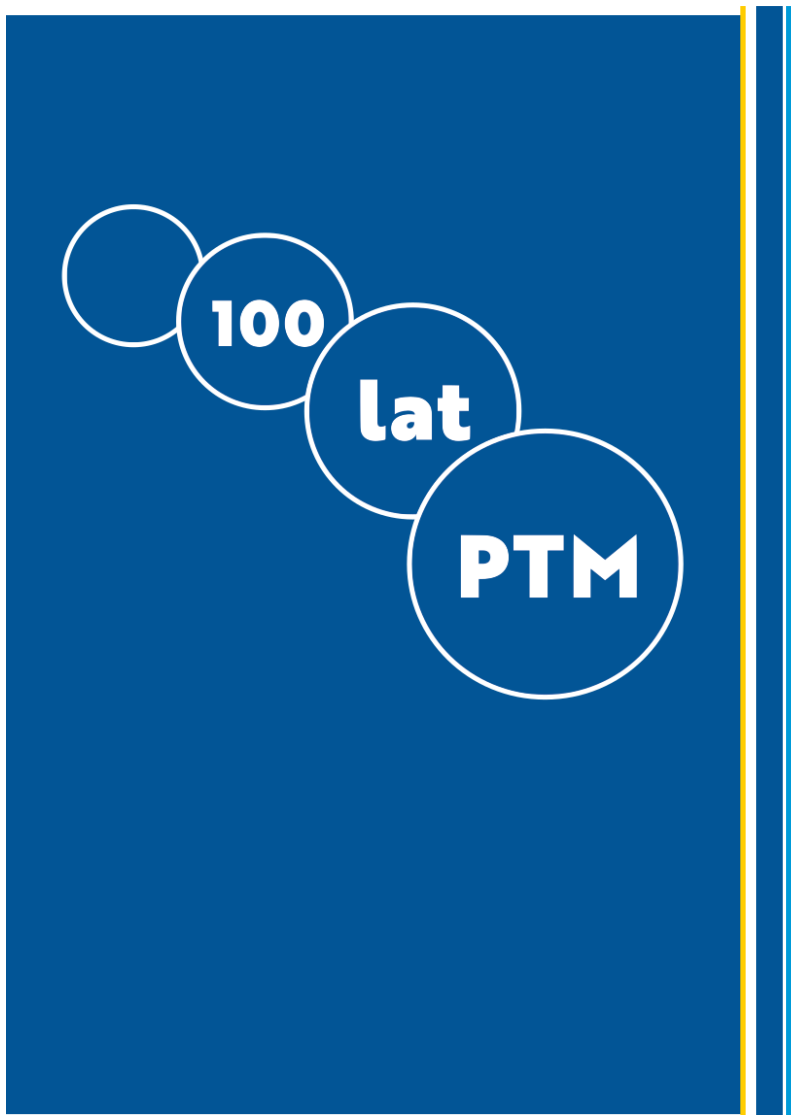
Komputerowo wspierane dowody w dynamice

Piotr Zgliczyński umzglycz@cyf-kr.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Omówię podstawowe techniki stosowane w komputerowo wspieranych dowodach w dynamice.

● [Początek sekcji](#)



matematyka w ekonomii i finansach



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Spis treści

Markov Equilibria in Dynamic Behavioral Games with Generalized Discounting

Łukasz Balbus l.balbus@wmie.uz.zgora.pl
Uniwersytet Zielonogórski

Co-authors:

Kevin Reffett kevin.reffett@asu.edu
Arizona State University

Łukasz Woźny lukasz.wozny@sgh.waw.pl
Szkoła Główna Handlowa

In this paper we present an OLG model of resource extraction with a random production function, and an altruism having both paternalistic and non-paternalistic features. The preferences are represented by a dynamic inconsistent recursive utility function with non-cooperating generations. We examine the existence and the uniqueness of a recursive utility functions and the existence of a stationary Markov Perfect Nash Equilibria. The assumptions on the transition probability in this paper encompass both the deterministic and the non-atomic transition as special cases.

● [Początek sekcji](#)

Równowaga w symetrycznych grach stochastycznych wyczerpywania zasobów

Łukasz Balbus l.balbus@wmie.uz.zgora.pl
Uniwersytet Zielonogórski

Współautor:

Anna Jaśkiewicz Anna.Jaskiewicz@pwr.edu.pl
Politechnika Wrocławska

W czasie referatu zostaną omówione dwuosobowe gry wyczerpywania zasobów ze słabo ciągłymi prawdopodobieństwami przejścia. Pokazane zostanie istnienie równowagi dla graczy neutralnych względem ryzyka oraz graczy wrażliwych na ryzyko. W drugim przypadku zakłada się, że gracze wyposażeni są we współczynnik ryzyka i swoją dyskontowaną wypłatę w nieskończonym horyzoncie czasowym liczą stosując entropijną miarę ryzyka.

● Początek sekcji

Replikacja opcji w dyskretnych modelach rynków obligacji

Michał Barski mbarski@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Współautor:

Jerzy Zabczyk j.zabczyk@impan.pl
Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk

Problem replikacji opcji H , która jest pewną zmienną losową reprezentującą wypłatę w chwili $T^* > 0$, polega na znalezieniu następującej reprezentacji

$$H = X(T^*),$$

gdzie

$$X(T^*) = x + \sum_{s=0}^{T^*-1} \sum_T \varphi_s(T)(P(s+1, T) - P(s, T)),$$

jest wartością portfela inwestora. Powyżej x opisuje kapitał początkowy, φ_s strategię inwestora zaś $P(t, T)$ jest ceną w chwili s obligacji zapadającej w chwili T . Rynek jest *zupelny* jeśli każda ograniczona zmienna losowa H jest replikowalna. W referacie podamy warunki charakteryzujące *zupelność*. Ponieważ są one ograniczające, omówione zostanie także zagadnienie *aproxymatywnej zupelności*, kiedy H może być *aproxymowana* w sensie *średniokwadratowym*, tzn.

$$\mathbb{E}[(X(T^*) - H)^2] < \varepsilon.$$

Sformułowane zostaną warunki dla konkretnych modeli w czasie dyskretnym, tzn. modelu HJM (Heath-Jarrow-Morton), modeli afinicznych oraz modeli z Markowskimi czynnikami. Podkreślona zostanie rola nieskończonych portfeli, bez których *aproxymatywna zupelność* nie zachodzi.

● [Początek sekcji](#)

Complementary symmetry under Prospect Theory

Jacek Chudziak chudziak@ur.edu.pl
Uniwersytet Rzeszowski

Several behavioral anomalies in decision-making under risk concern buying prices and selling prices. It is not specified how these two prices should be defined within Prospect Theory. Birnbaum and Zimmermann [1] introduced a model of implicitly defined buying and selling prices, which assumes the integration of the payoffs and prices. They proved that, if a utility function has some specific form, then the prices satisfy a property, called *complementary symmetry*. This result has been recently generalized by Lewandowski [2].

We prove that in the Birnbaum-Zimmermann model complementary symmetry is satisfied irrespective of whether a form of a utility function is known or not.

Furthermore, inspired by the fact that complementary symmetry has been shown to fail in experiments, we present an alternative model. Using the functional equations approach, we characterize complementary symmetry in it.

Bibliografia

- [1] M. H. Birnbaum and J. M. Zimmermann, *Buying and selling prices of investments: Configural weight model of interactions predicts violations of joint independence*, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*. 74: 145–187 (1998).
- [2] M. Lewandowski, *Complementary symmetry in Cumulative Prospect Theory with random reference*, *J. Math. Psychol.* 82: 52–55 (2018).

[● Początek sekcji](#)

Innovative competition in a production system - neo-Schumpeterian approach

Beata Ciałowicz beata.cialowicz@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

One of the central subjects of evolutionary economics, especially in the line of thought of Schumpeter's theory of economic development is the analysis of entrepreneurial innovation, evolutionary changes in a production sphere and phenomenon of competition. Competition is one of an essential elements of the coordination mechanism required for economic changes. Innovation is recognized as a major force to achieve success of organizations in the intensively competitive environment. The relationship between competition and innovation has been discussed for many years. One of the first who well explore this relationship was Schumpeter. He also mentioned that there is an important impact of competition among producers on innovative development. However in a large part of mainstream formalizations of neo-Schumpeterian theory of economic development this problem was not taken under consideration and the role of the phenomenon of innovative competition in economic development is neglected. In this context, the main aim of this paper is to develop and deepen the previous results and show, that adequately targeted extension of conceptual apparatus of modern Arrow-Debreu's general equilibrium theory enables us to include competitive behavior of producers in neo-Schumpeterian evolutionary economics. Thus, the problem relates to classification of different kinds of innovative changes in a production sphere and diversification in a set of producers-innovators. At the same time, two major conceptions of competition will be discussed: classical conception in which competition is viewed as a dynamic process and neoclassical one, according to which competition is an end state of the dynamic processes. As a result Schumpeter's idea of innovative competition is revisited within the research program on modeling Schumpeterian innovative evolution in the Arrow-Debreu dynamic general equilibrium theory, realized from 1990s, for which this framework seems to be an effective and convenient toolkit. Moreover two distinctive types of in-

novative competition will be analyzed: competition between firms (intra-sector competition) and competition between two production systems (inter-sector competition).

● Początek sekcji

Zbiory konfliktowe dla deformacji

Anna Denkowska anna.denkowska@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Zbiorem konfliktowym skończonej rodziny \mathcal{X} parami rozłącznych podzbiorów domkniętych $\emptyset \neq X_i \subset \mathbb{R}^n$ nazywamy zbiór $\{x \in \mathbb{R}^n \mid \exists_{i \neq j}: d(x, X_i) = d(x, X_j) \leq \min_{X \in \mathcal{X}} d(x, X)\}$, gdzie $d(x, X)$ jest odległością euklidesową (gdy X_i są jednopunktowe, mówimy o diagramach Woronoja). Naszym celem jest zbadanie zachowania zbiorów konfliktowych w sytuacji, gdy rozważane zbiory podlegają deformacji. Najdogodniej zrobić to w języku zbieżności Painlevé-Kuratowskiego, co jest innym podejściem niż w [2], [3]. Interesuje nas kwestia stabilności zbioru konfliktowego i jej konsekwencje w zastosowaniach, co jest istotne np. ze względu na wykorzystanie zbieżności diagramów Woronoja w statystycznej metodzie grupowania k-średnich, czy w szczególnym przypadku nieoptymalnej równowagi Nasha, jakim jest model Hotellinga. Przedstawimy nowe wyniki dotyczące półciągłości zbioru konfliktowego uzupełniające analogiczne wyniki dla szkieleatów z pracy [1] wraz z zastosowaniami.

Bibliografia

- [1] Maciej P. Denkowski, *The Kuratowski convergence of medial axes*, arXiv:1602.05422 (2016).
- [2] D. Reem, *The geometric stability of Voronoi diagrams with respect to small changes of the sites*, arxiv:1103.4125v2 (2011);
- [3] T. Roos, *Voronoi diagrams over dynamic scenes*, *Discrete Applied Mathematics* 43: 243–259 (1993).

● Początek sekcji

Chaotyczne zachowania uczących się graczy przy optymalnej cenie anarchii

Fryderyk Falniowski falniowf@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Badamy prosty model dynamicznego uczenia się w grach przeciążeniowych (ang. *congestion game*), aby zbadać skutki zwiększenia całkowitego zapotrzebowania na wydajność systemu. Poprzednia analiza [3] sugeruje, że wydajność systemu poprawia się przy zwiększeniu wielkości populacji, co widać po obniżce ceny anarchii. Analizując dynamikę uczenia w bardzo prostych grach pokazujemy, że redukcja ceny anarchii może odbywać się kosztem destabilizacji systemu. Wraz

ze wzrostem całkowitego zapotrzebowania, układ w końcu staje się chaotyczny [1],[2].

Bibliografia

- [1] T. Chotibut, F. Falniowski, M. Misiurewicz, and G. Piliouras, Family of chaotic maps from game theory, arXiv:1807.06831 [math.DS] (2018).
- [2] T. Chotibut, F. Falniowski, M. Misiurewicz, and G. Piliouras, The route to chaos in routing games: Population increase drives period-doubling instability, chaos & inefficiency with Price of Anarchy equal to one, arXiv:1906.02486 [cs.GT] (2019).
- [3] M. Feldman, N. Immorlica, B. Lucier, T. Roughgarden, and V. Syrgkanis, The Price of Anarchy in Large Games. In *Proceedings of the Forty-eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'16)*. ACM, New York, NY, USA, 963–976 (2016).

[● Początek sekcji](#)

Wielokryterialne wspomaganie negocjacji elektronicznych

Marzena Filipowicz-Chomko m.filipowicz@pb.edu.pl
Politechnika Białostocka

Współautorzy:

Ewa Roszkowska e.roszkowska@uwb.edu.pl
Uniwersytet w Białymstoku

Tomasz Wachowicz tomasz.wachowicz@uekat.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

Negocjacje elektroniczne, prowadzone za pomocą specjalistycznych systemów wspomaganie negocjacji, cechują się jasno określonym protokołem negocjacyjnym, w którym prenegocjacyjna część analityczna związana z przygotowaniem do procesu negocjacji właściwych odgrywa kluczową rolę i jest niezbędna do właściwego wspomaganie decyzji na późniejszych etapach negocjowania. Praca poświęcona będzie problematyce budowy oceny ofert negocjacyjnych w fazie prenegocjacyjnej za pomocą wybranych metod wielokryterialnych tj. DR, TOP-SIS, MARS oraz UTA. Systemy oceny ofert odgrywają istotną rolę w procesie negocjacji, gdyż pozwalają na wartościowanie ofert składanych w trakcie kolejnych rund procesu negocjacji, umożliwiają pomiar skali ustępstw, wizualizację postępów, ocenę i weryfikację efektywności wynegocjowanego kompromisu czy postnegocjacyjne usprawnienie.

[● Początek sekcji](#)

Matematyk na Wall Street

Dariusz Gątarek dariusz.gatarek@ibspan.waw.pl
Polska Akademia Nauk

W referacie naszkicowana zostanie specyfika pracy matematyka w sektorze finansowym. Uwypuklone zostanie, co ją od pracy matematyka na uczelni różni a co mimo wszystko jest wspólne.

● [Początek sekcji](#)

Awersja do ryzyka decydentów i niepewność parametrów w optymalnej polityce makroekonomicznej

Mariusz Górajski mariusz.gorajski@uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

Wystąpienie dotyczy modeli optymalnej polityki makroekonomicznej, w których decydenci gospodarczo-polityczni mają określony stopień awersji do ryzyka oraz podejmują decyzje w warunkach niepewności. Prezentowane badania potwierdzają, że zarówno poziom awersji do ryzyka oraz stopień niepewności decydentów gospodarczo-politycznych mają istotny wpływ na kształt optymalnych strategii polityki makroekonomicznej. Analizowane są dwa typy reguł: optymalne wrażliwe na ryzyko reguły polityki makroekonomicznej (ang. *risk-sensitive optimal policy rules*) oraz optymalne strategie z niepewnością parametrów (ang. *optimal policy rules with multiplicative uncertainty*). Głównym zastosowaniem zbudowanych narzędzi jest analiza optymalnej polityki pieniężnej. W oparciu o modele wektorowej autoregresji (por. [1], [2], [3], [5]) oraz stochastycznej dynamicznej równowagi ogólnej (por. [4]) opisano mechanizm transmisji impulsów polityki pieniężnej w gospodarce. Założono, że cele optymalnych decydentów zapisane są albo przy użyciu kwadratowej funkcji straty, albo za pomocą wykładniczej funkcji dysużyteczności.

Do głównych rezultatów teoretycznych należą: twierdzenia o istnieniu optymalnych, odpornych na niepewność lub wrażliwych na ryzyko reguł polityki makroekonomicznej oraz warunki dostateczne w postaci macierzowych równań Riccatiego. Ponadto w pracy [4] zaproponowana została nowa bayesowska metoda porównywania optymalnych reguł polityki makroekonomicznej uwzględniająca w procesie decyzyjnym niepewność parametrów modelu makroekonomicznego. Zaproponowany algorytm pozwala na skonstruowanie rozkładów a posteriori dla optymalnych współczynników reakcji oraz dla zminimalizowanych wartości funkcji straty. Dzięki wykorzystaniu stochastycznej dominacji możliwe jest poprawne porównanie alternatywnych reguł i wybranie najlepszej optymalnej reguły polityki makroekonomicznej.

- [1] D. Bogusz, M. Górajski, and M. Ulrichs. *Sztywna vs. elastyczna strategia bezpośredniego celu inflacyjnego w modelu optymalnej polityki pieniężnej dla Polski* Przegląd Statystyczny, LXII(41):379–396, 2015a.

- [2] D. Bogusz, M. Górajski, and M. Ulrichs *Optymalne strategie polityki polityki pieniężnej uwzględniające wrażliwość banku na ryzyko nieosiągnięcia założonego celu* Materiały i Studia NBP, 317, 2015b.
- [3] M. Górajski, *Robust Monetary Policy in a Model of the Polish Economy: Is the Uncertainty Responsible for the Interest Rate Smoothing Effect?* Computational Economics, 52(2):313–340, 2018. ISSN 15729974.
- [4] M. Górajski and Z. Kuchta. *Measuring uncertainty of optimal simple monetary policy rules in DSGE models*, 2018, URL <http://dspace.uni.lodz.pl:8080/xmlui/handle/11089/26083>.
- [5] M. Górajski and M. Ulrichs. *Optymalne wrażliwe na ryzyko strategie polityki pieniężnej dla Polski*. Bank i Kredyt, 47:1–32, 2016.

● [Początek sekcji](#)

Optymalne strategie reklamowe w modelach renomy produktu z uwzględnieniem segmentacji rynku

Mariusz Górajski mariusz.gorajski@uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

Współautor:

Dominika Machowska dominika.machowska@uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

Referat zawiera wyniki badań na temat modelowania renomy przedsiębiorstwa działającego na rynku podzielonym na nieskończenie wiele segmentów ze względu na doświadczenie konsumentów w użytkowaniu produktu ([1], [2], [3]). W tym celu zapisano problemy wyboru optymalnych strategii marketingowych w postaci zadań sterowania optymalnego, w którym renoma produktu jest zmienną stanu określoną za pomocą cząstkowego równania różniczkowego typu Lotki-Sharpa-McKendricka. Działanie przedsiębiorstwa polega na wyznaczeniu optymalnych strategii marketingowych w poszczególnych segmentach rynku i ma na celu maksymalizację całkowitego zdyskontowanego zysku w skończonym, nieskocznym i losowym horyzoncie decyzyjnym.

W dowodach wykorzystano teorię pótgrup operatorów liniowych. Do głównych rezultatów teoretycznych należą: twierdzenia o istnieniu dokładnie jednego rozwiązania optymalnego, warunki konieczne w postaci zasady maksimum, twierdzenie o istnieniu stacjonarnego-równowagowego rozwiązania długookresowego. Podstawą analiz ekonomicznych renomy przedsiębiorstwa są autorska procedury numeryczne oparte o pótgrupę McKendricka albo metodę linii.

Badania zostały sfinansowane ze środków NCN w ramach grantu 2011/03/D/HS4/04269.

Bibliografia

- [1] M. Górajski and D. Machowska, *Optimal double control problem for a PDE model of goodwill dynamics*, Mathematical Methods of Operations Research, 85(3):425 – 452, 2017. ISSN 14325217.
doi: 10.1007/s00186-017-0577-1.
- [2] M.Górajski and D. Machowska, *How do loyalty programs affect goodwill?*,

An optimal control approach. 4OR-Q J Oper Res, 2018a. ISSN 16142411. doi: 10.1007/s10288-018-0386-2. URL <https://doi.org/10.1007/s10288-018-0386-2>.

- [3] M. Górajski and D. Machowska *The effects of technological shocks in an optimal goodwill model with a random product life cycle*, Computers and Mathematics with Applications, 76(4):905 – 922, 2018b. ISSN 08981221. doi: 10.1016/j.camwa.2018.05.030. URL <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2018.05.030>.

● [Początek sekcji](#)

The Hardware–Software Model: A New Conceptual Framework of Production, R&D, and Growth with AI

Jakub Growiec jakub.growiec@sgh.waw.pl
Szkoła Główna Handlowa

The article proposes a new conceptual framework for capturing production, R&D, and economic growth in aggregative models which extend their horizon into the digital era. Two key factors of production are considered: *hardware*, including physical labor, traditional physical capital and programmable hardware, and *software*, encompassing human cognitive work, pre-programmed software, and artificial intelligence (AI). Hardware and software are complementary in production whereas their constituent components are mutually substitutable. The framework generalizes, among others, the standard model of production with capital and labor, models with capital–skill complementarity and skill-biased technical change, and unified growth theories embracing also the pre-industrial period. It offers a clear conceptual distinction between mechanization and automation as well as between robotization and the development of AI. It delivers sharp, economically intuitive predictions for long-run growth, the evolution of factor shares, and the direction of technical change.

● [Początek sekcji](#)

Results on preference representation

Carlos Hervés-Beloso cherves@uvigo.es
University of Vigo

Monotonicity assumptions of preferences are natural and useful. A strictly monotonic preference is such that an increase in even only one commodity consumption is always strictly preferred. However, when we consider a continuum of commodities, it is not easy to find examples of strictly monotonic preferences. We survey some previous results in order to show that purely strictly monotonic preferences always exist but, if the commodity space is rich enough, they cannot be continuous in any linear topology defined on the consumption set and they cannot be represented by a utility function.

● [Początek sekcji](#)

Wpływ wolumenu transakcyjnego na zmienność stóp zwrotu - analiza danych śróddziennych z rozwijających się rynków akcji

Roman Huptas huptasr@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Celem referatu jest empiryczne zbadanie wpływu śróddziennego wolumenu transakcyjnego na zmienność stóp zwrotu instrumentów finansowych, pochodzących z wybranych rozwijających się rynków akcji. W badaniu dokonano podziału wolumenu transakcyjnego na tzw. wolumen oczekiwany i tzw. wolumen nieoczekiwany przez uczestników rynku (Bessembinder i Seguin, 1993). Aby zdefiniować oba typy wolumenu do analizy dynamiki śróddziennego wolumenu transakcyjnego wykorzystano model autoregresyjny warunkowego wolumenu (ACV), (Manganelli, 2005). Z kolei do modelowania zmienności śróddziennych stóp zwrotu zaproponowano model UHF-EGARCH z rozkładem t-Studenta, w którym do równania wariancji warunkowej wprowadzono oczekiwany i nieoczekiwany wolumen obrotu. Ponadto, przetestowana zostanie asymetryczna reakcja warunkowej zmienności na zmiany wolumenu. Do estymacji zaproponowanego modelu wykorzystano podejście bayesowskie.

Bibliografia

- [1] H. Bessembinder and P. J. Seguin, *Price Volatility, Trading Volume and Market Depth: Evidence from Futures Markets*, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 28: 21–39 (1993).
- [2] S. Manganelli, *Duration, Volume and Volatility Impact of Trades*, *Journal of Financial Markets* 8: 377–399 (2005).

● [Początek sekcji](#)

A jeśli $0 \neq 0$? Interpersonalne porównania użyteczności z wykorzystaniem największych lęków

Michał Jakubczyk michal.jakubczyk@sgh.waw.pl

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Funkcję użyteczności konkretnego decydenta można przeskalowywać, ale wciąż porównania interpersonalne są problematyczne. Niemniej przy obliczaniu użyteczności stanów zdrowia (istotnym elemencie w analizie ekonomicznej technologii medycznych) standardowo utożsamia się użyteczność zgonu dla wszystkich respondentów (przyjmując 0). W pracy zaproponowano odmienne założenie: to różnica użyteczności między nagorszym wariantem (zgonem lub skrajnie złym stanem zdrowia) i pełnym zdrowiem (tj. największa możliwa poprawa) jest identyczna. Dysużyteczności domen (np. w systemie EQ-5D-5L: stany zdrowia opisane przez pięć domen, każda na pięciu poziomach) i zgonu szacowane są jako wartości względne w tym zakresie i uśredniane w ramach populacji. Nowe podejście przetestowano na danych z badania waluacyjnego EQ-5D-5L dla Polski (1252 respondentów, 11480 obserwacji). Dla 30% respondentów to zgon miał

najniższą użyteczność, zaś dla 63% występował stan o mniejszej użyteczności (np. skrajne problemy w każdej z pięciu domen, tj. stan 55555). Proponowane podejście powoduje wzrost średnich oszacowanych wartości użyteczności stanów (np. użyteczność 55555 rośnie z $-0,418$ dla standardowego podejścia do $-0,245$). Uwzględnienie cenzurowania w danych pogłębia te różnice. Dodatkowo, jak pokazano, proponowane podejście ma intuicyjne własności w kontekście zastosowań do oceny technologii medycznych.

● [Początek sekcji](#)

Rozkład Hartmana-Watsona w finansach

Jacek Jakubowski jakub@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

W moim wystąpieniu przedstawię nowe wyniki dotyczące rodziny rozkładów Hartmana-Watsona, która jest zdefiniowana za pomocą funkcji specjalnej u . Pojawia się ona w matematyce finansowej np. w problemie wyceny opcji azjatyckich. Przedstawię nową reprezentację u i nową postać funkcji gęstości prawdopodobieństwa funkcyjonału $A_t = \int_0^t e^{2B_u} du$ istotną w dla wyceny opcji azjatyckich. Przedstawione zostaną relacje całkowe typu splotu między rozkładami Hartmana-Watsona i zmodyfikowanymi funkcjami Bessela I_0 i K_0 .

Referat oparty jest na wspólnych pracach z M. Wiśniewolskim.

● [Początek sekcji](#)

CoVaR jako miara ryzyka systemowego

Piotr Jaworski P.Jaworski@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Zaproponowany w 2008 roku przez Adriana i Brunnermeiera Conditional Value at Risk, w skrócie CoVaR, jest nowym „narzędziem” do detekcji i oceny ryzyka systemowego. CoVaR to wartość zagrożona określona przy założeniu, że zajdą pewne „niesprzyjające” zdarzenia, tzw. stress testing.

W terminach modelu stochastycznego wyznaczamy ją w następujący sposób. Niech zmienne losowe X i Y modelują badane zjawisko, np. pozycje albo zwroty finansowe, wówczas CoVaR Y to VaR warunkowego rozkładu Y względem X .

$$\text{CoVaR}_\beta(Y|X) = \text{VaR}_\beta(Y|X \in E),$$

gdzie E jest podzbiorem borelowskim prostej rzeczywistej modelującym zdarzenia niesprzyjające. W praktycznych zastosowaniach zbiór E zawiera tylko jeden punkt - α kwantyl X , lub jest półprostą $(-\infty, \alpha$ kwantyl $X]$.

W mojej prezentacji omówię podstawowe własności CoVaR-u. Pokażę też, w jakim stopniu wybór modelu stochastycznego, a zwłaszcza kopuli pary (X, Y) , wpływa na asymptotykę CoVaR-u dla ekstremalnych zdarzeń warunkujących.

Bibliografia

- [1] T. Adrian, M.K. Brunnermeier, *CoVaR*, *The American Economic Review* **106.7**, 1705–1741 (2016).

[● Początek sekcji](#)

New test of normality based on conditional second moments with applications to finance

Damian Jelito damian.jelito@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

We introduce a new test of normality based on the statistical property called a 20-60-20 rule. In a nutshell, the rule states that the conditional variances of a normally distributed random variable are equal, when the conditioning is based on the 20-60-20 ratio, see [1] for details. The new test has a clear financial interpretation and can be used to assess the impact of fat-tails on central data normality assumption. The empirical results for a large financial data-sets show that the test provides a material improvement to the benchmark methodologies. The results based on the financial data are supported by analysis of empirical power for the simulated samples what again suggests good properties of the test. The new framework seems to be a very promising alternative to the classical ones using the third and fourth moments, e.g. Jarque–Bera test. The talk is based on a joint work with Marcin Pitera from the Jagiellonian University, [2].

References

- [1] P. Jaworski and M. Pitera, *The 20-60-20 rule*, *Discrete & Continuous Dynamical Systems-Series B* 21(4):1149–1166 (2016).
- [2] D. Jelito and M. Pitera, *New fat-tail normality test based on conditional second moments with applications to finance*, preprint, arXiv:1811.05464

[● Początek sekcji](#)

The hierarchy or the double life of financial instruments

Ignacy Kaliszewski ignacy.kaliszewski@ibspan.waw.pl

Polska Akademia Nauk

The famous Harry Markowitz mean-variance portfolio investing model perceives portfolios only via their mean returns (representing investment profit) and standard deviations (representing portfolio volatility, thus risk). All mutual relationships between instruments, which result in instrument portfolios of different risk, are encapsulated in pairwise instrument covariances. It is a purely optimization computing task to form the Pareto front, i.e. the set of nondominated (in mean return – standard deviation terms) portfolios.

However, sets of instruments represented in the mean return – standard deviation space are spatially distributed and depending on instrument location they

are more or less likely candidates for nondominated portfolios. To analyze space distributions of instruments we use Hasse diagrams which partition instruments into dominance layers. We use thus obtained structure to reduce the number of instruments considered by eliminating instruments of low layers. By numerical experiments we investigated degradation of Pareto optimality as a function of the extent of instrument elimination.

The practical significance of this type of experimental research lies in that nowadays investors have access to large numbers of instruments on different markets, globally. When applying investing models to such masses of instruments, the advantage of optimal solutions over suboptimal ones but derived over significantly reduced sets of instruments, for various reasons becomes shady.

This talk is based on the joint research with Janusz Miroforidis and Dmitry Podkopaev from the Systems Research Institute, and Przemysław Juszcuk from University of Economics in Katowice.

References

- [1] H.M. Markowitz, *Portfolio selection*, Journal of Finance 7: 77-91 (1952).
- [2] R.C. Merton, *An analytical derivation of the efficient portfolio frontier*, Journal of Financial and Quantitative Analysis 7: 1851-1872. (1952).

● [Początek sekcji](#)

Nash equilibrium vs mini-max regret predictions: an empirical verification

Bogumił Kamiński bkamins@sgh.waw.pl
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Co-authors:

Michał Jakubczyk mjakubc@sgh.waw.pl
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Michał Lewandowski Michal.Lewandowski@sgh.waw.pl
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Aleksander Nosarzewski nosarzewski.aleks@gmail.com
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Goeree and Holt (2001) presented a series of simple games, in which depending on the game parameters, Nash equilibrium prediction either agrees with experimentally observed choices or not. The assumption behind Nash Equilibrium is that of common knowledge of rationality. We argue that in typical experiments this assumption is often violated. Players form beliefs about the opponents behavior. One can model such games as a decision problem under uncertainty. In some games playing the equilibrium strategy is risky, i.e. if I play it and my opponent does not, I may get a much lower payoff than if I did not play the equilibrium strategy. In such cases, players may treat the game as a decision the usual – not a strategic – uncertainty, i.e. treat the opponent as if it was impossible to predict

his behavior. In fact, a good strategy is to minimize the maximum regret. We thus aim to test the hypothesis that minimax regret may help predicting behavior observed in experiments: in some cases explain why people depart from Nash Equilibrium strategy, and – in cases where there are many instead of one Nash Equilibria – explain why people choose one equilibrium strategy over another. To this end we analyze data from Game of Rows the mobile application that we developed and released in Google Play store in order to test behavior in simple games and gather data. Our preliminary findings suggest that our hypothesis is confirmed.

● [Początek sekcji](#)



Imperfect self knowledge and its implications for stability of preferences

Marek Kapera mkapera@inepan.waw.pl
Polska Akademia Nauk

One of the central underlying assumptions of decision theory is the existence and stability of preferences. Behavioral studies largely refute rationality of a consumer and suggest that consumers do not have well defined preferences and construct them during decision-making process. We develop a theory of consumer choice that incorporates the fact that individuals have only limited knowledge of their own tastes and learn about them based on their experiences. In our model, an individual tries to predict his utility from any choice based on data constituted by past choices. Using this model, we investigate the stability of the consumer preferences in time, and their convergence to the unknown true preferences. In order to investigate different modes of convergence, we construct a probability measure on the space of all orderings satisfying basic axioms of preference theory. This measure is constructed conditional on data of past experiences available to the consumer. Different sets of assumptions on both space of alternatives available to the consumer and on his learning behaviour are studied.

● [Początek sekcji](#)

A framework to analyze identification in DSGE models

Marcin Kolasa marcin.kolasa@nbp.pl

Narodowy Bank Polski; Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Co-author:

Andrzej Kocięcki andrzej.kociecki@nbp.pl

Narodowy Bank Polski

This paper offers a comprehensive framework to analyze global identification in DSGE models. Our approach relies on a formal identification condition that combines the links between the observationally equivalent state space representations with the inherent constraints imposed by the model solution on its deep parameters. We separate the identification problem into two stages, the more involved of which reduces to finding all roots of an appropriately defined system of polynomial equations. We show how this system can be solved using the concept of a Gröbner basis and recently developed analytical algorithms to obtain it. We illustrate the working of our framework with several examples, which also highlight its advantages in analyzing local identification.

● [Początek sekcji](#)

Consumers' Optima in Schumpeterian Evolution

Marta Kornafel marta.kornafel@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

We will consider the behaviour of consumers' optimal allocations in the result of Schumpeter evolution of economy. The goal of consumer in general equilibrium model is to choose optimal allocation that maximises his preferences over the budget set, given the price and initial allocation. The crucial point is to justify – taking into account the changing preferences – that the consumers choosing the optimal allocation at every stage of evolutionary process will end up at the optimal state of the final economy. In the talk we will provide the conditions, under which the positive answer is possible.

● [Początek sekcji](#)

The role of Γ -convergence in economic modelling

Marta Kornafel marta.kornafel@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

One of the most important questions in searching for the optima is to assure their stability. In case of any disturbance of functional being optimized or of the constraints in the problem, the solution produced as optimal is expected to approximate the actual optimum.

In the talk we will present the basic information on Γ -convergence of func-

tionals and the equivalent characterization via Kuratowski convergence of a properly defined sequence of sets. The discussion of the consequences of these kinds convergence will be provided, on an example of the neoclassical growth model.

[● Początek sekcji](#)

Znaczenie skoków w prognozowaniu cen energii elektrycznej

Maciej Kostrzewski maciej.kostrzewski@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Współautor:

Jadwiga Kostrzewska jadwiga.kostrzewska@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Podaż i popyt na energię elektryczną są uzależnione m.in. od warunków pogodowych oraz sezonowości, co ma znaczący wpływ na cenę energii. W szczególności w szeregach czasowych cen energii elektrycznej można obserwować gwałtowne zmiany zwane skokami. Głównie z powodu ich występowania modelowanie i prognozowanie cen energii elektrycznej oraz zarządzanie ryzykiem stanowią poważne wyzwanie. W pracy zidentyfikowano skoki cen energii elektrycznej i poddano analizie ich intensywność. Ponadto podjęto próbę wyjaśnienia oraz prognozy wystąpienia skoków. Rozważono bayesowski model dyfuzji ze skokami o zmiennej w czasie intensywności skoków oraz model stochastycznej zmienności ze skokami i zmiennymi objaśniającymi.

[● Początek sekcji](#)

Rozwiązania okresowe w układach typu Kaleckiego i ich nieliniowych rozszerzeniach

Adam Krawiec adam.krawiec@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Współautor:

Marek Szydłowski marek.szydowski@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Rozważamy autonomiczne równania różniczkowe z opóźnionym argumentem, będące najprostszym typem funkcjonalnych równań różniczkowych [1], postaci

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau)) + \mu x(t).$$

Zbadamy charakter rozwiązań okresowych w tego typu modelach dla liniowej oraz nieliniowej funkcji $f(x(t), x(t - \tau))$ na przykładzie prostych modeli cyklu koniunkturalnego. Zgodnie z ideą Michała Kaleckiego opóźnienie czasowe w modelach cyklu koniunkturalnego jest związane z czasem budowy dóbr i inwestycyjnych [2]. W nieliniowym modelu rozwiązaniem cyklicznym może być cykl gra-

niczny. Wykorzystując mechanizm bifurkacji Hopfa udowodnimy istnienie cyklu granicznego w nieliniowym modelu cyklu koniunkturalnego.

Bibliografia

- [1] V. Kolmanovskii, A. Myshkis, *Introduction to the Theory and Applications of Functional Differential Equations*, Kluwer, Dordrecht, 1999.
- [2] M. Kalecki, A macrodynamic theory of business cycles, *Econometrica* 3: 327–344 (1935).

● [Początek sekcji](#)

Range Utility Theory for uncertain cash-flows

Michał Lewandowski michal.lewandowski@sgh.waw.pl
Szkola Główna Handlowa

Co-authors:

Manel Baucells baucellsm@darden.virginia.edu
Darden School of Business, U of Virginia

Krzysztof Kontek kontek@acnet.com.pl
Szkola Główna Handlowa

We introduce range utility theory, an integrative behavioral model for uncertain cash flows. The model modifies rank dependent utility, by replacing rank principles with range principles, and extends the domain to time. For gambles played in the future, the model generalizes the probability and time trade-off model. The model comes with three functions: a value function, a subjective survival function for time and an s-shaped range distortion function, and. Range Utility Theory jointly explains the classical Allais paradoxes, the Samuelson paradox for risk and time, the preference reversal phenomenon, and hyperbolic discounting; and produces many novel testable predictions.

References

- [1] K. Kontek, M. Lewandowski, 2018, *Range-dependent utility*, Management Science, 64(6), 2812–2832.
- [2] M. Baucells, F. Heukamp, 2012, *Probability and time trade-off*, Management Science, 58(4), 831–842.

● [Początek sekcji](#)

Mechanisms within economic evolution – Hurwiczian approach

Agnieszka Lipieta alipieta@uek.krakow.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Joseph Schumpeter in the book *Capitalism, Socialism, Democracy* (1942) defined a mechanism, clarifying the structure of the process of the economic development, called the creative destruction. creative destruction was the coexistence

of two opposite processes: innovations resulting in the introduction of new commodities, new technologies and new organizational structures etc. and processes of elimination of existing, outdated solutions. In that book, the economic mechanism, understood as the set of rules and regularities explaining the social and economic life, played a significant role (see Hurwicz 1987; Lipieta & Malawski 2016; Lipieta 2018). In 1992, Philippe Aghion and Peter Howitt published the paper *A Model of Growth through Creative Destruction* which gave the beginning of the theory of endogenous economic growth. In that paper, the Authors saw the source of economic development in the effectiveness of activities of the R&D sector, which through the mechanism of creative destruction, generated the economic growth.

The aim of the current research is the analysis of mechanisms of economic evolution in the competitive economy (Arrow & Debreu 1954; Mas-Colell et al. 1995) in the conceptual apparatus of the Hurwicz's theory of mechanism design (Hurwicz 1987). Especially the role of innovative and imitative mechanisms with particular focus of the creative destruction mechanism within economic processes will be examined. The research, in a natural way, can be divided in two parts: modeling mechanisms of economic evolution, and analysis of the problem of existence and uniqueness of the optimal mechanism with respect to the criterion of expected benefits.

The proposed analysis is interdisciplinary in its nature and it links the areas of general equilibrium theory, Schumpeter's evolutionary theory.

Bibliografia

- [1] P. Aghion, and P. Howitt, *A Model of Growth through Creative Destruction*, *Econometrica* 60: 323–351 (1992).
- [2] L. Hurwicz, *Incentive Aspects of Decentralization*, In Arrow, K. J., Intriligator M. D. (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol.3. Amsterdam, 1987, 1414–1482.
- [3] A. Lipieta, and A. Malawski, *Price versus Quality Competition*, In *Search for Schumpeterian Evolution Mechanisms*. *Journal of Evolutionary Economics* 26 (5): 1137–1171 (2016).
- [4] A. Lipieta, *Adjustment processes resulting in equilibrium in the private ownership economy*, *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics* 10: 305–332 (2018).
- [5] A. Mas-Colell, M. D. Whinston, J. R. Green, *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, New York, 1995.
- [6] J. A. Schumpeter, *Capitalism, Socialism and Democracy*, Harper, New York, 1942.

Delayed effects of cooperative advertising in goodwill dynamics

Dominika Machowska dominika.machowska@uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

This paper proposes a tool to control cooperative advertising which increases the goodwill of companies operating in a competitive market. We introduce the lag between advertising exposure and customer reaction in the goodwill dynamics evolved à la Nerlove–Arrow. As a result, we obtain a cooperative differential game with immediate and delayed effects of control variables for which we investigate the optimal solution. We examine the role the pre-coalition programmes and the length of delayed response in generating goodwill.

References

- [1] D. Machowska, *Delayed effects of cooperative advertising in goodwill dynamics* Operations Research Letters 47(3): 178–184 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Niejednorodne zmiany czasu dla łańcuchów Markowa – własności i zastosowania

Zofia Michalik z.michalik@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Zmiana czasu jest ważnym narzędziem stosowanym w matematyce finansowej. Pozwala ona na przedstawienie pewnych skomplikowanych modeli finansowych przy pomocy prostszych procesów ze zmienionym czasem – w ten sposób można wprowadzić do modelu m.in. skoki czy zmienność stochastyczną. W referacie będę rozważać zmianę czasu daną jako rozwiązanie niejednorodnego równania

$$\tau_t = \int_0^t g(s, X_{\tau_s}) ds, \quad (*)$$

gdzie X jest łańcuchem Markowa o skończonej przestrzeni stanów, zaś g jest nieujemną funkcją borelowską. Takie zmiany czasu są uogólnieniem jednorodnych równań zmian czasu rozważanych m.in. w [1] i [2]. W referacie przedstawię wyniki dotyczące istnienia i jednoznaczności rozwiązania równania (*) oraz omówię pewne własności i zastosowania takiej zmiany czasu, w szczególności te związane ze strukturą zależności wielowymiarowych procesów Markowa.

Bibliografia

- [1] S.N. Ethier, T.G Kurtz, *Markov Processes: Characterization and Convergence* Wiley, New York, 1986.
[2] P. Kröhner, A. Schnurr, *Time Change Equations for Lévy Type Processes*, Stochastic Processes and their Applications, Vol. 128, Issue 3, 2018, pp. 963–978.

● [Początek sekcji](#)

Prognozowanie VaR i ES z zastosowaniem rozkładów predykcyjnych bayesowskich dynamicznych modeli tCopula-GARCH

Justyna Mokrzycka justyna.mokrzycka@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

W pracy została podjęta próba wyznaczenia jedookresowych prognoz wartości zagrożonej (VaR) i oczekiwanego niedoboru (ES) dla dwuwymiarowych portfeli na podstawie rozkładów predykcyjnych dynamicznego modelu tCopula-GARCH oraz wybranych modeli MGARCH. W tym celu wykorzystano podejście bayesowskie oraz Metodę Monte Carlo z funkcją ważności. Badaniu poddano dwa dwuwymiarowe portfele. Pierwszy złożony z kursów walutowych, drugi z indeksów giełdowych. Otrzymane prognozy zostały poddane ocenie ex post z zastosowaniem niebayesowskich metod (m.in. testowanie wsteczne, test niezależności przekroczeń, wyznaczenie wartości funkcji strat).

Bibliografia

- [1] E. Jondeau, M. Rockinger, *The Copula-GARCH model of conditional dependencies: An international stock market application*, Journal of International Money and Finance, 25: 827–853 (2006).
- [2] J. Mokrzycka, *Bayesian comparison of bivariate Copula-GARCH and MGARCH models*, Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics, 11/1: 47–71 (2019).
- [3] J. Osiewalski, *Ekonometria Bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, 2001.
- [4] J. Osiewalski, A. Pajor, *Bayesian Value-at-Risk for a Portfolio: Multi- and Univariate Approaches Using MSF-SBEKK Models*, Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics, 2: 253–277 (2010).
- [5] J. Osiewalski, A. Pajor, *Bayesian Value-at-Risk and Expected Shortfall for a Large Portfolio (Multi- and Univariate Approaches)*, Acta Physica Polonica A, 121/2-B: 101–109 (2012).

● [Początek sekcji](#)

Lokalna minimalizacja ryzyka w modelu eksponencjalnym markowsko-addytywnym

Mariusz Niewęglowski m.nieweglowski@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

W referacie zajmę się modelem rynku którym instrumentu ryzykownego S jest eksponentą ogólnego addytywnego procesu Markowa tzn.

$$S_t = S_0 e^{X_t},$$

gdzie X jest komponentą addytywnego procesu Markowa (X, J) . Przypomnę że dwuwymiarowy proces Markowa (X, J) , jest addytywnym procesem Markowa gdy rozkład $(X_{t+s} - X_t, J_{t+s})$ pod warunkiem (X_t, J_t) zależy tylko od J_t . Przestrzenią stanów dla takich procesów jest $\mathbb{R} \times \mathcal{K}$ gdzie \mathcal{K} zbiór przeliczalny. W klasie takich modeli mieszczą się eksponencjalne modele Levy’ego jaki i eksponencjalne markowsko-modulowane modele Levy’ego. Takie modele są modelami niezupelnymi powstaje więc problem jak wyceniać i zabezpieczać instrumenty pochodne. Na rynkach niezupelnych mamy do wyboru wiele metod zabezpieczania instrumentów pochodnych i jedną z nich jest tzw. lokalna minimalizacja ryzyka. W metodzie tej wyznaczanie strategii lokalnie minimalizującej ryzyko sprowadza się do wyznaczania tzw. rozkładu Folmera-Schweizera zmiennej losowej reprezentującej zdyskontowaną wypłatę z instrumentu pochodnego (patrz [4]). Wyznaczenie tego rozkładu w ogólności nietrywialnym zadaniem i było przedmiotem wielu badań w ostatnich latach ([1], [2], [5]). W swoim referacie przedstawię rozwinięcie metody opartej na transformacji Fouriera wprowadzonej w pracy [3] dla modeli eksponencjalnych Levy’ego i analizowanej dalej w pracy [5].

Bibliografia

- [1] T. Arai, Y. Imai, R. Suzuki, Numerical analysis on local risk-minimization for exponential Lévy models. *Int. J. Theor. Appl. Finance* 19 (2016), no. 2, 27 pp
- [2] C. Daveloose, A. Khedher, M. Vanmaele, *Robustness of quadratic hedging strategies in finance via Fourier transforms*, *J. Comput. Appl. Math.* 296 (2016), 56–88.
- [3] F. Hubalek, J. Kallsen, L. Krawczyk, *Variance-optimal hedging for processes with stationary independent increments*, *Ann. Appl. Probab.* 16 (2006), no. 2, 853–885.
- [4] M. Schweizer, *Local risk-minimization for multidimensional assets and payment streams*, In *Advances in mathematics of Finance*, volume 83 of *Banach Center Publ.*, pages 213–229. Polish Acad. Sci. Inst. Math., Warsaw, 2008.
- [5] P. Tankov, *Pricing and hedging in exponential Lévy models: review of recent results*, *Paris-Princeton Lectures on Mathematical Finance 2010*, 319–359, *Lecture Notes in Math.*, 2003, Springer, Berlin, 2011

● [Początek sekcji](#)

ZIP-CP models for the number of children and the age at first birth

Beata Osiewalska beata.osiewalska@uek.krakow.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Co-authors:

Jerzy Marzec Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
marzecj@uek.krakow.pl

Jacek Osiewalski eeosiewa@cyf-kr.edu.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

We formulate a joint statistical model of two important demographic variables: (i) the number of children born by a given woman and (ii) her age at the birth of her first child. The proposed specification is based on the so-called ZIP-CP model of bivariate Poisson-type regression that enables to easily examine dependence between two count variables. In our specification the number of children is a ZIP-type variable (in the hurdle model version), while the conditional distribution of the age at first childbirth given the number of children is a Poisson distribution either left-truncated (when a woman has not had any child) or right-truncated (if a woman gave birth to at least one child). The expected values of the underlying Poisson distributions as well as the relation between both variables can be functions of the age of a woman and some socio-economic explanatory variables.

[● Początek sekcji](#)

Bayesian interpretation of some Empirical Bayes procedures in hierarchical models

Jacek Osiewalski eeosiewa@cyf-kr.edu.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

In modern statistics and its applications random parameters or latent variables are widely used, and their estimation or prediction is of interest. Under some prior assumptions, Bayes formula can be used to obtain their posterior distribution. However, on the sampling-theory grounds, the unknown constants appearing in the prior distribution are estimated using the data being actually modelled. We call such approaches quasi-Bayesian; Empirical Bayes procedures give important examples. In this paper we propose theoretical framework that enables the formal Bayesian validation (or interpretation) of quasi-Bayesian inference techniques. Our framework amounts to establishing a formal Bayesian model that justifies a quasi-Bayesian „posterior” as a valid posterior distribution. From the Bayesian model validating the quasi-posterior, i.e. from the joint distribution of observations and other quantities, one can deduce the true sampling model, that is the conditional distribution of observations, and the true prior (or marginal) distribution of the remaining quantities – latent variables and parameters. We illustrate our approach not only by simple examples, but also by the complicated Bayesian model validating one of the basic Empirical Bayes estimators of the multivariate normal mean. This model is in fact a nonstandard joint measure that separates two subsets of the Cartesian product of the observation space and the parameter space.

[● Początek sekcji](#)

Porównanie własności predyktywnych bayesowskich modeli VEC ze stałą oraz zmienną w czasie macierzą warunkowych kowariancji

Anna Pajor pajora@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Uniwersytet Jagielloński

Justyna Wróblewska wroblewj@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Współautor:

Łukasz Kwiatkowski kwiatkol@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

W modelowaniu zjawisk makroekonomicznych charakteryzujących się zarówno występowaniem relacji długookresowych, jak i zmiennymi w czasie warunkowymi kowariancjami, otwarte pozostaje pytanie, jakim procesem tę zmienność opisywać.

Celem pracy jest porównanie własności prognostycznych dwóch klas wektorowych modeli z mechanizmem korekty błędu (ang. *Vector Error Correction*, VEC) ze stałą macierzą warunkowych kowariancji oraz uwzględniających jej zmienność w czasie. W modelach należących do drugiej klasy o elementach macierzy warunkowych kowariancji zostanie założone, że są przetączane za pomocą łańcuchów Markowa (ang. *Markov Switching Heteroscedasticity*, MSH) lub podlegają wielowymiarowym procesom zmienności stochastycznej (ang. *Stochastic Volatility*, SV).

W pracy porównamy własności prognostyczne rozważanych modeli z wykorzystaniem danych pochodzących z gospodarki Stanów Zjednoczonych (będących przykładem gospodarki rozwiniętej) oraz Polski, a więc gospodarki, która w latach 90-tych ubiegłego wieku przeszła transformację ustrojową.

Do zbadania własności prognostycznych rozważanych modeli zostanie wykorzystany predyktywny czynnik Bayesa oraz takie mierniki jak PIT (ang. *Probability Integral Transform*), CRPS (ang. *Continuous Rank Probability Score*), ES (ang. *Energy Score*) i ważony błąd średniokwadratowy.

● [Początek sekcji](#)

Jednoznaczność rozwiązań w problemach analizy ryzyka

Andrzej Palczewski apalczew@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Rozważany jest problem jednoznaczności rozwiązań w problemie optymalizacji portfela inwestycyjnego oraz pewnym związanym z nim problemie odwrotnym. Ryzyko w tych problemach jest opisywane przez skończoną liczbę scenariuszy i jest mierzone miarami odchylenia wprowadzonymi przez Rockafellara i in. [1]. W pracy dowodzi się, że w ogólności brak jest jednoznaczności zarówno dla zadania optymalizacyjnego jak zadania odwrotnego. Dyskutowane są konsekwencje tego

wyniku w szeregu problemów analizy ryzyka inwestycyjnego, takich jak alokacja kapitału, podział ryzyka (*risk sharing*), inwestycje kooperacyjne oraz model Blacka-Littermana. We wszystkich tych przypadkach brak jednoznaczności jest powiązany z faktem, że subgradient funkcji wypukłej nie jest jednoznacznie wyznaczony w punktach, w których funkcja nie jest różniczkowalna. Pokazano jak problem braku jednoznaczności można rozwiązać przez specjalny wybór takiego subgradientu, który spełnia pewne intuicyjnie oczywiste aksjomaty. Okazuje się, że ten specjalnie wyróżniony subgradient jest dobrze znanym punktem Steinera zbioru subróżniczek.

Bibliografia

- [1] Rockafellar, R. T., Uryasev, S., and Zabarankin, M., *Optimality conditions in portfolio analysis with general deviation measures*, Mathematical Programming, Ser. B, 108:515–540 (2006).

● [Początek sekcji](#)

Model Lelanda-Tofta optymalnej struktury kapitałowej i poissonowskie obserwacje

Zbigniew Palmowski zbigniew.palmowski@pwr.edu.pl
Politechnika Wroclawska

W referacie będziemy rozważać model Lelanda-Tofta optymalnej struktury kapitałowej. Jednak w przeciwieństwie do klasycznej sytuacji, w której akcjonariusze obserwują ceny akcji w sposób ciągły a bankructwo następuje natychmiast bez żadnego opóźnienia, my zakładamy, że informacje o cenach są aktualizowane tylko w momentach opisanych przez proces Poissona. Dodatkowo modelujemy ceny akcji poprzez geometryczny proces Lévy'ego. W trakcie referatu podamy wiele numerycznych wyników pokazujących na przykład wrażliwość długości okresu pomiędzy obserwacjami na optymalną strukturę, optymalną dźwignię finansową oraz marżę kredytową.

Referat jest oparty o wspólną pracę [1] z J. Pérezem, B. Surya i K. Yamazaki.

Bibliografia

- [1] Z. Palmowski, J. Pérez, B. Surya, K. Yamazaki, *The Leland-Toft optimal capital structure model under Poisson observations*, złożony do publikacji, <https://arxiv.org/abs/1904.03356>, (2019).

● [Początek sekcji](#)

Time-varying asymmetry and tail thickness in long series of daily financial returns

Mateusz Papien eepipien@cyf-kr.edu.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Co-author:

Błażej Mazur eomazur@cyf-kr.edu.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

We develop a univariate parametric time-series framework (with methods of Bayesian inference) allowing for low-frequency fluctuations in conditional tail thickness and asymmetry. It extends the usual scale/location modelling, see Amado and Teräsvirta (2008, 2013) or Engle and Rangel (2008). We generalize upon an AR(1)-GJR-GARCH-In-Mean specification with the asymmetric generalized Student t of Zhu and Galbraith (2010) conditional distribution, which is flexible enough to distinguish skewness from tail asymmetry. The conditional shape parameters are made time-varying with long-term behavior being approximated using a deterministic concept of Flexible Fourier Form. In the resulting potentially non-stationary model the risk measures are affected not only by fluctuations in conditional variance but also by changes in skewness or asymmetric tail thickness. In-sample analysis of six decades of daily S&P500 returns reveals long-run time inhomogeneity in variance and tail behavior but not in skewness. Tail asymmetry is much stronger after the beginning of the Great Moderation period, indicating differences between the 1987 and the 2008 crashes. This is confirmed by analysis of out-of-sample density forecasting performance (using LPS and CRPS measures) within two recursive expanding-window experiments covering the events. Consequences of long-term changes in conditional scale and shape features for risk assessment are also illustrated.

References

- [1] Amado C., Teräsvirta T. (2008) *Modelling Conditional and Unconditional Heteroscedasticity with Smoothly Time Varying Structure*, SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance 691, Stockholm School of Economics
- [2] Amado C., Teräsvirta T. (2013) *Modelling Volatility by Variance Decomposition*, *Journal of Econometrics* 175, 142-153
- [3] Engle R.F., Rangel J. G. (2008) *The Spline-GARCH Model for Low-Frequency Volatility and Its Global Macroeconomic Causes*, *Review of Financial Studies* 21, 1187-1222
- [4] Zhu D., Galbraith J.W. (2011) *Modeling and Forecasting Expected Shortfall with the Generalized Asymmetric Student- t and Asymmetric Exponential Power Distributions* *Journal of Empirical Finance* 18, 765-778

● [Początek sekcji](#)

Nieobciążona estymacja i ewaluacja miar ryzyka

Marcin Pitera marcin.pitera@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Wprowadzimy nowe pojęcie nieobciążoności względem ryzyka i pokażemy jak wykorzystać je, aby poprawić wiele istniejących estymatorów ryzyka dla *Value-at-Risk* (VaR) oraz *Expected Shortfall* (ES). Następnie połączymy naszą definicję z testowaniem wstecznymi (ang. *backtesting*) i pokażemy, iż w klasycznym przypadku (VaR) prowadzi ona do testu badającego ilość przekroczeń. Pokażemy, iż związek ten jest silnie umotywowany matematycznie poprzez dualność między rodzinami miar ryzyka, a powiązaniem indeksem akceptowalności (ang. *acceptability index* lub *performance measure*). Korzystając z tego związku zaproponujemy statystykę testową dla miary ES oraz pokażemy, iż umożliwia ona szybkie i efektywne testowanie ryzyka.

● [Początek sekcji](#)

Minimalny koszt doskonałego zabezpieczenia opcji na rynkach nie płynnych

Agnieszka Rygiel agnieszka.rygiel@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

W referacie będziemy rozważać problem wyceny opcji w modelu rynku finansowego z czasem dyskretnym i skończonym horyzontem czasowym. W odróżnieniu od podejścia klasycznego, w którym zakłada się istnienie tzw. rzeczywistej miary probabilistycznej, rozpatrujemy zbiór wszystkich miar probabilistycznych zgodnych z cenami obserwowanymi na rynku. Dodatkowo uwzględniamy efekty braku płynności poprzez wprowadzenie nieliniowych kosztów transakcji.

● [Początek sekcji](#)

Problem wyboru najlepszego obiektu z błędną oceną

Marek Skarupski marek.skarupski@pwr.edu.pl

Politechnika Wroclawska

W klasycznym problemie sekretarki celem osoby decyzyjnej jest wybór obiektu o najlepszych własnościach. Decyzje o zatrzymaniu obserwacji podejmowane są na podstawie relatywnych rang nadawanych kolejnym obiektom. Problem wyboru najlepszego obiektu miał już wiele modyfikacji i rozwinięć. W każdym jednak zakłada się, że osoba decyzyjna przy ocenie wartości kolejnych obserwacji nie dokonuje błędów. Podczas referatu przedstawione zostaną założenia modelu, w którym dopuszczamy błędną ocenę obiektu. Wskazane zostaną też podobieństwa i różnice w stosunku do poprzednich wyników. Zaprezentujemy też możliwe rzeczywiste sytuacje, które stanowią podstawę do wyprowadzenia tego modelu.

Bibliografia

- [1] Gusein-Zade, S.M., *The problem of choice and the optimal stopping rule for a sequence of independent trials*, Theory Probab. Appl., 1966, Volume 11, Issue 3, pp. 472-476
- [2] M. Kawai, M. Tamaki, *Choosing either the best or the second best when the number of applicants is random*, Computers & Mathematics with Applications, 2003, Volume 46, no. 7, p. 1065-1071
- [3] Ferguson, Thomas S., *Who Solved the Secretary Problem?* Statist. Sci. 1989, Volume 4, no. 3, p. 282-289.

● Początek sekcji

Funkcje o zmiennych rozdzielonych w naukach ekonomicznych

Tadeusz Stanisz tadeusz.stanisz@uek.krakow.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Podano elementy teorii funkcji o zmiennych rozdzielonych za pomocą działania grupowego. Omówiono związek między niezależnością zmiennych losowych ciągłych (skokowych) a s -parowalnością multiplikatywną funkcji gęstości (funkcji rozkładu).

● Początek sekcji

Cena kalkulacyjna dla rynków finansowych z czasem dyskretnym - podejście indukcyjne

Łukasz Stettner stettner@impan.pl

Polska Akademia Nauk

W przypadku rynków z proporcjonalnymi kosztami za transakcje mamy dwie ceny: kupna i sprzedaży. W różnych rozliczeniach dobrze jest mieć jedną cenę, która daje taką samą wartość końcowej funkcji użyteczności jak w przypadku ceny kupna i sprzedaży. Taka cena jest nazywana ceną kalkulacyjną (z ang. shadow price). W przedstawionych wynikach będzie pokazane, że taka cena istnieje i daje się konstruować w sposób rekurencyjny. Można to dokładnie policzyć dla jednego rodzaju akcji i próbować to liczyć w przypadku większej liczby akcji. Idea metody jest taka sama, ale pojawiają się trudności związane z wymiarem rynku. Przetastawione wyniki są opublikowane w pracy [1] i są uogólnieniem pracy [2].

References

- [1] T. Rogala, Ł. Stettner, *Optimal strategies for utility from terminal wealth with general bid and ask prices*, accepted, Applied Mathematics and Optimization doi: 10.1007/s00245-018-9550-5.
- [2] T. Rogala, Ł. Stettner, *On Construction of Discrete Time Shadow Price*, Applied Mathematics and Optimization 72 (3), (2015), 391-433 (DOI: 10.1007/s00245-014-9285-x).

Inwestycje wysokiego ryzyka

Krzysztof J. Szajowski Krzysztof.Szajowski@pwr.edu.pl
Politechnika Wroclawska

Obserwując potencjalne możliwości inwestycji w zadanym okresie bierzemy pod uwagę zarówno możliwość zysku jak i straty. Szczególnie trudne w modelowaniu są przypadki, gdy wiadomo, iż jest tylko jeden moment, gdy decyzja jest trafna. (cf. [1], [2]). Oczekiwania inwestora i jego oceny ryzyka opisujemy odpowiednio sparametryzowaną funkcją celu. Uwzględnimy też sposób obserwacji procesu. Pozwoli to na powiązanie racjonalnych polityk z uwzględnianymi czynnikami (cf. [3], [4]).

Bibliografia

- [1] F. T. Bruss and T. S. Ferguson *High-risk and competitive investment models*, Ann. Appl. Probab., 12(4):1202 - 1226, 2002. ISSN 1050-5164. doi: 10.1214/aoap/1037125860.
- [2] D. - Łebek and K. Szajowski *Optimal strategies in high risk investments*, Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin, 14(1):143 - 155, 2007. ISSN 1370-1444.
- [3] K. Szajowski *A rank-based selection with cardinal payoffs and a cost of choice* Sci. Math. Jpn., 69(2):285 - 293, 2009. ISSN 1346-0862.
- [4] K. Szajowski *Comparison among some optimal policies in rank-based selection problems* In Contributions to game theory and management. Volume III, pages 409 - 420. Grad. Sch. Manag., St. Petersburg Univ., St. Petersburg, 2010.

Estymacja parametrów modelu CAViaR z wykorzystaniem algorytmów metaheurystycznych

Grzegorz Szulik grzegorz.szulik@uek.krakow.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Estymacja parametrów modeli ekonometrycznych jest zadaniem, w którym do tej pory rzadko wykorzystywano rodzinę algorytmów metaheurystycznych. W referacie zostaną przedstawione wyniki estymacji parametrów warunkowych autoregresyjnych modeli VaR (CAViaR) uzyskane przy pomocy wybranych algorytmów.

Przenikanie zmienności na rynkach finansowych. Wyniki na podstawie analizy częstościowej VAR

Stawomir Śmiech smiechs@uek.krakow.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Współautor:

Monika Papież papiezm@uek.krakow.pl
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Celem pracy jest analiza wzajemnego przenikania zmienności na rynkach finansowych. Badaniu poddano łącznie 40 kontraktów terminowych notowanych na giełdach w USA reprezentujących osiem segmentów rynku finansowego w tym: rynki obligacji, akcji, walut oraz rynki towarowe. W badaniu wykorzystano dane dzienne z okresu od 2 stycznia 2000 r. do 31 grudnia 2018 r. Analizę prowadzono na całej próbie oraz w podokresach, w tym podczas GKF. Opis przenikania został otrzymany na podstawie metodologii Barunika i Krehlika (2018), która polega na estymacji relacji pomiędzy rynkami dla różnych długości cyklu finansowego. Podstawowe rezultaty pracy pokazują, że większość zmienności jest transmitowana w krótkim okresie w ramach danej grupy rynków. Indeksy giełdowe oraz waluty i bony są głównymi źródłami zmienności.

Bibliografia

- [1] J. Barunik and T. Krehlik, *Measuring the frequency dynamics of financial connectedness and systemic risk*, *Journal of Financial Econometrics* 16(2): 271–296 (2018).
- [2] F. X. Diebold and K. Yilmaz, *Better to give than to receive: Predictive directional measurement of volatility spillovers*, *International Journal of Forecasting* 28(1): 57–66 (2012).

● [Początek sekcji](#)

Transmisja szoków finansowych. Wnioski z modelu TV-MS-VAR

Magdalena Ulrichs magdalena.ulrichs@uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

Głównym celem badania jest ocena wpływu napięć występujących na rynkach finansowych na gospodarkę. Szoki finansowe utożsamiono z napięciami występującymi na tym rynku. Analiz dokonano w ramach metodologii modeli wektorowej autoregresji z ukrytymi łańcuchami Markowa z endogeniczną macierzą przejścia.

Wyniki empiryczne porównano dla krajów Grupy Wyszehradzkiej, co daje możliwość przeanalizowania wpływu szoków finansowych dla małych gospodarek otwartych, które w ciągu ostatnich kilku dekad doświadczyły znaczących zmian strukturalnych.

Uzyskane szacunki pozwalają sformułować następujące wnioski: w analizowanym okresie zidentyfikowano dwa reżimy: pierwszy stan odpowiadał okresom

stabilności na rynkach finansowych, a drugi okresom zwiększonych napięć na tych rynkach. Funkcje odpowiedzi na szoki wskazują, że w okresach napięć finansowych szok finansowy ma większy i bardziej trwały wpływ na politykę pieniężną, działalność gospodarczą i stabilność systemu bankowego. Podczas gdy w normalnych czasach reakcje zmiennych zawartych w modelu są pomijalne. Co więcej, polityka pieniężna powinna reagować w sposób dostosowany do wartości szoków finansowych, a nawet w przypadku wysokiej presji inflacyjnej, wzrost stóp procentowych podczas okresów silnych niestabilności na rynkach finansowych powinien być mniejszy, aby uniknąć dodatkowego wzrostu napięć na rynkach finansowych.

● [Początek sekcji](#)

Modelowanie ubóstwa na poziomie lokalnym w Polsce

Łukasz Wawrowski lukasz.wawrowski@ue.poznan.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

W Polsce wskaźniki ubóstwa są szacowane na podstawie badań gospodarstw domowych realizowanych przez GUS na bardzo ogólnym poziomie kraju, regionów i wybranych grup społeczno-ekonomicznych. Ponadto oszacowania bezpośrednie w domenach dla których badanie reprezentacyjne nie zostało zaprojektowane są obarczone dużym błędem szacunku. Estymacja w takich przypadkach jest możliwa poprzez zastosowanie metod statystyki małych obszarów oraz danych pochodzących z innych źródeł takich jak spisy powszechnie i rejestry administracyjne.

Celem badania jest estymacja wskaźników ubóstwa na poziomie powiatów w Polsce. Wykorzystanie danych z Europejskiego Badań Dochodów i Warunków życia (EU-SILC) i Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań (NSP) oraz metod estymacji pośredniej bazujących na liniowych modelach mieszanych i symulacjach Monte Carlo pozwoli na uzyskanie informacji na wcześniej niepublikowanym poziomie. Ponadto zostaną zweryfikowane założenia opracowanego modelu oraz wpływ obserwacji odstających na wartości i precyzję uzyskanych oszacowań.

Bibliografia

- [1] I. Molina and J. N. K. Rao. *Small area estimation of poverty indicators*, Canadian Journal of Statistics: 369–385 (2010).
- [2] I. Molina and J. N. K. Rao. *Small area estimation*, Wiley & Sons (2014).

● [Początek sekcji](#)

Recent advances in electricity price forecasting: A 2019 perspective

Rafał Weron rafal.weron@pwr.edu.pl
Politechnika Wroclawska

Electricity price forecasting (EPF) is a branch of energy forecasting on the interface between econometrics/statistics and engineering, which focuses on predicting the spot and forward prices in wholesale electricity markets. Over the last 25 years, a variety of methods and ideas have been tried for EPF, with varying degrees of success. In this talk I will review recent developments in this fascinating area, including (but not limited to) probabilistic forecasting, combining forecasts and deep learning.

● [Początek sekcji](#)

Probabilistyczne wieloregionalne prognozowanie ludności

Arkadiusz Wiśniowski a.wisniowski@manchester.ac.uk
University of Manchester, UK

W referacie prezentowane jest rozszerzenie kohortowo-składnikowego modelu wieloregionalnego prognozowania ludności, pierwotnie zaproponowanego przez Rogersa (1966). Prognozy ludności w modelu bazują na prognozach współczynników śmiertelności, dzietności, migracji wewnętrznych oraz emigracji i imigracji zagranicznych. Do prognozowania tych współczynników zastosowany jest model logarytmiczno-liniowy z dwuliniowym komponentem. Taka kombinacja pozwala na redukcję liczby parametrów podlegających prognozowaniu. Model umożliwia również uwzględnienie korelacji pomiędzy grupami wieku, płciami i regionami oraz poszczególnymi współczynnikami. Zastosowanie wnioskowania Bayesowskiego do estymacji parametrów modelu pozwala na ocenę niepewności dotyczącej prognoz. Zaprezentowane jest też zastosowanie modelu do prognozowania ludności ośmiu regionów Australii.

Bibliografia

- [1] A. Rogers, *A Markovian policy model of interregional migration*, Papers, A Regional Science Association 17: 205–224 (1966).

● [Początek sekcji](#)

Liniowo-kwadratowa gra dynamiczna z zastosowaniami w eksploatacji ekosystemów

Agnieszka Wiszniewska-Matyskiel agnese@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Współautor:

Rajani Singh rajanibabu7@gmail.com
Uniwersytet Warszawski

Prezentujemy klasę gier dynamicznych liniowo-kwadratowych z liniowymi ograniczeniami, o postaci inspirowanej zagadnieniem połowów we wspólnym morzu. Te oczywiste ograniczenia prowadzą do nieoczekiwanych wyników: nieregularność równowag, aż do nieciągłości względem stanu systemu i istnienie nieskończenie wielu równowag. Równowagi Nasha w nieskończonym horyzoncie porównujemy z rozwiązaniem społecznie optymalnym, o różniczkowalnej funkcji wartości. Rozwiązanie społecznie optymalne nigdy nie prowadzi do wyczerpania łożysk, natomiast równowagi Nasha prowadzą do wyczerpania łożysk, o ile początkowy stan populacji nie jest nierealistycznie wysoki. Wyliczamy systemy podatków lub podatków-subwencji wymuszających rozwiązanie społecznie optymalne, to znaczy takie, w którym po modyfikacji gry rozwiązanie społecznie optymalne staje się równowagą Nasha.

Wyniki zostały częściowo opublikowane w [1] and [2].

Bibliografia

- [1] R. Singh and A. Wiszniewska-Matyszkiewicz, *Discontinuous Nash Equilibria in a Two Stage Linear-Quadratic Dynamic Game with Linear Constraints*, IEEE Transactions on Automatic Control, 64:3074–3079 (2019)
- [2] R. Singh and A. Wiszniewska-Matyszkiewicz, *Linear quadratic game of exploitation of common renewable resources with inherent constraints*, Topological Methods in Nonlinear Analysis, 51:23–54 (2019)

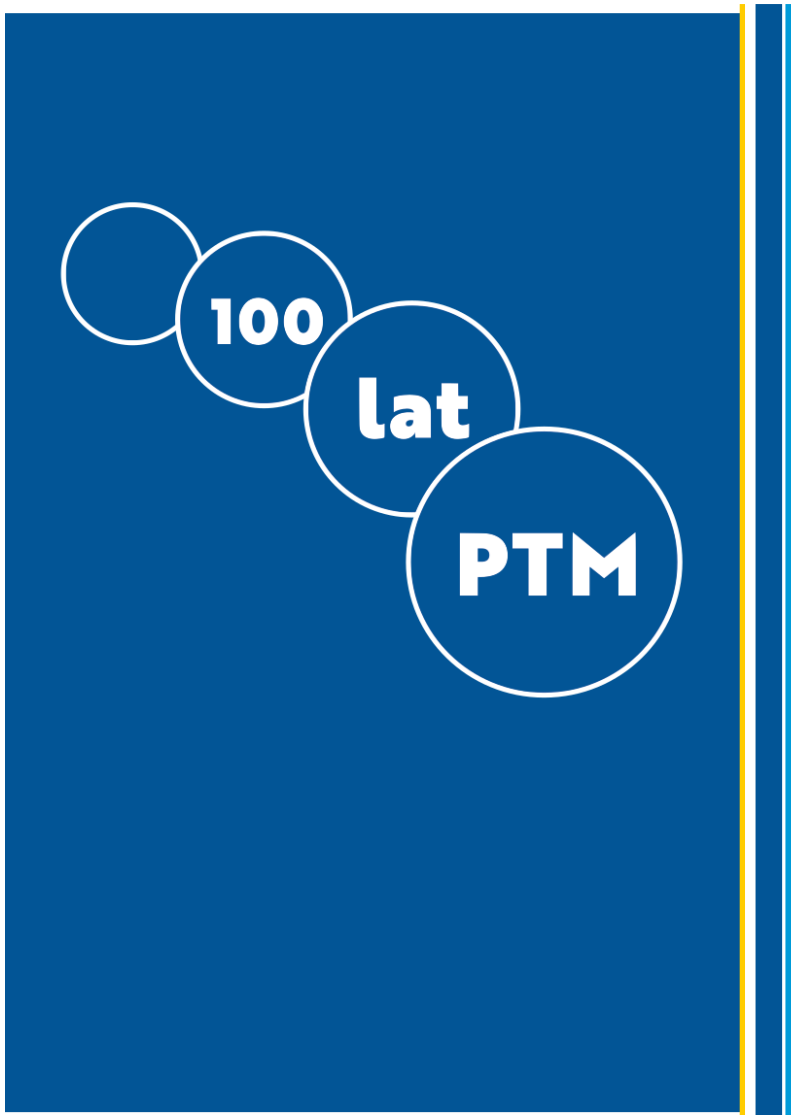
[● Początek sekcji](#)

Portfel optymalny na rynku obligacji

Dariusz Zawisza dariusz.zawisza@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Rozważamy afiniczne modele stopy procentowej oraz odpowiadające im ceny obligacji. Dynamika ceny obligacji jest przedstawiona za pomocą tzw. parametryzacji Musieli. Przedstawimy model, w którym inwestor może dokonywać inwestycji w obligacje o różnych terminach wykupu i jednocześnie może część swojego kapitału poświęcić na konsumpcję. Celem inwestora jest maksymalizacja wartości oczekiwanej dla czasowo-addytywnej użyteczności konsumpcji typu HARA (ang. hyperbolic absolute risk aversion utility). Opisany problem stochastycznego sterowania rozwiązujemy za pomocą równania Hamiltona–Jacobiego–Bellmana. Referat bazuje na wspólnej pracy z prof. Szymonem Peszatem (Instytut Matematyki UJ).

[● Początek sekcji](#)



metody probabilistyczne i stochastyczne

patron sesji
Hugo Steinhaus



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Optymalny transport martyngałowy oraz dualność wyceny i replikacji

Anna Aksamit anna.aksamit@sydney.edu.au
The University of Sydney, Australia

W pierwszej części referatu omówię problem optymalnego transportu martyngałowego, [2]. Transport po martyngałach i jego dualne sformułowanie mają naturalną interpretację w odpornościowym podejściu w matematyce finansowej. Za ich pomocą można wyrazić przedziały cen i kosztów replikacji, które są zgodne z dostępną informacją.

W drugiej części referatu przedstawię problem i wyniki dotyczące optymalnego stopowania w podejściu odpornościowym, [1]. Głównymi użytymi narzędziami są odpowiednie zmiany przestrzeni probabilistycznej. Dzięki nim możemy zastosować programowanie dynamiczne do znalezienia optymalnego momentu zatrzymania i pokazać dualność.

Bibliografia

- [1] A. Aksamit, S. Deng, J. Obłój, and X. Tan, *The robust pricing–hedging duality for American options in discrete time financial markets*, *Mathematical Finance*, 29(3): 861–897 (2019).
- [2] M. Beiglböck, P. Henry-Labordère, and F. Penkner, *Model-independent bounds for option prices—a mass transport approach*, *Finance and Stochastics*, 17(3): 477–501 (2013).

● [Początek sekcji](#)

Sorted L-One Penalized Estimation

Małgorzata Bogdan Malgorzata.Bogdan@pwr.wroc.pl
University of Wrocław

Sorted L-One Penalized Estimation (SLOPE) is a relatively new convex optimization method for identifying predictors in large data bases. Sorted L-One (ℓ^1) Penalty reduces the dimension by shrinking small regression coefficients to zero and making equal those that differ little. It allows for FDR control under orthogonal designs and yields asymptotically minimax estimators in sparse high-dimensional regression. We will discuss the ideas behind the method and present new theoretical results concerning asymptotic FDR control and grouping properties of SLOPE. Theoretical results will be illustrated with computer simulations and real data analysis in the context of the analysis of genetic and financial data.

References

- [1] D. Brzyski and A. Gossmann and W. Su and M. Bogdan, *Group SLOPE–adaptive selection of groups of predictors*, J. Amer. Statist. Assoc. **114**, no. 525, 419–433 (2019).
- [2] W. Su and M. Bogdan and E. Candès, *False discoveries occur early on the Lasso path*, Ann. Statist. **45** no. 5, 2133–2150 (2017).
- [3] M. Bogdan and E. van den Berg and C. Sabatti and W. Su and E. Candès, *SLOPE–adaptive variable selection via convex optimization*, Ann. Appl. Stat. **9** no. 3, 1103–1140 (2015).
- [4] M. Bogdan and A. Chakrabarti and F. Frommlet and J. Ghosh, *Asymptotic Bayes–optimality under sparsity of some multiple testing procedures*, Ann. Statist. **39** no. 3, 1551–1579 (2011).
- [5] M. Bogdan and J. Ghosh and S. Tokdar, *A comparison of the Benjamini–Hochberg procedure with some Bayesian rules for multiple testing*, *Beyond parametrics in interdisciplinary research: Festschrift in honor of Professor Pranab K. Sen*, Inst. Math. Stat. (IMS) Collect., **1**, 2008, 211–230.

● [Początek sekcji](#)

Stochastic nonlinear Schrödinger equation on 3d compact manifolds

Zdzisław Brzeźniak zdzislaw.brzezniak@york.ac.uk

The University of York, Wielka Brytania

I will speak about two recent works with Fabian Hornung and Lutz Weis (Karlsruhe). In particular, about the existence of a global solution to the stochastic nonlinear Schrödinger equation (SNSL) on a 3-dimensional manifold with multiplicative Gaussian and jump type noises. I will also speak about the uniqueness for such equations in case of Gaussian bilinear noise the proof of which is based on novel Strichartz estimates and Littlewood–Paley decomposition in time. I will conclude by mentioning the Large Deviations Principle for SNSL.

References

- [1] Z. Brzeźniak, F. Hornung and L. Weis, *Martingale solutions for the stochastic nonlinear Schrödinger equation in the energy space*, Probab. Theory Relat. Fields **174**, 1273–1338 (2019)
- [2] Z. Brzeźniak, F. Hornung and L. Weis, *Uniqueness of martingale solutions for the stochastic nonlinear Schrödinger equation on 3d compact manifolds*, arXiv:1808.10619
- [3] Z. Brzeźniak, F. Hornung and U. Manna, *Weak martingale solutions for the stochastic nonlinear Schrödinger equation driven by pure jump noise*, Stoch PDE: Anal Comp (2019)
- [4] Z. Brzeźniak and A. Millet, *On the stochastic Strichartz estimates and the stochastic nonlinear Schrödinger equation on a compact riemannian manifold*, Potential Analysis, **41**, 2, 269–315 (2014)

O równaniach kinetycznych i gałązkowych spacerach losowych

Dariusz Buraczewski dariusz.buraczewski@uwr.edu.pl

Uniwersytet Wrocławski

Podczas referatu zostanie omówiona pewna klasa równań kinetycznych postaci $\partial_t \mu_t + \mu_t = Q\mu_t$. Rozwiązanie oraz jego własności asymptotyczne mogą zostać przedstawione przy pomocy drzew losowych oraz powiązonym gałązkowym spacerze losowym. Główny wynik pochodzi z pracy [2].

Bibliografia

- [1] F. Bassetti, L. Ladelli, *Self-similar solutions in one-dimensional kinetic models: A probabilistic view*. Ann. Appl. Probab., 22(5), 1928–1961, (2012)
- [2] K. Bogus, D. Buraczewski, A. Marynych, *Self-similar solutions of kinetic-type equations: the critical case*, przyjęte do *Stochastic Processes and their Applications*.

On Archimedes' principle and Fermi acceleration

Krzysztof Burdzy burdzy@uw.edu

University of Washington, USA

Archimedes' principle is over 2,000 years old but there is no mathematical literature on this law of physics. The most likely reason is that Archimedes' principle follows easily from the formulas for pressure. This approach leads to some subtle questions. I will describe an approach to Archimedes' principle using classical mechanics, mixed with some stochastic ideas.

"Fermi acceleration" refers to the unlimited growth of energy in models for particles reflecting from moving walls. I will discuss the question of the emergence of Fermi acceleration in rotating drums with hard balls under gravitation. Without gravitation, no Fermi acceleration arises in a rotating drum because the system is integrable.

Both topics are related to Lambertian reflections, also known as the Knudsen law, modeling random reflections of light or gas particles from rough surfaces.

Joint work with M. Duarte, C.-E. Gauthier, R. Graham, J. Małecki and J. San Martín.

Wycena warunkowo zamiennych obligacji katastroficznych

Krzysztof Burnecki krzysztof.burnecki@pwr.edu.pl
Centrum Steinhausa i Politechnika Wrocławska

Przedstawiamy konstrukcję nowego rodzaju instrumentu finansowego związanego z ryzykiem ubezpieczeniowym zwanego warunkowo zamienną obligacją katastroficzną (ang. contingent convertible catastrophe bond – CocoCat) oraz jego zalety w porównaniu do klasycznych obligacji katastroficznych (ang. CAT bonds) oraz kapitałowych opcji katastroficznych (ang. catastrophe-equity puts). Wyceniamy nowy instrument przy założeniu, że proces liczący szkody jest niejednorodnym procesem Poissona a proces stopy procentowej opisany jest modelem Longstaffa. Używając wykładniczej zamiany miary otrzymujemy analityczne wzory. Ilustrujemy otrzymane wyniki korzystając z parametrów dopasowanych do rzeczywistych danych z poprzednich naszych prac. Analiza wyników pokazuje, że ceny instrumentu są najbardziej wrażliwe na zmiany stopy procentowej, współczynników konwersji i prognozy zagregowanych szkód.

Bibliografia

- [1] K. Burnecki, M. Giuricich, Z. Palmowski, *Valuation of contingent convertible catastrophe bonds – the case for equity conversion*, submitted to Insurance: Mathematics & Economics, arXiv:1804.07997v1.

● [Początek sekcji](#)

Itô formula for mild solutions to stochastic differential equations driven by Gaussian and non-Gaussian noise

Leszek Gawarecki lgawarec@kettering.edu
Kettering University, USA

Co-authors:

Sergio Albeverio albeverio@uni-bonn.de
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Niemcy

Viadhar Mandrekar mandrekar@stt.msu.edu
Michigan State University, USA

B. Rüdiger ruediger@uni-wuppertal.de
Bergische Universität Wuppertal, Germany

B. Sarkar barunsarkar.math@gmail.com
Bergische Universität Wuppertal, Germany

We use the Yosida approximation to find an Itô formula for mild solutions to stochastic differential equations driven by Gaussian and non-Gaussian noise (compensated Poisson random measure associated to a Lévy process). We consider the functions $\Psi \in C^{1,2}([0, T] \times H)$, where $\Psi : [0, T] \times H \rightarrow \mathbb{R}$ and H is a real separable Hilbert space. Using this Itô formula we prove exponential stability and ultimate boundedness properties, in the mean square sense, for mild

solutions. Through some examples, we compare this Itô formula to Ichikawa's Itô formula for mild solutions [1]. We also present an extension to the non-Gaussian case of the semigroup version of the Itô formula obtained in DaPrato *et. al.* [2].

References

- [1] A. Ichikawa, *Semilinear stochastic evolution equations: boundedness, stability and invariant measures*, Stochastics 12: 1–39 (1984).
- [2] G. Da Prato, A. Jentzen, M. Röckner, *A mild Itô formula for SPDEs*, arXiv:1009.3526v3, (July 25, 2012).

[● Początek sekcji](#)

Współczesne pożytki z zasady warunkowania

Adam Jakubowski adjakubo@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

Zasada warunkowania to *heurystyka*, która pozwala uzyskiwać twierdzenia graniczne dla sum *zależnych* zmiennych losowych z twierdzeń granicznych dla sum *niezależnych* zmiennych losowych. Omówienie wczesnych rezultatów opartych o tę zasadę można znaleźć w [2].

W trakcie wykładu pokażemy, że potencjał zasady warunkowania jest daleki od wyczerpania. Omówione zostaną: twierdzenia graniczne dla łańcuchów Markowa ze stabilnymi granicami [1], nowe centralne twierdzenie graniczne z nietrywialnym normowaniem dla procesów GARCH(1,1) [4] oraz zastosowanie procesów stycznych w definicji całki stochastycznej względem cylindrycznych procesów Lévy'ego [3].

Bibliografia

- [1] M. El Machkouri, A. Jakubowski and D. Volný, *Stable limits for Markov chains via the Principle of Conditioning*, online: Stoch. Proces. Appl. (2019).
- [2] A. Jakubowski, *Principle of Conditioning in limit theorems for sums of random variables*, Ann. Probab. 14: 902–915 (1986).
- [3] A. Jakubowski and M. Riedle, *Stochastic integration with respect to cylindrical Lévy processes*, Ann. Probab. 45: 4273–4306 (2017).
- [4] A. Jakubowski and Z.S. Szewczak, *A new central limit theorem for GARCH processes without Kesten's regularity*, submitted.

[● Początek sekcji](#)

Zależności strukturalne procesów wielowymiarowych

Jacek Jakubowski jakub@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

W referacie zajmę się zagadnieniem, jak mając dane jednowymiarowe procesy stochastyczne Y_1, \dots, Y_n należące do pewnej klasy procesów \mathcal{P} (np. łańcuchów Markowa, warunkowych łańcuchów Markowa, procesów Markowa, proce-

sów Hawkesa, semimartyngałów) skonstruować n -wymiarowy proces $X = (X_1, \dots, X_n)$ należący do klasy \mathcal{P} i taki, że rozkład procesu brzegowego X_i jest taki sam jak rozkład procesu Y_i dla każdego $i \in \{1, \dots, n\}$. Jest to modelowanie struktury zależności współzrzednych.

To zagadnienie jest ciekawe z teoretycznego punktu widzenia, a także jest ważne z punktu widzenia zastosowań. Mając model poszczególnych składników zjawiska np. jako procesy Markowa budujemy model całościowy zjawiska jako strukturę Markowa (zatem pozostajemy w klasie procesów Markowa, dla których istnieje dobrze rozwinięta teoria i które mają liczne zastosowania), co pozwala wyciągać wnioski o zachowaniu całego modelu z badania zachowania poszczególnych składników. W szczególności badania statystyczne można rozbić na dwa osobne składniki: badanie statystyczne pojedynczych składników i estymację struktury.

Referat opiera się na pracach i książce napisanej wspólnie z T.R. Bieleckim z Illinois Institute of Technology, Chicago, USA (Department of Applied Mathematics) oraz z M. Niewęglowskim z Wydziału MiNI PW.

● [Początek sekcji](#)

Kazimierz Urbanik w probablistyce

Zbigniew J. Jurek zjjurek@math.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

*... do osiągnięcia sukcesu potrzebny jest talent,
doza krytycyzmu i dobry humor... [KU]*

1. Kazimierz Urbanik (1930-2005) urodził się w Krzemieńcu, a po II Wojnie Światowej trafił do Brzegu na Dolnym Śląsku. Jego rodzina, podobnie jak tysiące innych, została przesiedlona na tzw. Ziemię Zachodnie w wyniku umów Jałtańskich. W Brzegu ukończył Liceum Ogólnokształcące, a w latach 1948–1952 studiował matematykę i fizykę na Uniwersytecie Wrocławskim.

Tu spotkał Hugona Steinhausa oraz Ewarda Marczewskiego, który stał się jego mentorem i po latach wspominał Urbanika tak: *Spotkałem go po raz pierwszy jako 18-letniego studenta I roku na wykładzie z rachunku różniczkowego. Była to jesień 1948r. Obserwowałem go podczas różnych wykładów i seminariów. Uczęszczał w pewnym momencie bodajże na dziewięć seminariów jednocześnie (z ową dziewiątką to może przesada, ale to odwet za jego słowa o mnie). A umiał wykorzystać wszystkie: wykorzystał to znaczy poznać pojęcia i metody danej gałęzi matematyki, a potem zastosować je do rozwiązywania konkretnych problemów. Z rosnącą radością, a potem z podziwem przyglądałem się jego twórczości. Jest to największa radość dla nauczyciela, gdy uczeń go przewyższa.* Marczewski(1974).

We Wrocławiu, na Uniwersytecie, w 1956 roku Urbanik uzyskuje stopień doktora. Mając 34 lata został profesorem zwyczajnym, a rok później, w 1965 roku Polska Akademia Nauk wybiera go na swego członka korespondenta, a w 1973 roku, na członka rzeczywistego. Tę zdumiewającą karierę i aktywność naukową

Urbanik łączył z działalnością administracyjną na rzecz środowiska będąc dyrektorem Instytutu Matematycznego przez ponad 20 lat i rektorem Uniwersytetu Wrocławskiego w latach 1975-81.

Bardzo znaczącą rolę dla wrocławskiej, ale też ogólnopolskiej, probabilistyki spełniało słynne seminarium poniedziałkowe *Konwersatorium z analitycznych i funkcjonalnych metod teorii prawdopodobieństwa* zainicjowane przez Steinhausa i Marczewskiego, później współkierowane przez Cz. Rylla-Nardzewskiego, K. Urbanika i W.A. Woyczyńskiego, a w końcu, w zmienionym formacie, przez samego Urbanika (do 2000 roku).

Istotną rolę w aktywności wrocławskiego środowiska probabilistycznego odgrwali S. Gładysz i S. Trybuła z Politechniki Wrocławskiej i W. Klonecki z Wrocławskiego Oddziału PAN.

To z inicjatywy Urbanika, z pomocą Rylla-Nardzewskiego i Witolda Kloneckiego, powstało i dalej istnieje, czasopismo *Probability and Mathematical Statistics*, którego Redaktorem Naczelnym od początku do 2005 r. był Urbanik. Do Wrocławia na studia doktoranckie przyjeżdżali zainteresowani z innych ośrodków. Na Uniwersytecie Wrocławskim pod kierunkiem Urbanika powstała (chyba?) pierwsza w Polsce Katedra (później Zakład) Teorii Prawdopodobieństwa. Przez wiele lat seminarium poniedziałkowe było miejscem spotkań wrocławskiego środowiska probabilistów, a szczególnie kolegów z Politechniki Wrocławskiej, sąsiadów z drugiej strony placu Grunwaldzkiego ! Ta bardzo koleżeńska i produktywna symbioza naszych grup była pewnie jednym z powodów, dla których Kazimierz Urbanik w 1976 roku otrzymał Medal Zasłużonych dla Politechniki Wrocławskiej, a w 1995 roku został jej Doktorem Honoris Causa.

Celebруемy dziś, w Krakowie, 100-lecie PTM i wspominam Mojego Mistrza i Nauczyciela Kazimierza Urbanika. Przypomnijmy więc, że przed ok. 50 laty, Kazimierz Urbanik wygłosił na posiedzeniu Walnego Zgromadzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego w dn. 28 maja 1966 r., w Pałacu Staszica w Warszawie, laudację na uroczystości wręczenia honorowego członkostwa PTM Kazimierzowi Kuratowskiemu; Urbanik (1967).

W dorobku naukowym Urbanika jest ponad 170 oryginalnych, i z bardzo wielu dziedzin matematyki i fizyki, publikacji naukowych, z czego ponad połowa dotyczy teorii prawdopodobieństwa i procesów stochastycznych owówionych w Jurek, Rosiński i Woyczyński (2001 i 2005).

- [1] K. Urbanik (1967), *Przemówienie na uroczystym posiedzeniu Walnego Zgromadzenia PTM w dn. 26 maja 1966*; *Wiadomości Matematyczne*, vol. 10, str. 9-11.
- [2] E. Marczewski (1974), *Doktorat honoris causa Edwarda Marczewskiego*, *Roczniki PTM, Seria II: Wiadomości Matematyczne*, vol. XVIII, str. 187-189.
- [3] Z. J. Jurek, J. Rosiński, W.A. Woyczyński (2001) *Kazimierz Urbanik and his research*, *Demonstratio Math.* XXXIV(2), pp. 219-239.
- [4] Z. J. Jurek, J. Rosiński, W. Woyczyński (2005), *Kazimierz Urbanik 1930-2005*, *Probab. Math. Stat.*, vol. 25 (1), str.1-22;
- [5] www.math.uni.wroc.pl/~zjjurek

2. W tym krótkim wystąpieniu będą omówione tylko trzy zagadnienia, które pokazują, w mojej ocenie, wszechstronność i maestrię matematyczną Urbanika. (Oczywiście wybór jest subiektywnym wyborem referującego !)

a). Sploty (Urbanika) uogólnione. (*Generalized convolutions.*) W 1962r., J. F. C. Kingman (Cambridge, UK), na konferencji w Aarhus (Dania), przedstawił pomysł operacji (splotu) na miarach probabilistycznych na $[0, \infty)$. Mianowicie, dla sferycznie symetrycznych i stochastycznie niezależnych wektorów losowych X i Y w \mathbb{R}^n , rozkład długości wektora sumy $X+Y$ wyraził przez rozkłady długości losowych wektorów X i Y i pewną dodatkową dystrybuantę F na odcinku $[-1, 1]$. W tym nowym schemacie Kingman (1963) opisał m.in. rozkłady stabilne i nieskończenie podzielne.

Urbanik (1964), po powrocie z Aarhus, zaproponował następującą aksjomatyczną teorię splotów uogólnionych \circ na zbiorze \mathcal{P} miar probabilistycznych na $[0, \infty)$:

- (i) $P \circ \delta_0 = P$, dla każdego $P \in \mathcal{P}$; δ_a oznacza miarę skupioną w $a \geq 0$;
- (ii) $(aP + (1-a)Q) \circ R = a(P \circ Q) + (1-a)(Q \circ R)$, $0 \leq a \leq 1$,
- (iii) $(T_a P) \circ (T_a Q) = T_a(P \circ Q)$, $a \geq 0$, i dla $E \in \mathcal{P}$ $(T_a P)(E) := P(a^{-1}E)$;
- (iv) jeśli $P_n \Rightarrow P$ to $P_n \circ Q \Rightarrow P \circ Q$, (ciągłość splotu \circ w słabej topologii)
- (v) dla miary δ_1 istnieje ciąg $c_n \geq 0$ i miara $\rho \neq \delta_0$ taka, że $T_{c_n} \delta_1^{\circ n} \Rightarrow \rho$.

(Aksjomat (v) to prawo wielkich liczb dla miary skupionej w 1 !!)

Parę (\mathcal{P}, \circ) nazywa się *uogólnioną algebrą splotową Urbanika*. Szczególną rolę spełniały tzw. algebry regularne, tzn. te które dopuszczają nietrywialne ciągłe homomorfizmy $h : \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające warunki: dla $a \geq 0$

$$h(aP + (1-a)Q) = ah(P) + (1-a)h(Q), \quad h(P \circ Q) = h(P)h(Q), \quad P, Q \in \mathcal{P};$$

Urbanik (1964) podał warunki konieczne i dostateczne na istnienie odpowiednika funkcji charakterystycznej $\Phi_P(t)$, która m. in. identyfikuje miary oraz spełnia warunek

$$\Phi_{P \circ Q}(t) = \Phi_P(t) \Phi_Q(t), \quad t \geq 0, \quad P, Q \in \mathcal{P}.$$

Wykazał, że w każdej regularnej algebrze (\mathcal{P}, \circ) istnieją miara M (tzw. *miara charakterystyczna* - analogon rozkładu Gaussa) i stała $\kappa > 0$ takie, że dla dowolnej funkcji charakterystycznej Φ_P mamy $\Phi_M(t) = \exp(-c_\Phi t^\kappa)$.

W końcu, Urbanik(1964) opisał odpowiedniki miary \circ - stabilne oraz \circ -nieskończenie podzielne. Dowiódł odpowiednika klasycznego wzoru Lévy-Chinczyna:

$$\Phi \text{ jest } \circ \text{ nieskończenie podzielna iff } \Phi(t) = \exp \int_0^\infty \frac{\Omega(tx) - 1}{\omega(x)} m(dx)$$

gdzie m jest miarą skończoną, jądro $\Omega(x) := h(x)$, dla ustalonego homomorfizmu h algebry (\mathcal{P}, \circ) , a $\omega(x) := (1 - \Omega(x))1_{[0, x_0]}(x) + (1 - \Omega(x_0))1_{(x_0, \infty)}(x)$, zaś punkt x_0 jest taki, że $\Omega(x) < 1$ dla $0 < x \leq x_0$.

Gdy na początku lat 70-ych XX wieku, pojawiło się podejrzenie, że poza pięcioma klasami przykładów splotów uogólnionych podanych w Urbanik(1964) może nie być ich więcej, J. Kucharczyk podał szósty przykład, a w pracy Kucharczyk i Urbanik (1974) podano kolejne, zaś w Kucharczak i Urbanik (1986) stworzono metodę konstrukcji algebr uogólnionych.

W innych pracach Urbanik rozszerzał swoje wyniki obejmując sytuację gdy algebra splotowa nie dopuszcza nietrywialnych homomorfizmów. Scharakteryzował obszary przyciągania, opisał selektory dla relacji równoważności. Tylko pięć kolejnych jego publikacji pt. *Generalized convolutions I-V* to 130 stron daleko niebanalnej analizy i abstrakcyjnej algebry !

Problemem otwartym jest stworzenie teorii splotów uogólnionych dla miar na zbiorze liczb rzeczywistych \mathbb{R} !

Podstawowe prace (chronologicznie) w teorii splotów Urbanika to:

- [A-1] J. F. C. Kingman (1963), *Random walks with spherical symmetry*, Acta Mathematica, vol.109, str.11- 53.
- [A-2] K. Urbanik (1964), *Generalized convolutions*, Studia Math., vol. XXIII, str. 217-245.
- [A-3] K. Urbanik (1973), *Generalized convolutions II*, ibidem, vol. 45, str. 53-70.
- [A-4] J. Kucharczak, K. Urbanik (1974), *Quasi-stable functions*, Bull. Acad. Polon. Sci., vol. XXII, no 3, str. 263 -268.
- [A-5] K. Urbanik (1984), *Generalized convolutions III*, Studia Math., vol. 80, str. 167-189.
- [A-6] J. Kucharczak, K. Urbanik (1986), *Transformations preserving weak stability*, Bull. Pol. Acad. Sci., vol. 34, str. 475-486.
- [A-7] K. Urbanik (1986), *Generalized convolutions IV*, Studia Math., vol. 83, str. 57-95.
- [A-8] K. Urbanik (1988), *Generalized convolutions V*, ibidem, vol. 91, str. 153-178.

Inne osoby publikujące w dziedzinie splotów Urbanika to (w kolejności alfabetycznej): N. Bingham , J. Gilewski, D. Kendal, B. Jasiulis- Gotdys, Z.J. Jurek, J. Misiewicz, V. Volkovich,...

b). Półgrupy (Urbanika) rozkładalności miar. Dla miary probabilistycznej μ na przestrzeni \mathbb{R}^d i endomorfizmów (macierzy) $End(\mathbb{R}^d)$, Urbanik(1972) wprowadził pojęcie półgrupy rozkładalności $D(\mu)$ następująco:

$$D(\mu) := \{A \in End : \mu = A\mu * \mu_A \text{ dla pewnej miary } \mu_A\}$$

Równoważnie w języku wektorów losowych X mamy

$D(X) := \{A : X \stackrel{d}{=} AX + X_A \text{ dla zmiennej losowej } X_A \text{ niezależnej od } X\}$. W wielu pracach i wykładach Urbanik mówił: *znajomość topologicznych i algebraicznych własności półgrupy $D(\mu)$ pozwala więcej powiedzieć o mierze μ* . Na przykład: $D(\mu)$ jest zwartą półgrupą topologiczną w End wtedy i tylko wtedy gdy nośnik miary μ nie jest podzbiorem żadnej $d-1$ wymiarowej podprzestrzeni \mathbb{R}^d . Takie miary nazywamy *pełnymi* lub *prawdziwie d -wymiarowymi*. Interesującym jest też rola idempotentów w półgrupach Urbanika $D(\mu)$. Jednakże najbardziej

spektakularnym jest chyba następujące zastosowanie półgrup $\mathbf{D}(\mu)$, w Urbanik (1972) i (1978) oraz w Bradley-Jurek(2016):

Twierdzenie 1. Niech $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ będzie ciągiem wektorów losowych w \mathbb{R}^d , $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ ciągiem macierzy (operatorów) w \mathbb{R}^d zaś $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ciągiem wektorów w \mathbb{R}^d . Jeśli

- (i) (X_n) są stochastycznie niezależne;
- (ii) $A_n X_1, A_n X_2, \dots, A_n X_n, n \geq 1$ tworzą układ infinitezymalny;
(tzn. $\max_{1 \leq k \leq n} P(\|A_n X_k\| > \epsilon) \rightarrow 0$ dla każdego $\epsilon > 0$);
- (iii) $A_n(X_1 + X_2 + \dots + X_n) + a_n \Rightarrow \mu$ i μ jest miarą pełną;
wtedy istnieje macierz Q taka, że $e^{-tQ} \in \mathbf{D}(\mu)$ dla każdego $t \geq 0$ oraz $e^{-tQ} \rightarrow 0$ gdy $t \rightarrow \infty$.

Na odwrót, jeśli półgrupa $\mathbf{D}(\mu)$ zawiera ciągłą jednoparametrową podpółgrupę to μ daje się zrealizować jako rozkład graniczny ciągu postaci (iii) i z założeniami (i), (ii).

Rozkłady graniczne w (iii) nazywamy *rozkładami operatorowo-samo-rozkładalnymi* i ozn. przez $L_0(Q)$, gdy ustalimy wykładnik Q . Może być więcej półgrup jednoparametrowych w $\mathbf{D}(\mu)$; Jurek-Mason(1993).

Urbanik w (1972), (1978) opisał rozkłady graniczne (μ) , w powyższym twierdzeniu w terminach funkcji charakterystycznych (transformat Fouriera). Dokonał tego wykorzystując słynne twierdzenia Kreina-Milman-Choqueta o punktach ekstremalnych w zbiorze zwartym i wypukłym.

W Jurek(1982) dowiedziono, że

$$\{e^{-tQ}, t \geq 0\} \subset \mathbf{D}(\mu) \text{ iff } \mu = \mathcal{L}\left(\int_0^\infty e^{-tQ} dY(t)\right), \mathbb{E}[\log(1 + |Y(1)|)] < \infty,$$

gdzie $Y(t), t \geq 0$ jest procesem Lévy'ego. Z powyższej reprezentacji całkowej otrzymuje się postać funkcji charakterystycznej miary μ dokładnie w postaci jaką otrzymał Urbanik via punkty ekstremalne.

W Bradley, Jurek (2016) rozszerzono powyższe twierdzenie dla ciągów (X_n) w (i) spełniających warunek mocnego mieszania (strong mixing).

Wybrane referencje (chronologicznie) dla powyższych zagadnień to:

- [B-1] M. Sharpe(1969), *Operator-stable probability distributions on vector groups*, *Trans. Amer. Math. Soc.* vol. 136, str. 51-65.
- [B-2] K. Urbanik (1972), *Lévy's probability measures on Euclidean spaces*, *Studia Math.* vol. 44, str. 119-148.
- [B-3] K. Urbanik (1975), *Decomposability properties of probability measures*, *Sankya* vol. 37, Ser. A, str. 530-537.
- [B-4] K. Urbanik (1978), *Lévy's probability measures on Banach spaces*, *Studia Math.* vol. 63, str. 283-308.
- [B-5] W. Krakowiak (1979), *Operator-stable probability measures on Banach spaces*, *Colloq. Math.*, vol. 41, str. 313-326.
- [B-6] Z. J. Jurek (1982), *An integral representation of operator-selfdecomposable random variables*, *Bull. Acad. Polon. Sci.*, vol. 30, str. 385-393.
- [B-7] Z. J. Jurek, J.D. Mason (1993), *Operator-limit distributions in probability theory*, J.Wiley & Sons, New York str. xiii -292.

[B-8] R.C. Bradley, Z. J. Jurek (2016), *Strong mixing and operator-selfdecomposability*, J. Theor. Probab. vol. 29 (1), str. 292-306.

c). **Nieliniowe transformacje ściągnające** U_r . W latach 70-tych XX wieku swoje sukcesy święciła probabilistyka na przestrzeniach Banacha. Zwykle (tradycyjnie) sumy częściowe obserwacji były normowane przez skalary nawet gdy obserwacje były z przestrzeni wielowymiarowych. Naturalnym było normownie operatorami liniowymi tak jak w poprzedniej, powyższej części b). , tego wystąpienia. Nie wiem w jakich okolicznościach Urbanik pomyślał o nieliniowych transformacjach ale ok. 1971 roku podał transformacje $T_c(x) := \max(x - c, 0)$ (oryginalna notacja Urbanik) i postawił mi zadanie, w ramach mojej pracy magisterskiej, Jurek(1972), opisanie klasy rozkładów granicznych sum postaci

$$T_{c_1}(X_1) + T_{c_2}(X_2) + \dots + T_{c_n}(X_n) + x_n, \text{ gdzie } (X_n > 0) \text{ są i.i.d., a } c_n > 0. \quad (14)$$

Rozkłady graniczne w (1) to rozkłady skupione w punktach dodatnich i złożone rozkłady Poissona, w których składniki sumy mają rozkład wykładniczy; zob. Jurek(1972).

Później, zamiast T_c , które myliło się z mnożeniem przez c (patrz: sploty uogólnione), używane było U_r , $r > 0$, i na przestrzeni liniowej unormowanej H , określone następująco:

$$U_r : H \rightarrow H, \quad U_r(x) := \max(\|x\| - r) \frac{x}{\|x\|} \text{ dla } x \neq 0; \quad U_r(0) := 0.$$

Transformacje U_r (w języku angielskim: *shrinking operation* lub krótko *s-operation*) są oczywiście nieliniowe i tworzą jednoparametrową półgrupę: $U_r(U_s(x)) = U_{r+s}(x)$, $r, s > 0$. W Jurek (1977), gdzie H jest przestrzenią Hilberta, mamy

Twierdzenie 2. *Jeśli (X_n) zmiennymi losowymi o wartościach w H , $r_n > 0$ oraz $x_n \in H$ takimi, że*

(i) (X_n) są stochastycznie niezależne;

(ii) $U_{r_n}X_1, U_{r_n}X_2, \dots, U_{r_n}X_n$ tworzą układ infinitezymalny;

(iii) $U_{r_n}X_1 + U_{r_n}X_2 + \dots + U_{r_n}X_n + x_n \Rightarrow \mu$;

to albo μ jest rozkładem Gaussowskim albo μ jest nieskończenie podzielny złożonym rozkładem Poissona bez części Gaussowskiej.

Zachodzi też twierdzenie odwrotne.

Rozkłady μ w powyższym twierdzeniu nazywane są *s-samorozkładalnymi* i oznaczone są jako klasa \mathcal{U} . Houasworth i Shao (2000) podali centralne twierdzenie graniczne dla transformacji U_r , tzn. warunki kiedy w (iii) w Twierdzeniu 2 jest rozkład normalny. Bradley i Jurek (2015) dowiedli ich CLT gdy w założeniu (i) ciąg elementy ciągu (X_n) są tylko słabo zależne.

Pomimo tego, że rozkłady samorozkładalne, tzn. klasa L_0 , są zdefiniowane poprzez liniowe transformacje (mnożenie przez stałe!), a rozkłady s-samorozkładalne, tzn. klasa \mathcal{U} , są zdefiniowane poprzez nieliniowe transformacje U_r to zachodzi następująca inkluzja

$$L_0 \subset \mathcal{U} \subset ID, \text{ (klasa rozkładów nieskończenie podzielnych);}$$

zob. Jurek(1985).

Wybrane referencje (chronologicznie) na temat normowań przez U_r :

- [C-1] Z. J. Jurek(1972), *On some class of limiting distributions*, MS thesis, June 1972, University of Wrocław: także na arXiv:1906.10522v1 [math.PR]] 25 June 2019.
- [C-2] Z.J. Jurek (1981), *Limit distributions for sums of shrunken random variables*, Dissertationes Math. vol. 185 (46 str), PWN Warszawa. [Przyjęta do druku, listopad 1977r.]
- [C-3] Z. J. Jurek (1985), *Relations between the s -selfdecomposable and selfdecomposable measures*, Ann. Probab., vol. 13, str. 592-608.
- [C-4] E. Housworth, Q.M. Shao (2000), *On central limit theorem for shrunken random variables*, Proc. Amer. Math. Soc. vol. 128, str. 261-267.
- [C-5] R.C. Bradley, Z. J . Jurek (2015), *On central limit theorem for shrunken weakly dependent random variables*, Houston Journal of Math., vol. 41, no 2, str. 621- 638 .

● [Początek sekcji](#)

Sub-trees of a random tree

Bogumił Kamiński bkamins@sgh.waw.pl
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Co-author:

Paweł Prałat pralat@ryerson.ca
Ryerson University

Let \mathcal{T} be a random tree taken uniformly at random from the family of labelled trees on n vertices. In this note, we provide bounds for $c(n)$, the number of sub-trees of \mathcal{T} that hold asymptotically almost surely (a.a.s.). With computer support we show that a.a.s. $1.41805386^n \leq c(n) \leq 1.41959881^n$. Moreover, there is a strong indication that, in fact, a.a.s. $c(n) \leq 1.41806183^n$.

● [Początek sekcji](#)

The Sibuya distribution and stochastic extrema

Tomasz J. Kozubowski tkozubow@unr.edu
University of Nevada, USA

Co-author:

Krzysztof Podgórski Lund University, Szwecja

The Sibuya distribution arises as the distribution of the waiting time for the first success in Bernoulli trials, where the probabilities of success are inversely proportional to the number of a trial. We summarize basic facts regarding this distribution, and provide several new results and characterizations, shedding more light on its origin and possible applications. In particular, we emphasize the role

Sibuya distribution plays in the extreme value theory and point out its invariance property with respect to random thinning operation. Our results provide a stochastic interpretation of generalized distributions obtained through proportional hazard and reversed hazard transformations, involving maxima and minima with a random number of terms. We also discuss generalizations to random process and further extensions.

● [Początek sekcji](#)

Własności półgrup dla rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych z szumem Lévy'ego

Tadeusz Kulczycki Tadeusz.Kulczycki@pwr.edu.pl
Politechnika Wroctawska

Rozważamy stochastyczne równanie różniczkowe $dX_t = A(X_{t-}) dZ_t$, $X_0 = x$, gdzie $Z_t = (Z_t^{(1)}, \dots, Z_t^{(d)})^T$, oraz $Z_t^{(1)}, \dots, Z_t^{(d)}$ są niezależnymi, jednowymiarowymi procesami Lévy'ego z wykładnikami charakterystycznymi ψ_1, \dots, ψ_d , oraz $A(x) = (a_{ij}(x))$ są macierzami wymiaru $d \times d$. Zakładamy, że wszystkie ψ_i spełniają pewne warunki regularności, wyznaczniki macierzy $A(x)$ są ograniczone z góry i z dołu przez stałe dodatnie, oraz $x \rightarrow a_{ij}(x)$ są funkcjami ograniczonymi, spełniającymi warunek Lipschitza. Pokazujemy, że istnieje $\gamma > 0$ taka, że półgrupa P_t procesu X_t spełnia $|P_t f(x) - P_t f(y)| \leq c_t |x - y|^\gamma \|f\|_\infty$ dla dowolnych ograniczonych funkcji borelowskich f , $x, y \in \mathbb{R}^d$, $t > 0$. Udowadniamy także istnienie gęstości prawdopodobieństwa przejścia dla procesu X_t .

Referat jest na podstawie artykułów [1, 2].

Bibliografia

- [1] T. Kulczycki, M. Ryznar, P. Sztonyk, *Strong Feller property for SDEs driven by multiplicative cylindrical stable noise*, arXiv:1811.05960 (2018).
- [2] T. Kulczycki, M. Ryznar, *Semigroup properties of solutions of SDEs driven by Lévy processes with independent coordinates*, arXiv:1906.07173 (2019).

Norma ℓ^p dyskretnej transformaty Hilberta

Mateusz Kwaśnicki mateusz.kwasnicki@pwr.edu.pl
Politechnika Wroctawska

Transformata Hilberta:

$$H_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{\pi} \text{pv} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x-y)}{y} dy$$

jest najprostszym i jednocześnie najważniejszym operatorem całki singularnej. Hilbert udowodnił, że $H_{\mathbb{R}}$ jest operatorem unitarnym na $L^2(\mathbb{R})$; M. Riesz wykazał, że jest to operator ograniczony na $L^p(\mathbb{R})$ gdy $p \in (1, \infty)$; zaś Pichorides wyznaczył normę operatorową $H_{\mathbb{R}}$ na $L^p(\mathbb{R})$: zachodzi $H_{\mathbb{R}p \rightarrow p} = \max\{\text{tg } \frac{\pi}{2p}, \text{ctg } \frac{\pi}{2p}\}$.

Równie interesujące, zarówno z punktu widzenia teorii, jak i zastosowań, są dyskretne odpowiedniki transformaty Hilberta. Najprostsza możliwa definicja, wprowadzona już przez Hilberta, to:

$$H_{\mathbb{Z}}a_n = \frac{1}{\pi} \sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \frac{a_{n-k}}{k};$$

(a_n) jest tu ciągiem indeksowanym liczbami całkowitymi. M. Riesz i Titchmarsh niezależnie od siebie udowodnili, że $H_{\mathbb{Z}}$ jest operatorem ograniczonym na ℓ^p gdy $p \in (1, \infty)$. Dodatkowo Titchmarsh wykazał, że $H_{\mathbb{Z}}$ jest *dyskretyzacją* transformaty Hilberta $H_{\mathbb{R}}$, tj. $H_{\mathbb{R}}f(x)$ może być przybliżane przez $H_{\mathbb{Z}}a_{\lfloor Nx \rfloor}$, jeśli $a_n = f(\frac{n}{N})$ oraz $N \rightarrow \infty$. Stąd wynika nierówność $H_{\mathbb{Z}p \rightarrow p} \geq H_{\mathbb{R}p \rightarrow p}$. Titchmarsh twierdził, że w istocie zachodzi równość:

$$H_{\mathbb{Z}p \rightarrow p} = H_{\mathbb{R}p \rightarrow p},$$

lecz podany przez niego dowód tego faktu zawierał istotny błąd. Od tego czasu pytanie o równość norm ciągłej i dyskretnej transformaty Hilberta pozostawało otwarte, z wyjątkiem szczególnego przypadku $p = 2^n$ lub $p = 2^n/(2^n - 1)$ dla $n = 1, 2, \dots$

We wspólnej pracy z Rodrigiem Bañuelosem dowodzimy brakującej nierówności:

$$H_{\mathbb{Z}p \rightarrow p} \leq \max\{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2p}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2p}\}$$

i w ten sposób rozstrzygamy opisaną wyżej hipotezę. Choć rezultat jest analityczny, wykorzystujemy probabilistyczne metody: dyskretny ciąg (a_n) jest wykorzystywany do konstrukcji odpowiedniej *ciągłej* transformaty martyngałowej i dowodzona nierówność wynika z nierówności martyngałowej Burkholdera (w wersji Bañuelosa–Wanga).

Bibliografia

- [1] R. Bañuelos, M. Kwaśnicki, *On the ℓ^p norm of the discrete Hilbert transform*, Duke Math. J. 168: 471–504 (2019).

● [Początek sekcji](#)



Lamperti transformation - Cure for ergodicity breaking

Marcin Magdziarz marcin.magdziarz@pwr.edu.pl

Centrum im. Hugona Steinhausa, Politechnika Wrocławska

Recent results in single-particle experiments show that many complex systems display ergodicity breaking. In this talk we demonstrate how to transform a non-ergodic anomalous diffusion process in order to recover the ergodicity property. In the introduced method we use the Lamperti transformation. Our approach enables us to perform statistical inference using only one recorded trajectory of the analyzed process even in the case when the original process

displays ergodicity breaking. The method can be applied to examine many important examples of non-ergodic anomalous diffusion models, including space-time fractional Fokker-Planck equations, Lévy walks or subordinated fractional Brownian motions.

● [Początek sekcji](#)

Stochastyczne równanie quasi-geostroficzne

Elżbieta Motyl elzbieta.motyl@wmii.uni.lodz.pl

Uniwersytet Łódzki

Podstawym równaniem stosowanym m.in. w oceanografii do opisu zjawisk występujących na powierzchni wody jest powierzchniowe równanie quasi-geostroficzne postaci

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (v \cdot \nabla) \theta = 0.$$

Tutaj $\theta : [0, T] \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ oznacza temperaturę, natomiast $v : [0, T] \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ jest prędkością cieczy. Zależność pomiędzy prędkością v i temperaturą θ wyraża się wzorem $v = R^T \theta = (-R_2 \theta, R_1 \theta)$, gdzie R_j oznacza j -tą transformatę Riesz ($j = 1, 2$). Rozpatrywane są także rozmaite uogólnienia powyższego równania. Przedmiotem rozważań jest zagadnienie początkowe dla abstrakcyjnego równania stochastycznego postaci

$$\begin{cases} du + [(\mathcal{R}u \cdot \nabla)u + v(-\Delta)^\alpha u] dt = f(t) dt + G(t, u) dW(t), \\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

w przestrzeni \mathbb{R}^d , $d \geq 2$, uwzględniające dodatkowo zjawiska dyssypacji oraz deterministyczne i losowe oddziaływania zewnętrzne. Powyższe równanie obejmuje w szczególności stochastyczne dyssypatywne równanie quasi-geostroficzne (wówczas $u = \theta$). Przedstawione zostaną wyniki dotyczące istnienia i jednoznaczności rozwiązań powyższego zagadnienia, uzyskane we współpracy z Z. Brzeźniakiem.

● [Początek sekcji](#)

Bayesian interpretation of some Empirical Bayes procedures in hierarchical models

Jacek Osiewalski eeosiewa@cyf-kr.edu.pl

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

In modern statistics and its applications random parameters or latent variables are widely used, and their estimation or prediction is of interest. Under some prior assumptions, Bayes formula can be used to obtain their posterior distribution. However, on the sampling-theory grounds, the unknown constants appearing in the prior distribution are estimated using the data being actually modelled.

We call such approaches quasi-Bayesian; Empirical Bayes procedures give important examples. In this paper we propose theoretical framework that enables the formal Bayesian validation (or interpretation) of quasi-Bayesian inference techniques. Our framework amounts to establishing a formal Bayesian model that justifies a quasi-Bayesian "posterior" as a valid posterior distribution. From the Bayesian model validating the quasi-posterior, i.e. from the joint distribution of observations and other quantities, one can deduce the true sampling model, that is the conditional distribution of observations, and the true prior (or marginal) distribution of the remaining quantities â latent variables and parameters. We illustrate our approach not only by simple examples, but also by the complicated Bayesian model validating one of the basic Empirical Bayes estimators of the multivariate normal mean. This model is in fact a non-standard joint measure that separates two subsets of the Cartesian product of the observation space and the parameter space.

● Początek sekcji

Niezwykła uporczywość średniej próbkowej w zbiorze zwartym czyli o nieskończonej liczbie ciężko-ogonowych skoków

Zbigniew Palmowski zbigniew.palmowski@pwr.edu.pl
Politechnika Wrocławska

W referacie będziemy rozważać średnią próbkową ze scentrowanego błędzenia przypadkowego w \mathbb{R}^d z przyrostami o rozkładzie regularnie zmieniającym się. Pokażemy, że ogon rozkładu pierwszego wyjścia tej średniej próbkowej ze zbioru zwartego nie zawierającego zera jest typu lognormalnego. Udowodnimy również, że typowa asymptotyczna ścieżka realizująca zdarzenie polegające na pobycie w tymże zbiorze dłuższym niż n jest realizowana poprzez nieskończoną liczbę skoków rosnącą logarytmicznie względem n . Referat jest oparty o wspólną pracę [1] z A. Bhattacharya i B. Zwartem.

Bibliografia

- [1] A. Bhattacharya, Z. Palmowski, B. Zwart, *Persistence of heavy-tailed sample averages occurs by infinitely many jumps*, złożony do publikacji, <https://arxiv.org/abs/1902.09922>, (2019).

● Początek sekcji

Stochastic Episodes with Light and Heavy Tails: Models, Properties, and Testing

Anna Panorska ania@unr.edu
University of Nevada Reno, USA

Co-authors:

Marek Arendarczyk

Tomasz J. Kozubowski tkozubow@unr.edu
University of Nevada, USA

Fares Qeadan

We discuss the problem of modeling the joint distribution of duration (N), maximum (Y) and magnitude (X) of stochastic episodes (events). An event is defined as consecutive observations of a process above (or below) a threshold. Examples of events include growth (or decline) periods of a financial series or climatic or hydrologic episodes, e.g. flood, draught, heat wave, cold spell, etc. The distribution of the vector (N, X, Y) is of direct interest to water management, energy management companies, disaster management, health departments, investors, actuaries, as well as state and federal regulatory agencies. We present exponentially and heavy tailed models and a likelihood ratio test for deciding between them. We illustrate the modeling potential of these distributions using questions and data from climate, hydrology and finance.

● [Początek sekcji](#)

Problem Amemiya–Ando, produkty kontrakcji, produkty warunkowych wartości oczekiwanych, inne wyniki geometrycznej teorii operatorów

Adam Paszkiewicz adam.paszkiewicz@wmii.uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

Omówimy wyniki dotyczące problemu Amemiya–Ando oraz możliwych przebiegów trajektorii $(P_n \cdots P_1 x; n \in \mathbb{N})$, gdy P_1, P_2, \dots są elementami ustalonego skończonego zbioru kontrakcji $\{Q_1, \dots, Q_k\}$ w przestrzeni Hilberta H , zaś x jest pewnym wektorem z H . Dla operatora $A = A^* \in B(H)$ omówimy możliwe rozkłady $A = a_1 Q_1 + \dots + a_k Q_k$, $a_i \in \mathbb{R}$, $Q_i \in \text{Proj}H$. Omówimy jak rozstrzygnięcia wspomnianych problemów zmieniają się, gdy zażądamy by wszystkie kontrakcje i projekcje Q_1, \dots, Q_k należały do algebry von Neumanna \mathcal{M} określonego typu. Wiele wyników dotyczących trajektorii można uzyskać dla bardzo specjalnych operatorów Q_1, \dots, Q_k , będących warunkowymi wartościami oczekiwanyymi (w przestrzeni $H = L_2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$).

Zwróćmy uwagę na pokrewne metody wzięte z teorii sepektralnej pewnych złożzeń i kombinacji liniowych projekcji. Omówimy metody związane ze stanem śladowym τ na skończonej algebrze \mathcal{M} , a także metody z elementarnej teorii funkcji i ogólnej teorii pól gaussowskich.

● [Początek sekcji](#)

On a certain characterization of Young measures associated with bounded Borel functions

Piotr Puchała p.st.puchala@gmail.com
Politechnika Częstochowska

Co-author:

Andrzej Z. Grzybowski andrzej.grzybowski@im.pcz.pl

Politechnika Częstochowska

We formulate probabilistic characterization of Young measures associated with bounded Borel functions. We then use this characterization to obtain an explicit form of Young measures associated with fast oscillating functions via Monte Carlo simulations.

References

- [1] A. Z. Grzybowski and P. Puchała, *On simulation of the Young measures – comparison of random-number generators*, J. Inform. Org. Sci. 41: 171–184 (2017).
- [2] A. Z. Grzybowski and P. Puchała, *On general characterization of Young measures associated with Borel functions*, preprint, arXiv:1601.00206v2 (2017).
- [3] P. Puchała, *An elementary method of calculating an explicit form of Young measures in some special cases*, Optimization 63: 1419–1430 (2014).
- [4] T. Roubíček, *Relaxation in optimization theory and variational calculus*, Walter de Gruyter, Berlin, New York 1997.
- [5] L. C. Young, *Generalized curves and the existence of an attained absolute minimum in the calculus of variations*, Comptes Rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, classe III 30: 212–234 (1937).

● [Początek sekcji](#)

Początki procesów punktowych i wkład Czesława Ryll-Nardzewskiego do teorii

Tomasz Rolski tomasz.rolski@math.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Podczas odczytu przedstawię zarys historii procesów punktowych w szczególności procesu Poissona. Na tym tle omówię pionierski wkład profesora Ryll-Nardzewskiego do tej teorii, jego prace dotyczące procesu Poissona oraz pojęcia rozkładu Palma dla stacjonarnych procesów punktowych.

Bibliografia

- [1] T. Rolski, *A note on the history of Poisson processes*, 2019, www.math.uni.wroc.pl/~rolski.
- [2] T. Rolski and W.A. Woyczyński, *In memoriam: Czesław Ryll-Nardzewski's contributions to probability theory*, Probability and Mathematical Statistics. 37 1–28 (2017), doi:10.19195/0208-4147.37.1.1.

● [Początek sekcji](#)

Asymptotyka rozwiązań półliniowych równań ewolucyjnych

Andrzej Rozkosz rozkosz@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Rozważać będziemy rozwiązania renormalizowane problemu Cauchy'ego

$$\partial_t u - Lu + \lambda u = f(x, u) + g(x, u) \cdot \mu, \quad u(0, \cdot) = \varphi, \quad (*)$$

gdzie L jest operatorem generowanym przez pewną formę Dirichleta, $\lambda \geq 0$ i μ jest miara gładką względem pojemności wyznaczonej przez tę formę. Podamy pewne naturalne warunki na dane f, g i φ , przy których

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t, x) = v(x), \quad (**)$$

gdzie v jest rozwiązaniem renormalizowanym równania stacjonarnego odpowiadającego równaniu (*). Podamy także tempo zbieżności i przykłady zastosowań. Definicje rozwiązań u i v można sformułować probabilistycznie. Również dowody zbieżności (**) i oszacowania tempa są w pełni probabilistyczne.

Wyniki pochodzą z pracy [1] napisanej z T. Klimesiakiem.

Bibliografia

- [1] T. Klimesiak and A. Rozkosz, *Large time behavior of solutions to parabolic equations with Dirichlet operators and nonlinear dependence on measure data*, *Potential Anal.* [https://doi.org/ 10.1007/s11118-018-9711-9](https://doi.org/10.1007/s11118-018-9711-9).

● [Początek sekcji](#)

Embedding Erdős-Rényi Random Graphs into Random Regular Graphs

Andrzej Ruciński rucinski@amu.edu.pl

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

The relationship between Erdős-Rényi models $\mathbb{G}(n, m)$ and regular models $\mathbb{G}(n, d)$ of random graphs was first studied by Kim and Vu in 2004. In particular, they showed that in a wide range of m , one can couple the two so that a.a.s. $\mathbb{G}(n, m) \subset \mathbb{G}(n, d)$, where $m = (1 - o(1)) \frac{2m}{n}$. Later Dudek, Frieze, Ruciński, and Šileikis extended the range of m a little and also generalized their result to random k -uniform hypergraphs. Still, the range of m has been limited to $m = o(n^k)$.

Recently, while proving an analogous result for bipartite random graphs we found a way to cover the case $m = \Theta(n^2)$ as well. Besides standard switching techniques, the proof relies heavily on a purely deterministic result about the presence of alternating cycles in two-colored quasi-random graphs. During my talk I will outline the proof in the bipartite model. This is joint work with T. Klimesiová, Chr. Reiher, and M. Šileikis.

● [Początek sekcji](#)

Asymptotyka rozkładów procesów kawałkami deterministycznych

Ryszard Rudnicki rudnicki@us.edu.pl

Polska Akademia Nauk

Rozpoczniemy od przypomnienia definicji kawałkami deterministycznego procesu Markowa (PDMP) oraz podamy kilka przykładów występujących w opisie modeli biologicznych [2]. Następnie podamy związek tych procesów z półgrupami stochastycznymi. Wyjaśnimy na czym polegają problemy z badaniem ewolucji rozkładów takich półgrup. Centralnym punktem wykładu będzie ogólne twierdzenie o asymptotycznym rozkładzie operatorów i półgrup stochastycznych [1]. Twierdzenie to przy bardzo minimalnym założeniu dotyczącym ich części całkowitej, podaje pełny opis asymptotycznego rozkładu półgrupy na części, w których mamy zbieżność do pewnej gęstości (zależnej od wyjściowego rozkładu) i wymiatanie. Sformułujemy ważne wnioski z tego twierdzenia, jego związek ze wcześniejszymi rezultatami. Przedstawimy też w jaki sposób twierdzenie to stosuje się w badaniu półgrup stochastycznych związanych z PDMP.

Bibliografia

- [1] K. Pichór, R. Rudnicki, *Asymptotic decomposition of substochastic operators and semigroups*, J. Math. Anal. Appl. **436**: 305–321 (2016).
- [2] R. Rudnicki, M. Tyran-Kamińska, *Piecewise Deterministic Processes in Biological Models*, Springer Briefs in Mathematical Methods, Berlin 2017.

● [Początek sekcji](#)

Liczba izomorficznych kopii danego grafu w grafie losowym

Grzegorz Serafin grzegorz.serafin@pwr.wroc.pl

Politechnika Wrocławska

Niech $\mathbb{G}_n(p)$ będzie grafem losowym Erdősa-Rényi'ego, który powstaje z grafu pełnego K_n o n wierzchołkach, gdy każda jego krawędź istnieje z prawdopodobieństwem $p \in (0, 1)$. Dla ustalonego grafu G definiujemy zmienną losową N_n^G , która zlicza podgrafy grafu $\mathbb{G}_n(p)$ izomorficzne z G , oraz jej normalizację

$$\tilde{N}_n^G := \frac{N_n^G - \mathbb{E}[N_n^G]}{\sqrt{\text{Var}[N_n^G]}}.$$

Przy odpowiednich warunkach nałożonych na p i n , ciąg zmiennych N_n^G zbiega do standardowego rozkładu normalnego \mathcal{N} . Naszym celem jest oszacowanie tempa tej zbieżności. W pracy [1] zostało pokazane, że

$$d_W \left(\tilde{N}_n^G, \mathcal{N} \right) \leq C_G \left((1 - p_n) \min_{\substack{H \subset G \\ e_K \geq 1}} \{n^{v_H} p_n^{e_H}\} \right)^{-1/2}, \quad (1)$$

gdzie C_G jest stałą zależną jedynie od grafu G , a d_W oznacza odległość Wassersteina zdefiniowaną przez

$$d_W(X, Y) := \sup_{h \in \text{Lip}(1)} |\mathbb{E}[h(X)] - \mathbb{E}[h(Y)]|,$$

dla zmiennych losowych X oraz Y . Niemniej jednak, bardziej naturalna oraz precyzyjna jest odległość Kolmogorowa

$$d_K(X, Y) := \sup_{a \in \mathbb{R}} |\mathbf{P}(X \leq a) - \mathbf{P}(Y \leq a)|.$$

Dobrze znana jest nierówność $d_K(X, \mathcal{N}) \leq \sqrt{d_W(X, \mathcal{N})}$, jednak daje ona gorsze tempo zbieżności niż dla odległości Wassersteina.

W trakcie referatu pokażemy, że odległość $d_K(\tilde{N}_n^G, \mathcal{N})$ może być oszacowana przez wyrażenie ze wzoru (1). Problem ten był otwarty przez 30 lat, choć niedawno udało się go rozwiązać w najprostszym przypadku – dla trójkąta jako grafu G [2]. Dodatkowo wprowadzona zostanie szeroka klasa grafów, dla których minimum ze wzoru (1) bardzo się upraszcza. Wyniki te zostały osiągnięte we współpracy z N. Privault.

Bibliografia

- [1] Barbour A.D., Karoński M., Ruciński A. *A central limit theorem for decomposable random variables with applications to random graphs*. J. Combin. Theory Ser. B, 47(2):125–145 (1989).
- [2] Röllin A. *Kolmogorov bounds for the normal approximation of the number of triangles in the Erdős-Rényi random graph*. arXiv:1704.00410 (2017).

● [Początek sekcji](#)

Problemy sterowania procesem Markowa ze zdegenerowaną obserwacją

Łukasz Stettner stettner@impan.pl

Polska Akademia Nauk

Rozpatrujemy zagadnienie sterowania z procesem Markowa czasem dyskretnym z niepełną obserwacją, która jest w postaci zdegenerowanej. Obserwujemy wartość deterministycznej funkcji of procesu stanu. Jest to trudny przypadek w odróżnieniu od znanego przypadku gdy obserwacja jest zakłócona addytywnym szumem. Prowadzi to niestandardowych zagadnień filtracji. Ponieważ interesuje nas kryterium średni koszt na jednostkę czasu musimy badać zachowanie się tego sterowanego procesu na długim horyzoncie czasowym. Okazuje się, że bazując na własnościach funkcji wypukłych przy stosunkowo mocnych założeniach regularnościowych (w języku norm Hilberta) udaje się rozwiązać problem dość sprytnie adaptując technikę z pracy [1]. Podobne wyniki też można uzyskać w

przypadku zaktóconej, ale nie regularnie obserwacji (to znaczy gdy filtracje zależą od warunków początkowych. Wyniki zostały opublikowane w pracy [2].

References

- [1] Ł. Stettner, *Ergodic Control of Partially Observed Markov Processes with Equivalent Transition Probabilities*, *Applicationes Mathematicae* 22,1: 25–38 (1993).
- [2] Ł. Stettner, *Long run control of Markov processes with degenerate observation*, *SIAM J. Control Optim.* 57: 880–899 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Steinhausowskie seminarium matematyki stosowanej

Władysław Szczotka szczotka@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

W referacie przedstawię genezę *Steinhausowskiego Seminarium Matematyki Stosowanej*, jego główny cel, atmosferę oraz wybrane problemy z dyscyplin naukowych pojawiających się na tym Seminarium. Omawiam jedynie okres *steinhausowski*, tj. lata od 1948 do 1960 roku, w których profesor Hugo Steinhaus był kierownikiem tego Seminarium. Spectrum problemów było nieograniczone. Omawiano różnorodne problemy z antropologii, archeologii, architektury, astronomii, nauk biologicznych, geograficznych, geologicznych, filologicznych, medycznych, rolniczych, technicznych i matematycznych. Referat jest oparty na moich dwóch artykułach:

- [1] *Fenomen Steinhausowskiego Seminarium Matematyki Stosowanej - Zarys koncepcji*, *Antiquitates Mathematicae*, Vol. 12(1), 2018, p. 197–228,
- [2] *Fenomen Steinhausowskiego Seminarium Matematyki Stosowanej - Tematyka*, *Antiquitates Mathematicae*, 2019.

Są one oparte na czterech zeszytach protokołów z tego Seminarium, nigdzie dotąd nie omawianych. Otrzymałem je od profesora Józefa Łukaszewicza około 2008 roku, jako jego następcą na stanowisku kierownika Zakładu Zastosowań Matematyki.

● [Początek sekcji](#)

Twierdzenia graniczne dla pewnej klasy wycatkowanych procesów nieskończenie podzielnych

Anna Talarczyk-Noble annatal@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Rozważamy klasę procesów nieskończenie podzielnych wprowadzoną przez Barndorff-Nielsen w 2011r., tzw. “trawl processes”. Mają one postać

$$X_t = \wedge(A_t),$$

gdzie Λ jest jednorodną, niezależnie rozproszoną miarą losową nieskończenie podzielną na \mathbb{R}^2 , a A_t zbiorem powstałym przez przesunięcie o $(0, t)$ ustalonego zbioru borelowskiego w \mathbb{R}^2 . Badamy zachowanie unormowanego procesu całkowego

$$Y_T(t) = \frac{1}{F_T} \int_0^{Tt} X_s ds, \quad t \geq 0.$$

gdy $T \rightarrow \infty$, gdzie F_T jest normowaniem dobranym tak, by procesy Y_T zbiegały, co najmniej w sensie rozkładów skończenie wymiarowych. Zakładamy, że Λ nie ma części gaussowskiej, a miara Lévy'ego z nią związana jest symetryczna. Ciekawy jest przypadek, gdy A_0 opisane jest jako obszar ograniczony osiami współrzędnych oraz wykresem pewnej funkcji $x \mapsto g(-x)$, gdzie $g : [0, \infty) \mapsto [0, \infty)$ stosunkowo wolno zmienia się w nieskończoności ($g(x) \sim x^{-1-\gamma}$ dla $0 < \gamma < 1$). W zależności od związku pomiędzy parametrem γ , a miarą Lévy'ego opisującą Λ otrzymujemy różne rodzaje granic. Są to procesy stabilne, samopodobne, o stacjonarnych przyrostach. W pewnych przypadkach przyrosty są zależne, w innych nie.

Praca wspólna z Łukaszem Treszczotko.

[● Początek sekcji](#)

W służbie społeczeństwu, czyli modelowanie matematyczne w praktyce

Karol Wawrzyniak karol.wawrzyniak@idea.edu.pl
Narodowe Centrum Badań Jądrowych

W ramach referatu przedstawiony zostanie charakter pracy Interdyscyplinarnego Zakładu Analiz Energetycznych (www.idea.edu.pl). Zespół, łącząc kompetencje modelowania matematycznego, energetyki, ekonomii oraz informatyki, od kilku lat z sukcesem buduje innowacyjne rozwiązania adresując potrzeby sektora energii, w tym takich podmiotów jak Komisja Europejska, operatorzy sieci przesyłowych, czy też samorządy. W większości projektów praca zespołu łamie popularny w energetyce paradygmat bazujący na deterministycznym modelowaniu analizowanych zjawisk. Zwiększająca się ilość źródeł odnawialnych, prosumentów oraz stosowanie coraz bardziej zaawansowanych technologii, powodują konieczność wprowadzenia metod stochastycznych. W następstwie pojawiają się ciekawe wyzwania, zarówno koncepcyjne, jak i obliczeniowe, z których kilka wybranych zostanie przedstawionych w referacie.

[● Początek sekcji](#)

Hugo Steinhaus - matematyk na każdy sezon

Aleksander Weron aleksander.weron@pwr.edu.pl
Politechnika Wroclawska

W referacie omówimy siedem wybranych epizodów z działalności Hugona Steinhausa z zakresu matematyki stosowanej.

Bibliografia

- [1] Hugo Steinhaus, *Mathematician for All Seasons. Recollections and Notes*, Birkhauser, Cham Heidelberg, Vol.1 2015 and Vol.2 2016.

● [Początek sekcji](#)

Mathematics in Finance: On option valuation and its applications to solving certain real-world problems in a probabilistic framework

Rafał M. Wojakowski r.wojakowski@surrey.ac.uk
University of Surrey, Wielka Brytania

About 120 years elapsed since Louis Bachelier, PhD student of Henri Poincaré, attempted to characterize financial options [1], 46 years since the publication of the famous Black-Scholes-Merton pricing model [2] [3] and 22 years since authors were awarded the Nobel prize. I will start with these and other key achievements of Mathematics in Finance. I will tell you about mathematicians in my close family and my journey from mathematical physics to finance and then focus on my contributions: symmetries in Asian options [4], real and flow options [5], the theory of corporate hedging [6], continuous workouts and installments in mortgages [7] [8], and the Loan Valuation Adjustment (LVA): a tool to make collateralized debt more secure [9].

References

- [1] L. Bachelier, *Théorie de la spéculation*, Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. 17: 21–86 (1900).
- [2] F. Black and M. Scholes, *The pricing of options and corporate liabilities*, J. Political Econ 81: 637–654 (1973).
- [3] R. Merton, *The theory of rational option pricing*, Bell J. Econ 4: 141–183 (1973).
- [4] V. Henderson and R. Wojakowski, *On the equivalence of floating- and fixed-strike Asian options*, J. Appl. Probab. 39: 391–394 (2002).
- [5] M. Shackleton and R. Wojakowski, *Finite maturity caps and floors on continuous flows*, J. Econ. Dyn. Control 31: 3843–3859 (2007).
- [6] R. Wojakowski, *How should firms selectively hedge? Resolving the selective hedging puzzle*, J. Corp. Finance 18: 560–569 (2012).
- [7] R. Shiller, R. Wojakowski, M.S. Ebrahim and M. Shackleton, *Mitigating financial fragility with Continuous Workout Mortgages*, J. Econ. Behav. Organ. 85: 269–285 (2013).
- [8] G. Marcato, L.M.M. Tong and R. Wojakowski, *Modelling interactive mortgage termination strategies: Installment option valuation approach*, working paper: Reading, Shanghai and Surrey (2019).

- [9] R. Wojakowski, M.S. Ebrahim, A. Jaafar and M. Osman Salleh, *Can Loan Valuation Adjustment (LVA) approach immunize collateralized debt from defaults?*, *Financ. Market Inst. Instrum.* 28: 141–158 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Postery

Prawie pewne własności centralnych statystyk porządkowych

Aneta Augustynowicz a.augustynowicz@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

Niech $(X_n, n \geq 1)$ będzie ciągiem zmiennych losowych z rozkładu o dystrybucji F oraz niech $X_{1:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ oznaczają statystyki porządkowe odpowiadające próbie (X_1, \dots, X_n) .

Wtedy $(X_{k_n:n}, n \geq 1)$ nazwiemy

ciągiem centralnych statystyk porządkowych jeśli

$$\text{dla wszystkich } n, 1 \leq k_n \leq n \text{ oraz } \lim_{n \rightarrow \infty} k_n/n = \lambda \in (0, 1). \quad (15)$$

Będziemy badać zachowanie asymptotyczne tak zdefiniowanego ciągu. W literaturze można znaleźć analogiczne wyniki dla przypadku gdy $(X_n, n \geq 1)$ jest ciągiem zmiennych losowych o identycznym rozkładzie (iid) bądź ciągiem ściśle stacjonarnych i ergodycznym. Podanie ogólniejszego twierdzenia będzie wymagało od nas wykorzystania pojęcia warunkowego kwantyla i zdefiniowania jego nowych własności.

Bibliografia

- [1] A. Augustynowicz, *Almost sure asymptotic properties of central order statistics from stationary processes*, in press.
- [2] A. Dembińska, *Asymptotic behaviour of central order statistics from stationary processes*, *Stoch Process Appl* 124: 348–372 (2014).

● [Początek sekcji](#)

Dokładne prawa wielkich liczb i ich zastosowania

Paweł Kurasiński pawelkurasinski1@gmail.com

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

W prezentacji będziemy rozważać dokładne prawa wielkich liczb, czyli zbieżność prawie pewną do pewnej niezerowej i skończonej stałej, ważonych sum niezależnych zmiennych losowych o nieskończonej wartości oczekiwanej. W pierwszej części referatu zostaną przedstawione prawa wielkich liczb dla pól losowych. W dalszej części zajmować będziemy się zbieżnością ilorazów zmiennych losowych, a w szczególności ilorazów statystyk porządkowych. Zwrócimy również

uwagę na konieczność badania dokładnych praw wielkich liczb dla zmiennych losowych o różnych rozkładach.

Bibliografia

- [1] A. Adler, *Exact strong laws*, Bull. Inst. Math. Acad. Sinica (2000), 141–166.
- [2] A. Adler, *Exact strong laws for multidimensionally indexed random variables*, J. Multivariate Anal. 77 (2001), 73–83.
- [3] A. Adler, *Laws of large numbers for ratios of uniform random variables*, Open Math. 13, (2015) 571–576.
- [4] A. Adler, *Strong laws for ratios of order statistics from exponentials*, Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 10(1), (2015), 101–111.
- [5] A. Adler, *Strong laws for the largest ratio of adjacent order statistics*, Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 12(4), 315–323.
- [6] A. Adler, P. Matuła, *On exact strong laws of large numbers under general dependence conditions*, Probab. Math. Statist. 38 (2018), 103–121.
- [7] Y. Miao, Y. Sun, R. Wang, and M. Dong, *Various limit theorems for ratios from the uniform distribution*, Open Math. (2016), 393–403.
- [8] Y. Miao, R. Wang, and A. Adler, *Limit theorems for order statistics from exponentials*, Statist. Probab. Lett. 110, (2016), 51–57.
- [9] R.T. Smythe, *Strong laws of large numbers for r -dimensional arrays of random variables*, Ann. Probab. 1 (1973), 164–170.
- [10] Y. Zhang, X. Ding, *Limit properties for ratios of order statistics from exponentials*, J. Inequal. Appl. 11 (2017), 1–8.
- [11] P. Kurasinski, P. Matuła, A. Adler, *Exact strong laws of large numbers for independent random fields*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Mathematics, Vol. 66, No. 2 (2018), 179–188.
- [12] P. Matuła, A. Adler, P. Kurasinski, *On exact strong laws of large numbers for ratios of random variables and their applications*, Communications in Statistics Theory and Methods, przyjęty do druku
- [13] P. Matuła, P. Kurasiński, A. Adler, *Exact strong laws of large numbers for ratios of the smallest order statistics*, Statistics and Probability Letters – przyjęty do druku.

● [Początek sekcji](#)



Kanoniczne procesy Bernoulliego

Rafał Martynek r.martynek@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Niech $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ będzie ciągiem niezależnych zmiennych Bernoulliego t.j. $\mathbb{P}(\varepsilon_i = \pm 1) = \frac{1}{2}$. Rozważmy dowolny zbiór $T \subset \mathbb{R}^n$. Dla elementu $t = (t_i)_{i=1}^n$ zbioru T definiujemy zmienną losową

$$B_t = \sum_{i=1}^n t_i \varepsilon_i.$$

Rodzinę $(B_t)_{t \in T}$ nazywamy *kanonicznym procesem Bernoulliego*. W jednej z prac M. Talagrand umotywował badanie supremum takiego procesu faktem, że ciąg znaków losowych jest jednym z najstarszych i najbardziej fundamentalnych obiektów teorii prawdopodobieństwa. Oczywiście istnieją konkretniejsze powody, dla których charakteryzacja supremum procesu Bernoulliego jest istotna, przykładem mogą być oszacowania dla procesów nieskończenie podzielnych. W referacie przedstawię najnowsze wyniki dotyczące procesów Bernoulliego bazujących w głównej mierze na kluczowej pracy W. Bednorza i R. Latały.

Bibliografia

- [1] W. Bednorz, R. Latała, On the boundedness of Bernoulli processes, *Ann. of Math.* **180** (2014), 1167–1203.
- [2] W. Bednorz, R. Martynek, *On a contraction property of Bernoulli canonical processes*, *Bull. of Pol. Acad. Sci.* (2019) (przyjęta).

● [Początek sekcji](#)

Warunki niezależności i stałości momentów, które charakteryzują rozkład Gamma/Wisharta i rozkład Kummera

Agnieszka Piliszek a.piliszek@mini.pw.edu.pl
Politechnika Warszawska

W [1] postawiono hipotezę, że przekształcenie

$$(x, y) \rightarrow \left(\frac{y}{1+x}, x \left(1 + \frac{y}{1+x} \right) \right) \quad (16)$$

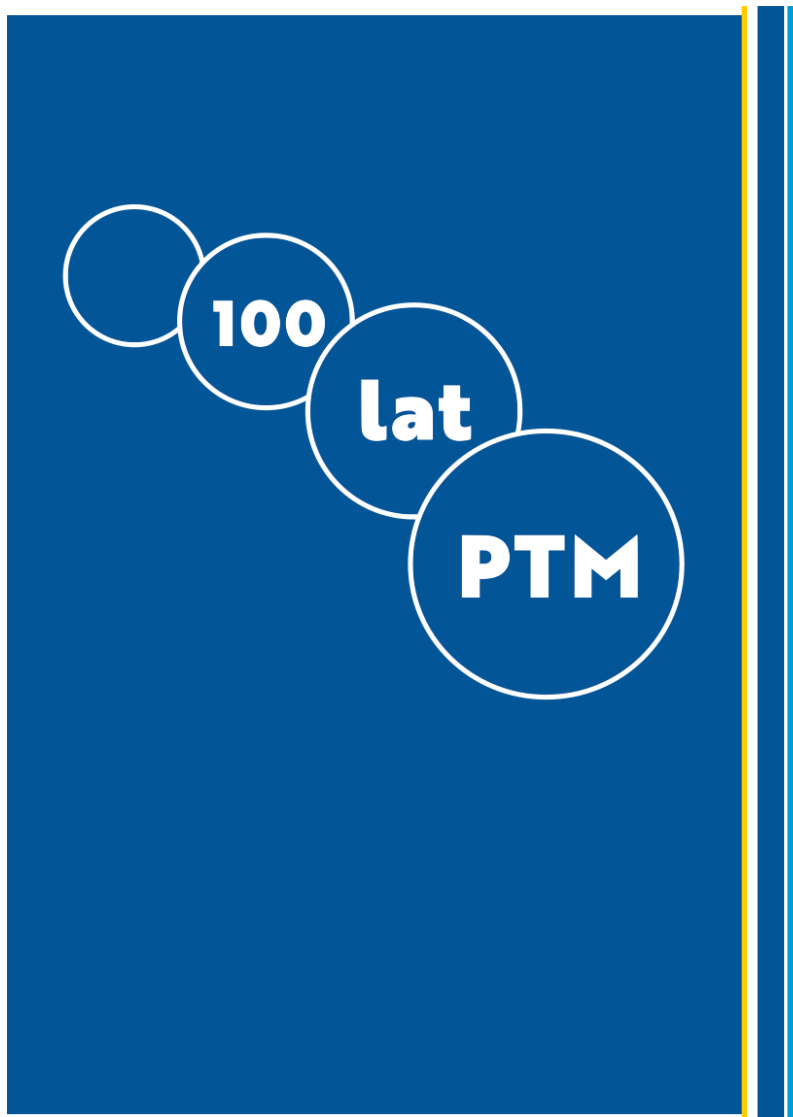
zachowuje niezależność zmiennych losowych tylko, gdy są one z konkretnych rodzin rozkładów. Hipoteza ta okazuje się być prawdziwa.

Przedstawię twierdzenie charakteryzujące wektor losowy (X, Y) o rozkładzie Gamma⊗Kummer przez zadanie niezależności składowych tego wektora przekształconego zgodnie z (16). Następnie, pokażę jak można tę charakteryzację rozszerzyć na wektory dowolnego wymiaru, a także na macierze losowe. Postaram się ponadto zaprezentować potencjalne możliwości zastosowania tych wyników.

Bibliografia

- [1] M. Hamza and P. Vallois, *On Kummer's distributions of type two and generalized beta distributions*, *Statist. Probab. Lett.*, 118:60–69 (2016).
- [2] A. Piliszek and J. Wesółowski, *Kummer and gamma laws through independences on trees – another parallel with the Matsumoto–Yor property*, *J. Multivar. Anal.*, 152:15–27 (2016).
- [3] A. Piliszek and J. Wesółowski, *Change of measure technique in characterizations of the gamma and Kummer distributions*, *J. Math. Anal. Appl.*, 458(2):967–979 (2018).

● [Początek sekcji](#)



metody topologiczne równań różniczkowych

patron sesji
Tadeusz Ważewski



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Geometryczny dowód dyfuzji Arnolda, z zastosowaniem w problemie trzech ciał

Maciej Capiński maciej.capinski@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Zajmiemy się problemem, w którym perturbujemy autonomiczne równanie różniczkowe posiadające zasadę zachowania energii. Pytaniem jest czy pod wpływem dowolnie małej perturbacji istnieją orbity, dla których zaobserwujemy zmianę energii o zadanej wielkości, która jest niezależna od rozmiaru perturbacji. Przedstawimy geometryczny mechanizm dowodzenia tego typu zjawisk. Dzięki niemu można dowodzić również chaotyczne właściwości zmian poziomów energii. Jako zastosowanie rozpatrzymy ograniczony problem trzech ciał dla układu Neptun-Tryton.

Bibliografia

- [1] M. J. Capiński, M. Gidea, *Arnold Diffusion, Quantitative Estimates and Stochastic Behavior in the Three-Body Problem*,
<https://arxiv.org/abs/1812.03665>

● [Początek sekcji](#)

Contractibility of a persistence map preimage

Jacek Cyranka jcyranka@gmail.com
Uniwersytet Warszawski

This work is motivated by the following question in data-driven study of dynamical systems: given a dynamical system that is observed via time series of persistence diagrams that encode topological features of solutions snapshots, what conclusions can be drawn about solutions of the original dynamical system? In this paper we provide a definition of a persistence diagram for a point in \mathbb{R}^N modeled on piecewise monotone functions. We then provide conditions under which time series of persistence diagrams can be used to guarantee the existence of a fixed point of the flow on \mathbb{R}^N that generates the time series. To obtain this result requires an understanding of the preimage of the persistence map. The main theorem of this paper gives conditions under which these preimages are contractible simplicial complexes.

References

- [1] Cyranka, Jacek and Mischaikow, Konstantin *Contractibility of a persistence map preimage*, arXiv e-prints 2018, arXiv:1810.12447

● [Początek sekcji](#)

Topologia, dynamika i nauka o danych

Paweł Dłotko p.t.dlotko@swansea.ac.uk
Swansea University, Wielka Brytania

Topologia, dynamika i nauka o danych są ze sobą fundamentalnie związane. W tym referacie przytoczę kilka przykładów obrazujących tę zależność. Pokażę jak topologia może być użyta do zrozumienia dyskretnych i ciągłych procesów dynamicznych. Przedyskutuję również sytuację, w której skomplikowana dynamika jest znana wyłącznie z pewnej skończonej obserwacji i pokażę jak można próbować ją zrekonstruować, modelować i zrozumieć przy pomocy metod geometrii i topologii.

● [Początek sekcji](#)

Równania z krytyczną nieliniowością

Tomasz Dłotko tdlotko@math.us.edu.pl
Uniwersytet Śląski w Katowicach

Referat będzie dotyczył semiliniowych równań ewolucyjnych w przestrzeni Banacha X , które mogą być zapisane w postaci

$$\begin{aligned} u_t + Au &= F(u), & t > 0, \\ u(0) &= u_0, \end{aligned} \tag{17}$$

gdzie A oznacza operator sektorialny (najczęściej zadawany przez liniowy operator eliptyczny), zaś F nieliniowość „podporządkowaną” w odpowiednim sensie operatorowi A .

Na wstępie przedstawię rys historyczny uwzględniający w szczególności postęp osiągnięty w latach osiemdziesiątych XX wieku, głównie w USA. Omówię kwestie istnienia i jednoznaczności rozwiązań (17) w półgrupowym podejściu monografii [1]. Podam dalej przykłady równań fizyki matematycznej przedstawialnych w postaci (17). Na koniec opowiem o równaniach w których wyraz nieliniowy F jest ‘porównywalny’ z operatorem A ; w szczególności o wywodzących się z hydrodynamiki równaniach Naviera–Stokesa oraz Quasi-geostrophic w wymiarze 2. Uogólnieniom tych równań, w których operator różniczkowy zastąpiono potęgą ułamkową operatora $-\Delta$, poświęcono w ostatnich latach wiele prac (patrz [2]).

Bibliografia

- [1] D. Henry, *Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations*, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- [2] Tomasz W. Dłotko and Yejuan Wang, *Critical Parabolic-Type Problems*, De Gruyter Series in Nonlinear Analysis and Applications, 2020 (in preparation).

● [Początek sekcji](#)

Dynamika symboliczna w modelu rotacji Hyperiona

Anna Gierzkiewicz anna.gierzkiewicz@urk.edu.pl

Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

Współautor:

Piotr Zgliczyński umzglich@cyf-kr.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Zaprezentuję proste zastosowanie biblioteki CAPD [1] dla języka C++ w przeprowadzeniu komputerowo wspieranego dowodu istnienia dynamiki symbolicznej w modelu rotacji elipsoidalnego satelity na orbicie keplerowskiej. Motywacją dla badań [2] było chaotyczne koziotkowanie Hyperiona – jednego z księżyców Saturna [3].

Bibliografia

- [1] Computer Assisted Proofs in Dynamics C++ library, Instytut Informatyki i Matematyki Komputerowej Uniwersytetu Jagiellońskiego, <http://capd.ii.uj.edu.pl>.
- [2] A. Gierzkiewicz, P. Zgliczyński, *A computer-assisted proof of symbolic dynamics in Hyperion's rotation*, *Celest Mech Dyn Astr* 131: 33 (2019). <https://doi.org/10.1007/s10569-019-9910-8>.
- [3] J. Wisdom, S. J. Peale, F. Mignard, *The chaotic rotation of Hyperion*, *Icarus* 58, no. 2: 137 – 152 (1984).

● [Początek sekcji](#)

Klasyfikacja próbkowanych pól wektorowych

Mateusz Juda mateusz.juda@ii.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Celem referatu jest przedstawienia wyników prac nad automatyczną klasyfikacją danych pochodzących z próbkowanych pól wektorowych. Źródłem tego rodzaju danych są symulacje numeryczne oraz pomiary zjawisk fizycznych. W uzyskanych wynikach istotnym czynnikiem jest brak konieczności ręcznego tworzenia modelu matematycznego obserwowanego zjawiska, a cały proces sterowany jest danymi w postaci chmury punktów i zaczepionymi w nich wektorami. Wyniki prac oparte są na połączeniu technik z dynamicznej topologii obliczeniowej [1], metod analizy grafów [2] i przetwarzania języka naturalnego [3]. W referacie omówione zostaną podstawy teoretyczne oraz wyniki uzyskane zarówno z danymi syntetycznymi, a także pochodzącymi z aparatury pomiarowej.

Bibliografia

- [1] M. Mrozek, *Conley-Morse-Forman Theory for Combinatorial Multivector Fields on Lefschetz Complexes*, *Found Comput Math* 17 1585 – 1633 (2017)
- [2] B. Perozzi, R. Al-Rfou, S. Skiena, *DeepWalk: online learning of social representations*, *Proceedings of the 20th ACM SIGKDD int. conf. on KDD*

701 – 710, (2014)

- [3] T. Mikolov, I. Sutskever, K. Chen, G. Corrado, J. Dean, *Distributed Representations of Words and Phrases and their Compositionality*, NIPS 26: 3111 – 3119 (2013)

● [Początek sekcji](#)

Wielowartościowa dynamika kombinatoryczna dla skończonych przestrzeni topologicznych

Michał Lipiński michal.lipinski@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Teoria pól multiwektorowych [1] stanowi generalizację kombinatorycznych pól wektorowych Formana.

W referacie zaprezentowana zostanie uogólniona i uproszczona wersja teorii pól multiwektorowych zdefiniowanych dla skończonych przestrzeni topologicznych. Umożliwiło to zadanie pola multiwektorowego w języku porządków oraz skorzystania z twierdzenia McCorda i badania topologicznych własności poprzez homologie symplecjalne. Do nowych warunków zaadaptowane zostały takie pojęcia jak izolowany zbiór niezmienniczy, para indeksowa, indeks Conley'a, czy rozkład Morse'a.

Uproszczenie teorii przyniosło wyraźne korzyści algorytmiczne, czego przykładem są eksperymenty numeryczne dotyczące rekonstrukcji dynamiki z próbkowanego układu dynamicznego [2].

Praca przygotowana jest we współpracy z J. Kubicą, M. Mrozkiem oraz T. Wannerem.

Bibliografia

- [1] M. Mrozek, *Conley–Morse–Forman theory for combinatorial multivector fields on Lefschetz complexes*, Foundations of Computational Mathematics 17(6): 1585 – 1633 (2017).
- [2] T. Dey, M. Juda, T. Kapela, J. Kubica, M.L. and M. Mrozek, *Persistent Homology of Morse Decompositions in Combinatorial Dynamics*, SIAM J. on Appl. Dyn. Sys. 18(1): 510 – 530 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Konfiguracje centralne dla płaskiego problemu n -ciał dla $n = 5, 6, 7$ z równymi masami

Małgorzata Moczurad malgorzata.moczurad@ii.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Przedstawię komputerowo wspierany dowód kompletnej listy konfiguracji centralnych dla płaskiego problemu n -ciał z potencjałem Newtona dla $n = 5, 6, 7$ z równymi masami. Dowodzę, że wszystkie te konfiguracje centralne mają syme-

trie odbicia względem pewnej prostej. Dla $n = 8, 9, 10$ dowodzimy, że istnieją konfiguracje centralne dla równych mas bez żadnej symetrii odbicia.

Bibliografia

- [1] Małgorzata Moczurad and Piotr Zgliczyński, *Central configurations in planar n -body problem for $n = 5, 6, 7$ with equal masses*, arXiv:1812.07279

● [Początek sekcji](#)

An approach to solving $dx/dt = ?$

Konstatin Mischaikow mischaik@math.rutgers.edu

Rutgers University

The life sciences provide archetypical examples of nonlinear systems for which an accurate understanding dynamics is essential, but for which models derived from first principles are not available. This implies that an analytic expression of the nonlinearity is typically derived base on heuristics or simplicity of evaluation. As a consequence parameters do not have an intrinsic physical basis. Furthermore experimental measurements of variables and adopted parameters tend to be quantified on log scales. This is not a setting for which the classical theory of dynamical systems was designed to address. With these challenges in mind I will outline an approach to dynamics based on order theory and algebraic topology that allows us to consider large classes of differential equations over large regions of parameter space and derive rigorous results. I will use gene regulatory networks to provide a concrete example of how this approach can be applied.

● [Początek sekcji](#)

Automatyczna klasyfikacja układów dynamicznych w oparciu o rozkład Morse'a

Paweł Pilarczyk pawel.pilarczyk@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

Przedstawię zautomatyzowaną metodę numeryczno-topologicznej analizy układów dynamicznych, która została po raz pierwszy zaprezentowana w [1]. Jest to metoda algorytmiczna zaprogramowana w C++, która wykorzystuje m.in. arytmetykę przedziałową, algorytmy na grafach oraz obliczeniową topologię algebraiczną. Celem tej metody jest sklasyfikowanie dynamiki na z góry zadanym zbiorze, jeśli chodzi o izolowane podzbiory niezmiennicze (rozkład Morse'a). Daje ona wyniki ścisłe matematycznie, w przeciwieństwie do popularnych symulacji numerycznych. Była ona stosowana m.in. do analizy pewnych modeli populacji, w fizyce teoretycznej oraz w epidemiologii; zob. np. [2]. Na przykładzie indeksu Conleya przedstawię proces dyskretyzacji, który umożliwia wykonywanie ścisłych obliczeń algorytmicznych na ciągłych obiektach topologicznych.

Bibliografia

- [1] Z. Arai, W. Kalies, H. Kokubu, K. Mischaikow, H. Oka, P. Pilarczyk, *A database schema for the analysis of global dynamics of multiparameter systems*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 8: 757 – 789 (2009). DOI: 10.1137/080734935.
- [2] D.H. Knipl, P. Pilarczyk, G. Rost, *Rich bifurcation structure in a two-patch vaccination model*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 14: 980 – 1017 (2015). DOI: 10.1137/140993934.

● [Początek sekcji](#)

Kategoria Szymczaka dla FSET i FREL

Mateusz Przybylski mateusz.przybylski@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Szymczak w [1] sformułował w języku teorii kategorii najbardziej ogólne warunki, jakie muszą być spełnione aby definicja indeksu Conleya dla dyskretnych układów dynamicznych była poprawna. Główna idea polega na zastosowaniu funktora, który mapuje pewne morfizmy na izomorfizmy. Taki funktor jest nazywany funktorem normalnym. Okazuje się, że każdy funktor normalny faktoryzuje przez tzw. funktor Szymczaka, którego obrazem jest pewna pomocnicza kategoria, nazywana tutaj kategorią Szymczaka.

W ramach referatu przedstawię konstrukcję funktora i kategorii Szymczaka (SZYM) oraz wyniki opisujące klasy obiektów izomorficznych w kategorii Szymczaka: dla kategorii zbiorów skończonych i odwzorowań jako morfizmów (FSET) oraz dla kategorii zbiorów skończonych i relacji binarnych jako morfizmów (FREL).

Zrozumienie struktury SZYM(FREL) powinno umożliwić klasyfikację obiektów kategorii SZYM(LREL), gdzie LREL jest kategorią przestrzeni liniowych i relacji liniowych. Takie uogólnienie jest potrzebne w celu konstrukcji indeksu Conleya dla wielowartościowych układów dynamicznych, których generatory mogą nie mieć acyklicznych wartości. Referat na podstawie wstępnych wyników aktualnie realizowanego projektu z M. Mrozkiem.

Bibliografia

- [1] A. Szymczak, *The Conley Index for Discrete Semidynamical Systems, Topology and its Applications* 66: 215 – 240, (1995).

● [Początek sekcji](#)

Ścisłe całkowanie równań różniczkowych z opóźnieniem

Robert Szczelina robert.szczelina@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Rozważmy następujący problem:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t - \tau), x(t)), & t \geq 0, \\ x(t) = \psi(t), & t \in [-\tau, 0], \psi \in C^0. \end{cases} \quad (18)$$

Równanie (18) może generować skomplikowaną dynamikę, jak ma to miejsce np. w równaniu Mackey'a-Glass'a, dla którego symulacje numeryczne wskazują na istnienie serii bifurkacji podwojenia okresu prowadzących do chaosu [1]. Obecnie wydaje się niemożliwe, poza pewnymi szczególnymi przypadkami, udowodnienie tego typu zachowania metodami analitycznymi, jednak metody dowodzenia wspierane komputerowo mogą okazać się skuteczne.

W pracy [2] autorzy prezentują algorytm ścisłego całkowania trajektorii układu (18) w przód w czasie. Podczas prezentacji omówione zostaną pewne usprawnienia wspomnianej metody oraz jej zastosowanie do komputerowo wspieranego dowodu istnienia orbit stabilnych i niestabilnych w równaniu Mackey'a-Glass'a z wykorzystaniem narzędzi topologicznych (stopień Leray'a-Schaudera).

Bibliografia

- [1] M. C. Mackey and L. Glass. *Science*, 197(4300):287 – 289, (1977).
- [2] R. Szczelina and P. Zgliczyński. *Found. Comput. Math.*, 18(6):1299 – 1332, (2018).

● [Początek sekcji](#)

Metoda relacji nakrywających na zwartych ANR-ach

Daniel Wilczak wilczak@ii.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Metoda relacji nakrywających [1,2] okazała się bardzo skutecznym narzędziem w jakościowej analizie układów dynamicznych, między innymi przy dowodzeniu istnienia dynamiki symbolicznej, czy też orbit łączących. W niniejszym referacie pokażę, że można jej stosowalność rozszerzyć na zwarte ANR-y.

Motywacją do takiego uogólnienia tej metody było jej zastosowanie do badania dynamiki dysypatywnych równań cząstkowych. Pokazaliśmy istnienie dynamiki symbolicznej w jednowymiarowym równaniu Kuramoto-Sivashinskiego

$$u_t = -v u_{xxxx} - u_{xx} + (u^2)_x,$$

dla $v = 0.1212$ i z okresowymi i nieparzystymi warunkami brzegowymi. Prezentowane wyniki pochodzą z wspólnej pracy z Piotrem Zgliczyńskim [3].

Bibliografia

- [1] P. Zgliczyński, *Computer assisted proof of chaos in the Rössler equations and the Hénon map*, *Nonlinearity* 10 (1997), 243-252.
- [2] P. Zgliczyński, M. Gidea, *Covering relations for multidimensional dynamical systems*, *J. Diff. Eq.*, 202/1(2004), 33 – 58.

- [3] D. Wilczak, P. Zgliczyński, *A geometric method for infinite-dimensional chaos: symbolic dynamics for the Kuramoto–Sivashinsky PDE on the line*, w recenzji.

● [Początek sekcji](#)

Śledzenie nietranswersalnych połączeń heteroklinicznych

Piotr Zgliczyński umzglicz@cyf-kr.edu.pl

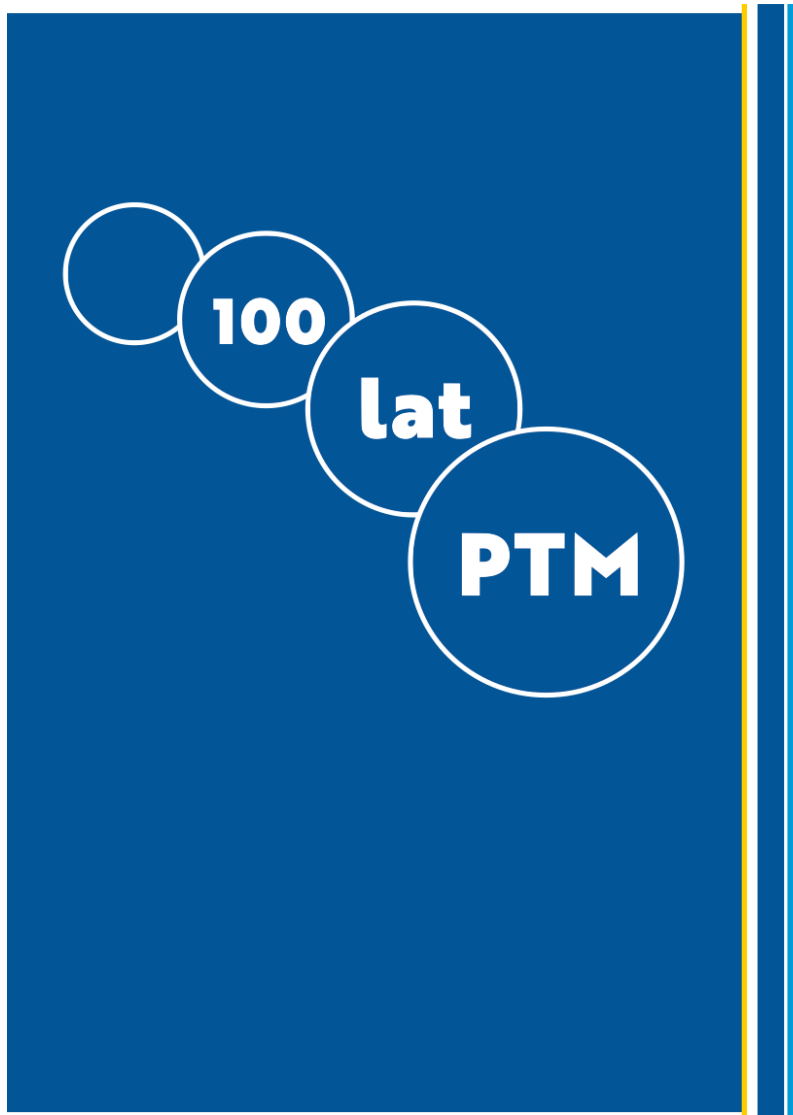
Uniwersytet Jagielloński

Omówimy wynik dotyczący śledzenia łańcucha nietranswersalnych połączeń heteroklinicznych opartego na idei odrzucania „żytych kierunków”. Ten mechanizm zilustrujemy na przykładzie modelu wprowadzonego przez Colliander *et al.* w kontekście nieliniowego równania Schrödingera na 2-wymiarowym torusie z rozpraszającym członem trzeciego stopnia.

Bibliografia

- [1] J. Colliander, M. Keel, G. Staffilani, H. Takaoka, T. Tao, *Transfer of energy to high frequencies in the cubic defocusing nonlinear Schrödinger equation*, *Invent. math.* (2010) 181:39–113
- [2] A. Simon, A. Delshams, P. Zgliczyński, *Shadowing of non-transversal heteroclinic chains*, *J. Diff. Eq.* 264(2018), 3619–3663

● [Początek sekcji](#)



podstawy matematyki, teoria mnogości
i topologia ogólna

patroni sesji

Kazimierz Kuratowski, Edward Marczewski (Szpilrajn)
Andrzej Mostowski



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Baire category properties of some function spaces

Taras Banakh t.o.banakh@gmail.com

Uniwersytet im. Jana Kochanowskiego w Kielcach
i Ivan Franko National University of Lviv, Ukraina

We shall discuss the Baire type properties of the spaces $B_\alpha(X, Y)$ of Baire- α functions and $B_\alpha^{st}(X, Y)$ of stable Baire- α functions from a topological space X to a topological space Y , where $\alpha \geq 1$ is a countable ordinal.

References

- [1] T. Banakh, S. Gabrielyan, *Baire category properties of some Baire type function spaces*, preprint.

[● Początek sekcji](#)

Snapshot of Set Theory of the Real Line

Tomek Bartoszyński tomek.bartoszynski@gmail.com

National Science Foundation, USA

In this talk I will concentrate on the following three topics

- Cardinal invariants for measure and category and relations between them encapsulated in the Cichon's Diagram. Related independence results and Cichon's Maximum.
- Families of sets of reals related to cardinal invariants and Borel Conjecture and its cousins.
- Universal sets including various families of perfectly meager sets and their connections to mainstream set theory.

[● Początek sekcji](#)

Mierzalne twierdzenie Halla dla działań skończenie generowanych grup przemiennych

Tomasz Cieśla tomasz.ciesla@mail.mcgill.ca

McGill University

Współautor:

Marcin Sabok marcin.sabok@mcgill.ca

McGill University

Naszym głównym wynikiem jest mierzalna wersja twierdzenia Halla o skojarzeniach dla działań skończenie generowanych grup przemiennych. Wynika stąd w szczególności, że jeśli taka grupa działa na przestrzeni z miarą probabilistyczną w sposób wolny i zachowujący miarę, to dowolne dwa równomiernie rozłożone zbiory mierzalne równoważne przez podział skończony są równoważne przez podział skończony na mierzalne części. Stanowi to uogólnienie niedawnego wyniku

Grabowskiego, Máthégo i Pikhurki o mierzalnej kwadraturze kąta i potwierdza szczególny przypadek hipotezy Gardnera.

● [Początek sekcji](#)

O znaczeniu teorii zbieżności

Szymon Dolecki dolecki@u-bourgogne.fr
Institut de Mathématiques de Bourgogne, Francja

Już w roku 1948 Gustave Choquet stwierdził nieadekwatność metod topologii ogólnej dla badań hiperprzestrzeni [2]. Używając pojęcia filtra, zastąpił przestrzenie topologiczne szerszą klasą przestrzeni zbieżności (zamkniętą ze względu na kilka ważnych operacji, dla których podklasa topologii zamknięta nie jest).

W tym sensie, związek między przestrzeniami zbieżności a topologiami porównać można do związku między liczbami zespolonymi i rzeczywistymi.

Zazwyczaj teoria zbieżności pozwala dojrzeć prostą strukturę pod sformułowaniami, które w ramach topologii są z natury rzeczy skomplikowane, czy wręcz niedostępne [4]. Ta stosunkowo nowa dziedzina ma różne ważne zastosowania (na przykład, w analizie funkcjonalnej [1]) i jest otwarta dla dalszych badań [4].

Na przykładzie twierzeń o równości liczby zupełności przestrzeni i liczby pseudo-gwiazdzistości przestrzeni dualnej (podobnie w przypadku liczb ultra-zupełności i gwiazdzistości) [5] widać, że badania tego typu nie są w ogóle możliwe w kontekście czysto topologicznym. Rzeczywiście, istnieją topologie o dowolnie dużej liczbie zupełności, natomiast liczba (pseudo-) gwiazdzistości przestrzeni topologicznych nigdy nie przekracza jedynek [4, 3, 5].

Bibliografia

- [1] R. Beattie and H. P. Butzmann, *Convergence Structures and Applications to Functional Analysis*. Kluwer Academic, 2002.
- [2] G. Choquet, *Convergences* Ann. Univ. Grenoble. 23: 55-112 (1947-48).
- [3] S. Dolecki, *Elimination of covers in completeness*, Topology Proceedings. 28: 445-465 (2004).
- [4] S. Dolecki and F. Mynard, *Convergence Foundations of Topology*. World Scientific, 2016.
- [5] F. Mynard, *(Ultra-) completeness numbers and (pseudo-) paving numbers*, Topology Appl. 256: 86-103 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Metric ultraproduct of groups — simplicity and amenability

Jakub Gismatullin jakub.gismatullin@uwr.edu.pl
Uniwersytet Wrocławski i Polska Akademia Nauk

Co-authors:

Krzysztof Majcher (PWr), Martin Ziegler (Freiburg University)

The ultraproduct construction is playing an important role in model theory, topology and algebra. During my talk I will explain *metric ultraproduct construction* of groups equipped with invariant metric. Its importance to group theory became apparent recently and they are intensively studied. I will concentrate, in this context, on simplicity and amenability of metric ultraproducts of groups.

I will explain, in elementary terms, both uniform metric amenability and uniform metric simplicity of groups; including examples and potential applications. These generalize, respectively, the previously studied notions of uniform amenability and uniform simplicity.

● [Początek sekcji](#)

Nieprzeliczalne ewolucje

Piotr Koszmider piotr.koszmider@impan.pl
Polska Akademia Nauk

Przedmiotem referatu jest ewolucja badań kilku zagadnień teoriomnogościowych w ciągu ostatnich 100 lat: Od pierwszych sformułowań i odważnych rozwiązań Sierpińskiego poprzez starcie z kalejdoskopem maszyny nierozstrzygalności drugiej połowy 20 wieku do współczesnej interakcji ze strukturami matematycznymi takimi jak przestrzenie Banacha czy algebry operatorowe.

● [Początek sekcji](#)

Dziedziczna własność Baire'a w hiperprzestrzeniach i przestrzeniach miar

Mikołaj Krupski mkrupski@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Przestrzeń topologiczna X jest Baire'a jeśli przekrój przeliczalnie wielu zbiorów otwartych i gęstych w X jest gęsty. Mówimy, że X jest dziedzicznie Baire'a jeśli każda podprzestrzeń domknięta przestrzeni X jest Baire'a. W swoim referacie będę rozważał następujący problem: Załóżmy, że X jest przestrzenią metryczną ośrodkową. Kiedy hiperprzestrzeń $K(X)$ wszystkich niepustych zwartych podzbiorów X zaopatrzona w topologię Vietorisa jest dziedzicznie Baire'a? Niedawno Gartside, Medini i Zdomsky zauważyli, że dziedziczną własność Baire'a hiperprzestrzeni $K(X)$ można wyrazić przy pomocy własności Mengera narostu pewnego (równoważnie każdego) uzwarcenia przestrzeni X .

Pokażę związki wspomnianego wyżej faktu z pewnymi grami topologicznymi granymi w $K(X)$, będącymi modyfikacją dobrze znanej gry Banacha-Mazura. Następnie przedyskutuję analogiczne pytanie o dziedziczną własność Baire'a dla przestrzeni miar probabilistycznych $P(X)$.

● [Początek sekcji](#)

Hyperspaces of infinite compacta with finitely many accumulation points

Paweł Krupski pawel.krupski@pwr.edu.pl
Politechnika Wroclawska

Co-author:
Krzysztof Omiljanowski Krzysztof.Omiljanowski@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wroclawski

Vietoris hyperspaces $\mathcal{A}_n(X)$ ($\mathcal{A}_\omega(X)$) of infinite compact subsets of a metric space X which have at most n (finitely many, resp.) accumulation points are studied. If X is a dense-in-itself, 0-dimensional Polish space, then $\mathcal{A}_n(X)$ is homeomorphic to the product $\mathbb{Q}^{\mathbb{N}}$. The hyperspaces $\mathcal{A}_1(\mathbb{Q}, \{q\})$ and $\mathcal{A}_1(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \{p\})$ of all $A \in \mathcal{A}_1(\mathbb{Q})$ (resp. $A \in \mathcal{A}_1(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$) which accumulate at $q \in \mathbb{Q}$ (resp. $p \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$) are also homeomorphic to $\mathbb{Q}^{\mathbb{N}}$. If X is a nondegenerate locally connected metric continuum then hyperspaces $\mathcal{A}_n(X)$ are absolute retracts for all $n \in \mathbb{N} \cup \{\omega\}$. If $X = J = [-1, 1]$ or $X = S^1$, the hyperspaces $\mathcal{A}_n(X)$ are characterized as $F_{\sigma\delta}$ -absorbers in hyperspaces $\mathcal{K}(J)$ and $\mathcal{K}(S^1)$ of all compacta in J and S^1 , respectively. Consequently, they are homeomorphic to the linear space $\{(x_k) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : \lim x_k = 0\}$ with the product topology. The hyperspaces $\mathcal{A}_\omega(X)$ for X being a Euclidean cube, the Hilbert cube, the m -dimensional unit sphere S^m , $m \geq 1$, or a compact m -manifold with boundary in S^m , $m \geq 3$, are true $F_{\sigma\delta}$ -sets which are strongly $F_{\sigma\delta}$ -universal in the respective hyperspaces of all compacta.

● [Początek sekcji](#)

Conjugacy classes of automorphism groups of linearly ordered structures

Aleksandra Kwiatkowska kwiatkoa@uni-muenster.de
Uniwersytet Wroclawski i Universität Münster

In the talk, we will address the following problem: does there exist a Polish non-archimedean group (equivalently: automorphism group of a countable structure or of a Fraïssé limit) that is extremely amenable and has ample generics. In fact, it is unknown if there exists a linearly ordered structure whose automorphism group has a comeager 2-dimensional diagonal conjugacy class.

We prove that automorphism groups of the universal ordered boron tree, and the universal ordered poset have a comeager conjugacy class but no comeager 2-dimensional diagonal conjugacy class. Moreover, we provide general conditions implying that there is no comeager conjugacy class or comeager 2-dimensional diagonal conjugacy class in the automorphism group of an ordered Fraïssé limit.

This is joint work with Maciej Malicki.

● [Początek sekcji](#)

Nonequivalent axiomatizations of PA and the Tarski Boundary

Mateusz Łetyk mlelyk@uw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

We study a family of axioms expressing "All axioms of Peano Arithmetic are true."(*). More precisely, each such axiom states that all axioms *from a chosen axiomatization of PA* are true.

We start with a very natural theory of truth $CT^-(PA)$ which is a finite extension of PA in the language of arithmetic augmented with a fresh predicate T to serve as a truth predicate *for the language of arithmetic*. Additional axioms of this theory are straightforward translations of inductive Tarski truth conditions. To study various possible ways of expressing (*), we investigate extensions of $CT^-(PA)$ with axioms of the form $\forall x (\delta(x) \rightarrow T(x))$ (**), where $\delta(x)$ is an arithmetical Δ_0 formula which is proof-theoretically equivalent to the standard axiomatization of PA with the induction scheme. For every such δ , the extension of $CT^-(PA)$ with axiom (**) will be denoted $CT^-[\delta]$.

In particular we are interested in the arithmetical strength of theories $CT^-[\delta]$. The "line" demarcating extensions of $CT^-(PA)$ which are conservative over PA from the nonconservative ones is known in the literature as the *Tarski Boundary*. So far, there seemed to be the least (in terms of deductive strength) natural extension of $CT^-(PA)$ on the nonconservative side of the boundary (known as CT_0). In contrast to this, we prove a result showing that the theories of the form $CT^-[\delta]$ can finitely axiomatize every r.e. arithmetical theory provable in CT_0 . Moreover we use these theories to investigate the area below the Tarski Boundary.

● [Początek sekcji](#)

Pewne topologie Grothendiecka w prostym języku

Artur Piękosz apiekosz@pk.edu.pl

Politechnika Krakowska

Smopologia na zbiorze X to rodzina \mathcal{L}_X podzbiorów zbioru X , która spełnia proste warunki:

(S1) $\emptyset \in \mathcal{L}_X$,

(S2) jeśli $L, M \in \mathcal{L}_X$, to $L \cap M, L \cup M \in \mathcal{L}_X$,

(S3) $\forall x \in X \exists L_x \in \mathcal{L}_X x \in L_x$ (czyli $\bigcup \mathcal{L}_X = X$).

Elementy \mathcal{L}_X nazywamy zbiorami małymi otwartymi (*smopami*). Każda smopologia wyznacza pewną konkretną topologię Grothendiecka (G -topologię), która jest lokalnie małą uogólnioną przestrzenią topologiczną w sensie Delfsa i Knebuscha.

Twierdzenie 1. [3, 4] *Kategoria lokalnie małych uogólnionych przestrzeni topologicznych i odwzorowań ściśle ciągłych jest konkretnie izomorficzna z kategorią zbiorów ze smopologiami i odwzorowań ciągłych ograniczonych.*

Takie przestrzenie były wykorzystywane w o-minimalnej teorii homotopii nad ciałami ([1,2]), w szczególności dla regularnych „parazwarych” przestrzeni lokalnie definiowalnych (smologie pozwalają sklejać nieskończone rodziny zbiorów definiowalnych np. do przestrzeni lokalnie definiowalnych nad strukturami z topologiami). O-minimalna teoria homotopii ingeruje w teorii modeli w badaniu grup \mathcal{V} -definiowalnych w strukturach o-minimalnych. Ponadto, G -topologie wykorzystywane są też w geometrii analitycznej sztywnej (ang. *rigid analytic geometry*).

Bibliografia

- [1] H. Delfs, M. Knebusch, *Locally Semialgebraic Spaces*, Lecture Notes in Math. **1173**, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1985.
- [2] A. Piękosz, *O-minimal homotopy and generalized (co)homology*, Rocky Mountain J. Math. **43**: 573–617 (2013).
- [3] A. Piękosz, *On generalized topological spaces II*, Ann. Polon. Math. **108**: 185–214 (2013).
- [4] A. Piękosz, *Locally small spaces with an application*, Acta Math. Hungar. DOI: 10.1007/s10474-019-00966-x.

● [Początek sekcji](#)

Teoria modeli a przestrzenie Banacha i dynamika topologiczna

Tomasz Rzepecki tomasz.rzepecki@mail.huji.ac.il
Hebrew University of Jerusalem

Związek między teorią modeli a dynamiką topologiczną został pierwotnie zaobserwowany w [1]. W ostatnich latach zastosowania dynamiki topologicznej w teorii modeli cieszą się dużym zainteresowaniem. W szczególności zaobserwowano ścisły związek (a w zasadzie równoważność) między pojęciami stabilności i NIP (zależności) w teorii modeli a pojęciami, odpowiednio, WAP (weak almost periodicity) i tameness pewnych naturalnych układów dynamicznych, a także (również odpowiednio) z warunkową zwartością i warunkową ciągłą zwartością w słabej topologii pewnych naturalnych rodzin funkcji ciągłych na tzw. przestrzeniach typów.

Obserwacje te pozwalają na uzyskanie nowych dowodów znanych faktów w teorii modeli, ale też na udowodnienie zupełnie nowych twierdzeń.

W swoim odczycie opowiem w dużym skrócie jak w swojej pracy doktorskiej wykorzystałem klasyczne wyniki [2] aby przedstawić teoriomodelową grupę Galois dowolnej teorii przeliczalnej jako iloraz zwartej grupy polskiej.

Bibliografia

- [1] *Topological Dynamics of Definable Group Actions*, Ludomir Newelski, The Journal of Symbolic Logic (marzec 2009)
- [2] *Pointwise Compact Sets of Baire-Measurable Functions*, J. Bourgain, D. H. Fremlin i M. Talagrand, American Journal of Mathematics (sierpień 1978)

Transfinite sequences of topologies and descriptive complexity

Stawomir Solecki ssolecki@cornell.edu
Cornell University, USA

We introduce a notion of filtration from one topology σ to another τ assuming that τ contains σ . Such filtrations are certain transfinite sequence of topologies interpolating between σ and τ . We consider the question of whether a filtration succeeds in reaching τ , and, if it does, at what stage it happens. Answers to these questions involve descriptive set theoretic conditions on the relationship between σ and τ . This theme arose in investigations concerning the Scott analysis of certain definable equivalence relations. If time allows, I will describe the connection with the Scott analysis.

On a Corollary of the KKM Theorem

Marian Turzanski m.turzanski@uksw.edu.pl
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego

Co-authors:

Władysław Kulpa w.kulpa@uksw.edu.pl
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego

Andrzej Szymanski andrzej.szymanski@sru.edu
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego, Slippery Rock University

Colorful versions of some classical theorems have been explored for the past four decades.

In 1982, Imre Baraný showed that if C_0, C_1, \dots, C_n are subsets of \mathbb{R}^n each of them containing a point p in its convex hull, then there is a colorful set $C = \{c_0, c_1, \dots, c_n\}$, i.e., $c_i \in C_i$ for all i , containing p in its convex hull as well. It is referred to as the *colorful Carathéodory theorem*.

Given n KKM families of special type on an $(n - 1)$ -dimensional simplex, we show that it is possible to choose a single element from every KKM family to get a KKM family on that simplex. The purpose of this note is to study an aggregate (= colorful or strong colorful) version of the KKM theorem and to present some of its applications.

References

- [1] I. Baraný, *A generalization of Carathéodory's theorem*, *Discrete Math.*, 40(1982), 141–152.
- [2] D. Gale, *Equilibrium in a Discrete Exchange Economy with Money*, *International Journal of Game Theory* 13.1(1983), 61 – 64.

- [3] A. Granas, *KKM-Maps*, The Scottish Book; Mathematics from the Scottish Café with Selected Problems from the New Scottish Book, R. Mauldin ed., 2nd Edition, Birkhäuser, 2015; Chapter 5, 34 – 48.
- [4] G. Kalai, R. Meshulam, *A topological colorful Helly theorem*, Advances in Mathematics 191 (2005) 305–311.
- [5] B. Knaster, K. Kuratowski, and S. Mazurkiewicz, *Ein Beweis des Fixpunktsatzes für n -dimensionale Simplexe*, Fundamenta Mathematicae (in German) 14, 132–137, (1929).
- [6] S. Park, *Some coincidence theorems on acyclic multifunctions and applications to KKM theory*, in: Fixed Point Theory and Applications (K.-K. Tan, ed.), World Scientific Publ., River Edge, NJ, 1992, pp. 248–277.
- [7] S. Park, *A History of the KKM Theory*, <https://www.researchgate.net/publication/324388798>

● [Początek sekcji](#)

Hilbert's 10th Problem for solutions in a subring of \mathbb{Q}

Apoloniusz Tyszka rttyszka@cyf-kr.edu.pl
 Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

Co-author:

Agnieszka Peszek aga.peszek@gmail.com
 Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

Yuri Matiyasevich's theorem states that there is no algorithm to decide whether or not a given Diophantine equation has a solution in non-negative integers. Craig Smoryński's theorem states that the set of all Diophantine equations which have at most finitely many solutions in non-negative integers is not recursively enumerable, see [2, p. 104]. Let R be a subring of \mathbb{Q} with or without 1. By $H_{10}(R)$, we denote the problem of whether there exists an algorithm which for any given Diophantine equation with integer coefficients, can decide whether or not the equation has a solution in R . We prove ([1]) that a positive solution to $H_{10}(R)$ implies that the set of all Diophantine equations with a finite number of solutions in R is recursively enumerable. We show ([1]) the converse implication for every infinite set $R \subseteq \mathbb{Q}$ such that there exist computable functions $\tau_1, \tau_2: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ which satisfy $(\forall n \in \mathbb{N} \tau_2(n) \neq 0) \wedge \left(\left\{ \frac{\tau_1(n)}{\tau_2(n)} : n \in \mathbb{N} \right\} = R \right)$. This implication for $R = \mathbb{N}$ guarantees that Smoryński's theorem follows from Matiyasevich's theorem.

References

- [1] A. Peszek and A. Tyszka, *Hilbert's 10th Problem for solutions in a subring of \mathbb{Q}* , <http://philarchive.org/rec/PESOSR>, to appear in *Scientific Annals of Computer Science*.
- [2] C. Smoryński, *A note on the number of zeros of polynomials and exponential polynomials*, J. Symbolic Logic 42 (1977), no. 1, 99–106, <http://doi.org/10.2307/2272324>.

Siła teiodowodowa kompozycyjnych predykatów prawdy

Bartosz Wcisło b.wcislo@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Aksjomatyczne teorie prawdy powstają przez dołączenie do odpowiednio silnej teorii, takiej jak arytmetyka Peano PA, nowego predykatu jednoargumentowego $T(x)$ wraz z aksjomatami rządzącymi tym predykatem. Własności nałożone na predykat T mają wychwytywać intuicyjne własności predykatu „ x jest kodem zdania prawdziwego”.

Przykładem naturalnej teorii opisującej predykat prawdy jest ZFC^- (compositional truth), Teoria ta powstaje przez dołączenie do PA aksjomatów kompozycyjnych dla zdań arytmetycznych. Aksjomaty kompozycyjne opisują, jak prawdziwość zdań złożonych zależy od prawdziwości zdań syntaktycznie prostszych, np. $\phi \wedge \psi$ jest prawdziwe dokładnie wtedy, gdy oba zdania ϕ, ψ są prawdziwe.

Klasyczny wynik, który można przypisać Tarskiemu, głosi, że ZFC^- z pełnym schematem indukcji dla formuł zawierających predykat prawdy, nazywana ZFC, może udowodnić niesprzeczność arytmetyki Peano, a zatem dowodzi więcej zdań arytmetycznych niż PA. Z drugiej strony Kotlarski, Krajewski i Lachlan pokazali, że konsekwencje arytmetyczne samej teorii ZFC^- nie wychodzą poza PA.

W naszym referacie opiszemy wyniki dotyczące teorii pośrednich między ZFC^- a ZFC, a w szczególności tego, które naturalne fragmenty ZFC mają konsekwencje arytmetyczne wykraczające poza PA.

Mycielski among trees

Szymon Żeberski szymon.zeberski@pwr.edu.pl

Politechnika Wroctawska

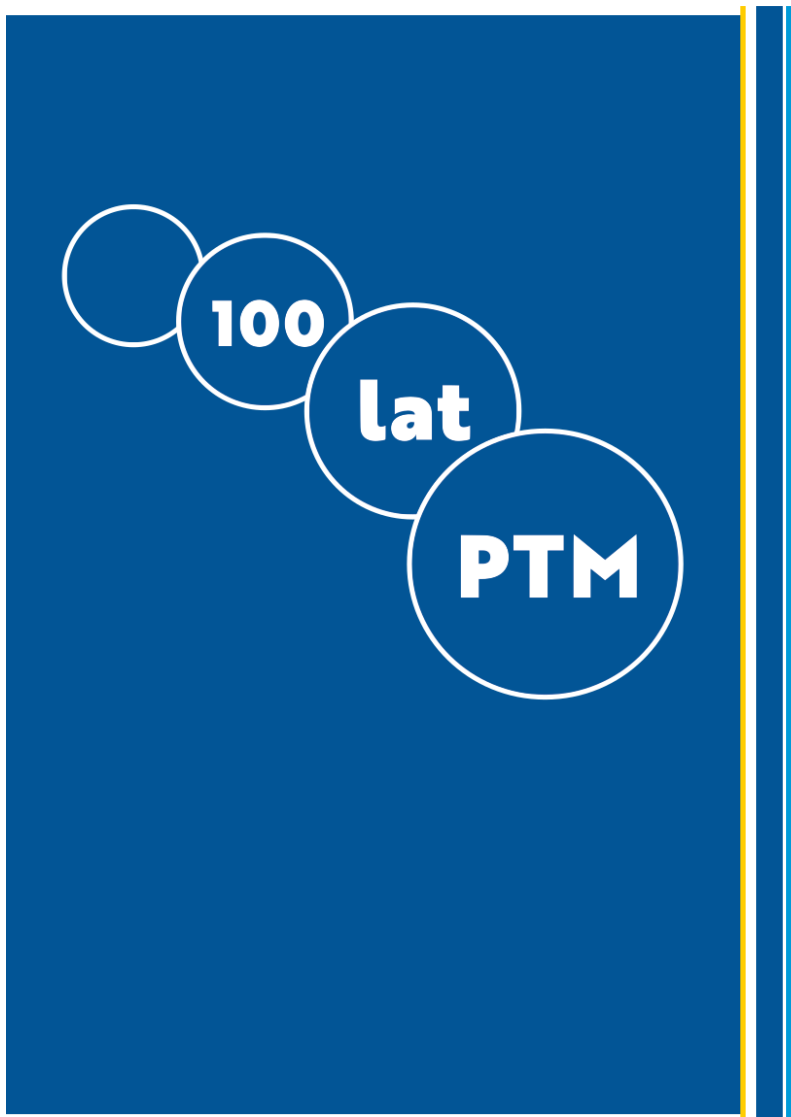
Two-dimensional version of the classical Mycielski theorem says that for every comeager or conull set $X \subseteq [0, 1]^2$ there exists a perfect set $P \subseteq [0, 1]$ such that $P \times P \subseteq X \cup \Delta$. We consider generalizations of this theorem by replacing a perfect square with a rectangle $A \times B$, where A and B are bodies of other types of trees with $A \subseteq B$. In particular, we show that for every comeager G_δ set $G \subseteq \omega^\omega \times \omega^\omega$ there exist a Miller tree M and a uniformly perfect tree $P \subseteq M$ such that $[P] \times [M] \subseteq G \cup \Delta$ and that P cannot be a Miller tree. In the case of measure we show that for every subset F of $2^\omega \times 2^\omega$ of full measure there exists a uniformly perfect tree $P \subseteq 2^{<\omega}$ such that $[P] \times [P] \subseteq F \cup \Delta$ and no side of such a rectangle can be a body of a Silver tree or a Miller tree.

The results were obtained jointly with Robert Rałowski and Marcin Michalski.

References

- [1] M. Michalski, R. Rałowski, S. Żeberski, Mycielski among trees,
<https://arxiv.org/abs/1905.09069>

● [Początek sekcji](#)



statystyka

patron sesji
Jerzy Sława-Neyman



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

The cooperation of nuclear and ℓ_1 norms in revealing the association between HIV disease and brain connectivity structure

Damian Brzyski damian.brzyski@pwr.edu.pl
Politechnika Wroclawska

Classical regression methods treat covariates as a vector and estimate a corresponding vector of regression coefficients. In medical applications, however, regressors in a form of multidimensional arrays can be often met. For example, one may be interested in identifying regions of the brain associated with an outcome of interest based on MRI images. Turning such image array into a vector is an unsatisfactory solution, since it destroys the inherent spatial structure of the image and could be very challenging from the computational point of view. In my talk, I will present an alternative approach, where the whole matrix of regression coefficients is estimated. The method we propose, called Sparsity Inducing Nuclear Norm Estimator (SPINNER), simultaneously imposes two types of penalties on the matrix – the nuclear and ℓ_1 norms – to encourage the low rank of the solution and its entry-wise sparsity. Our software allows for the automatic selection of the weights defining the optimal trade-off between two considered types of penalties. SPINNER has been applied to investigate associations between brain's structural connections and HIV disease-related outcomes.

References

- [1] H. Zhou, Lexin Li *Regularized matrix regression*, JRSS-B, 76(2), 2013.

● [Początek sekcji](#)

Estimation of treatment effects in cancer clinical trials when the proportional hazard assumption is not fulfilled

Tomasz Burzykowski tomasz.burzykowski@uhasselt.be
Hasselt University, Belgium

Currently, treatment effects in cancer clinical trials with time-to-event endpoints are estimated almost exclusively by using the proportional-hazard (PH) model. The PH assumption is, however, very restrictive and is almost surely not fulfilled in the case of, for instance, modern immunotherapies. Thus, there is a need to develop and use other methods of the estimation of treatment effects. In the presentation several such methods will be reviewed, including the accelerated failure-time model, the restricted mean survival time, and the cure-fraction model.

● [Początek sekcji](#)

Efektywność pośrednia w nieparametrycznych problemach testowania

Bogdan Ćmiel cmielbog@mat.agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

Zdefiniujemy efektywność pośrednią, omówimy jej własności oraz przedyskutujemy jej praktyczną interpretację. Pokażemy, że efektywność pośrednia jest dobrym narzędziem do teoretycznego porównywania testów nieparametrycznych. Przedstawimy twierdzenia o efektywności pośredniej oraz symulacje numeryczne potwierdzające użyteczność tych twierdzeń na przykładach problemów testowania stochastycznego uporządkowania oraz testowania zgodności. Twierdzenia te oraz symulacje będą dotyczyły testów typu Kołmogorowa-Smirnowa i Andersona-Darlinga. Przedstawiony referat będzie streszczeniem wyników z pracy Ingłot et al. (2019) i Ćmiel et al. (2019).

Bibliografia

- [1] T. Ingłot, T. Ledwina, B. Ćmiel, *Intermediate efficiency in nonparametric testing problems with an application to some weighted statistics*, ESAIM: Probability and Statistics, <https://doi.org/10.1051/ps/2018022> (2019)
- [2] B. Ćmiel, T. Ingłot, T. Ledwina, *Intermediate efficiency of some weighted goodness-of-fit statistics*, <http://arxiv.org/abs/1906.09143> (2019)

● [Początek sekcji](#)

(dual-frequency)-dependent dynamic functional connectivity analysis of visual working memory capacity

Anna Dudek aedudek@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

We develop a novel methodology for studying the dynamic functional connectivity within the brain from EEG traces. Our observations consist of replicated realizations of spatio-temporal processes that are locally time-harmonizable. Our bootstrap-based methodology estimates confidence intervals for both the spatial time-varying Loève-spectrum and the spatial time-varying dual-frequency coherence functions under realistic modeling assumptions. We illustrate the application of this methodology on a data set arising from an experiment designed to assess the capacity of the visual working memory. Our real data analysis pipeline starts with the clustering of our replicated time series obtained from toroidal mixture modeling of the corresponding response variables which describe the quality of memorization. Then we estimate the spatial time-varying dual-frequency coherence functions and the corresponding connectivity matrices within each cluster. This procedure allows us to potentially identify specific patterns in the dynamic functional connectivity characterizing each cluster. More specifically we

reveal that better visual working memory performance is apparently associated to longer connectivity period within the prefrontal cortex between the alpha-beta frequency bands during the memorization task.

Joint work with J. Aston, D. Dehay, J-M. Freyermuth, D. Scucs, L. Colling

References

- [1] J. Aston, D. Dehay, A.E. Dudek, J-M. Freyermuth, D. Scucs, L. Colling, *(dual-frequency)-dependent dynamic functional connectivity analysis of visual working memory capacity*, submitted.

● [Początek sekcji](#)

Analysis of Langevin Monte-Carlo via convex optimization

Alain Durmus alain.dirmus@cmla.ens-cachan.fr

ENS Paris-Saclay

We provide new insights on the Unadjusted Langevin Algorithm. We show that this method can be formulated as a first order optimization algorithm of an objective functional defined on the Wasserstein space of order 2. Using this interpretation and techniques borrowed from convex optimization, we give a non-asymptotic analysis of this method to sample from log concave smooth target distribution. Our proofs are then easily extended to the Stochastic Gradient Langevin Dynamics, which is a popular extension of the Unadjusted Langevin Algorithm. Finally, this interpretation leads to a new methodology to sample from a non-smooth target distribution, for which a similar study is done. This is a joint work with Szymon Majewski and Błażej Miasojedow. ● [Początek sekcji](#)

Testing covariance structure and estimation of unknown parameters under doubly multivariate models

Katarzyna Filipiak katarzyna.filipiak@put.poznan.pl

Politechnika Poznańska

The covariance matrix of doubly multivariate data has often a separable structure, that is it can be presented as a Kronecker product of two positive definite matrices. In particular, one of the separability components can be further specified, as e.g. compound symmetry or autoregression of order one. In this talk two methods of covariance structure fitting will be presented, as well as two testing procedures based on the likelihood ratio and Rao score test will be developed. Using simulation studies it will be shown that the Rao score test outperforms the likelihood ratio test in the number of contexts. Finally, the estimators of unknown parameters under the tri-linear multivariate model will be given.

All the results will be illustrated by real data examples.

References

- [1] K. Filipiak and D. Klein, *Approximation with a Kronecker product structure with one component as compound symmetry or autoregression*, Linear Algebra Appl. 559: 11–33 (2018).
- [2] K. Filipiak and D. Klein, *Estimation of parameters under a generalized growth curve model*, J. Multivariate Anal. 158: 73–86 (2017).
- [3] K. Filipiak, D. Klein, and A. Roy, *A comparison of likelihood ratio tests and Rao's score test for three separable covariance matrix structures*, Biometrical J. 59: 192–215 (2017).
- [4] K. Filipiak, D. Klein, and A. Roy, *Score test for a separable covariance structure with the first component as compound symmetric correlation matrix*, J. Multivariate Anal. 150: 105–124 (2016).

● [Początek sekcji](#)

Szacowanie błędu klasyfikacji w źle wyspecyfikowanym modelu regresji binarnej

Konrad Furmańczyk konfur@wp.pl

Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki SGGW

W referacie zostanie przedstawione oszacowanie ekscesu ryzyka dla błędu klasyfikacji w źle wyspecyfikowanym modelu regresji binarnej. Podamy wyniki dla klasyfikacji opartej o regresję logistyczną oraz klasyfikację liniową. Uzyskane wyniki są oparte na pracach [1]–[3].

Bibliografia

- [1] M. Kubkowski, *Misspecification of binary regression model: properties and inferential procedures. Ph.D. Thesis*, Warsaw University of Technology, Warsaw, 2019.
- [2] M. Kubkowski and J. Mielniczuk, *Selection consistency of two-step selection method for misspecified logistic model*, Submitted
- [3] T. Zhang, *Statistical behavior and consistency of classification methods based on convex risk minimization*, Ann. Stat. 32: 56–134 (2004).

● [Początek sekcji](#)

Nieparametryczna estymacja prawdopodobieństw ruiny w modelach przetącznikowych

Lesław Gajek leslaw.gajek@p.lodz.pl

Politechnika Łódzka

Modele przetącznikowe uogólniają wiele znanych modeli ryzyka w ubezpieczeniach (zobacz na przykład Lu (2006)). Wykorzystują one łańcuch Markowa, który zmienia rozkład wielkości szkody lub/i czasu oczekiwania na nią, natomiast ubezpieczyciel może dostosować swoją strategię zmieniając wysokość składki. W

pracy Gajek, L. , Rudź, M. (2018) pokazano, że wektor prawdopodobieństw ruiny w nieskończonym horyzoncie czasu, Ψ , jest punktem statym wektorowego operatora ryzyka w tym modelu. Operator ryzyka jest kontrakcją w odpowiedniej przestrzeni metrycznej, co ma istotne znaczenie dla naszej metody estymacji. Konstruując odpowiedni empiryczny operator ryzyka, definiujemy jego punkt staty Ψ_n jako estymator wektora Ψ . Pokażemy, że estymator Ψ_n jest zbieżny do Ψ w odpowiedniej ważonej metryce średniokwadratowej.

Bibliografia

- [1] Y. Lu, *On the severity of ruin in a Markov-modulated risk model*, Scandinavian Actuarial Journal, 4: 183–202 (2006).
- [2] L. Gajek and M. Rudź, *Banach Contraction Principle and ruin probabilities in regime switching-models*, Insurance: Mathematics and Economics, 80: 45–53 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Model selection in the space of coloured Gaussian models

Piotr Graczyk graczyk@univ-angers.fr

Larema Université d'Angers, Francja

In order to make Graphical Gaussian Models a viable modeling tool in the modern Big Data Science, i.e. when the number of variables outgrows the number of observations, Højsgaard and Lauritzen introduced in 2008 model classes which set equality restrictions on certain entries of covariance matrix or precision matrix. Such models can be represented by coloured graphs.

The estimation theory for Coloured Graphical Models is well established, whereas the Model Selection within the Coloured Graphical Models class is still not satisfactory. We consider multivariate Gaussian models for the random variable $X = (X_1, \dots, X_p)$, invariant under the action of a subgroup of the group of permutations on $\{1, \dots, p\}$. Using the representations of the symmetric group on the field of reals, we derive the analytic expression of the normalizing constant of the Diaconis-Ylvisaker conjugate prior for the precision parameter $K = \Sigma^{-1}$. We can thus perform Bayesian model selection in the class of complete Gaussian models invariant (coloured) by the action of a subgroup of the symmetric group, which we could also call complete RCOP models. We illustrate our results with Frets' Heads example of dimension 4, several simulated examples of dimension $p < 9$ and a high-dimensional example with $p = 100$ in the case of a cyclic group generated by one permutation.

This is a joint work with H. Ishi(Nagoya), B. Kołodziejek(Pol. Warszawska) and H. Massam(Toronto).

References

- [1] Højsgaard, S.; Lauritzen, S. L. *Graphical Gaussian models with edge and vertex symmetries*. J. R. Stat. Soc. Ser. B, 70:1005–1027, 2008.

- [2] Maathuis, M., Drton, M., Lauritzen, S. and Wainwright, M. Editors , *Handbook of Graphical Models*, Chapman and Hall - CRC Handbooks of Modern Statistical Methods, Chapman and Hall - CRC, 2018, 536 p.

[● Początek sekcji](#)

Brain Connectivity-Informed Adaptive Regularization for Generalized Outcomes

Jaroslav Harezlak harezlak@iu.edu

Indiana University, USA

A challenging problem in the brain imaging research is a principled incorporation of information from different imaging modalities in regression models. Frequently, data from each modality is analyzed separately using, for instance, dimensionality reduction techniques, which result in a loss of information. We propose a novel regularization method, griPEER (generalized ridgeified Partially Empirical Eigenvectors for Regression) to estimate the association between the brain structure features and a scalar outcome within the generalized linear regression framework. griPEER provides a principled approach to use external information from the structural brain connectivity to improve the regression coefficient estimation. Our proposal incorporates a penalty term, derived from the structural connectivity Laplacian matrix, in the penalized generalized linear regression. We address both theoretical and computational issues and show that our method is robust to the incomplete structural brain connectivity information. griPEER is evaluated via extensive simulation studies and it is applied in classification of the HIV+ and HIV- individuals.

[● Początek sekcji](#)

Heavy-Tailed Distributions in Models of Secondary Tumors

Marek Kimmel kimmel@rice.edu

Rice University, USA

Recent progress in microdissection and in DNA sequencing has facilitated the subsampling of multi-focal cancers in organs such as the liver in several hundred spots, helping to determine the pattern of mutations in each of these spots. These studies have led to diverse conclusions concerning the Darwinian (selective) or neutral evolution in cancer. Mathematical models of the development of multi-focal tumors have been devised to support these claims. We offer a model for the development of a multifocal tumor: it is a mathematically rigorous refinement of a model of Ling et al. (2015). Guided by numerical studies and simulations, we show that the rigorous model, in the form of an infinite-type branching process, displays distributions of tumor size which have heavy tails and moments that become infinite in finite time. To demonstrate these points, we obtain bounds on the tails of the distributions of the process and an infinite series expansion for

the first moments. In addition to its inherent mathematical interest, the model is corroborated by recent literature on apparent super-exponential growth in cancer metastases.

Joint work with Philip Ernst, Monika Kurpas and Quan Zhou

References

- [1] P. Ernst, M. Kimmel, M. Kurpas and Q. Zhou, *Heavy-tailed distributions in branching process models of secondary cancerous tumors*, Adv. Appl. Prob. 50A 99 – 114 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Bayesian image analysis in transformed spaces

John Kornak john.kornak@ucsf.edu

University of California, USA

Bayesian image analysis can improve image quality, by balancing a priori expectations of image characteristics, with a model for the noise process via Bayes Theorem. We will give a reformulation of the conventional Bayesian image analysis paradigm in Fourier and wavelet spaces, e.g. for Fourier space the prior and likelihood are given in terms of spatial frequency signals. By specifying the Bayesian model in transformed spaces, spatially correlated priors, that are relatively difficult to model and compute in conventional image space, can be efficiently modeled as a set of independent processes across; the priors are modeled as independent over the transformed space, but tied together by defining a parameter function over the space for the values of the pdf parameters. The originally inter-correlated and high-dimensional problem in image space is thereby broken down into a series of (trivially parallelizable) independent one-dimensional problems. We will describe the Bayesian image analysis in transformed space modeling approach, illustrate its computational efficiency and speed, and demonstrate useful properties such as isotropy and resolution invariance to model specification which are difficult to obtain in the conventional formulation. We will describe applications in medical imaging, and contrast with results using conventional Bayesian image analysis models. Finally, we will showcase a Python package that is under development to make the approach widely accessible.

● [Początek sekcji](#)

Odporna estymacja 'szkieletu' rozkładu wielowymiarowego

Andrzej Kozek Andrzej.Kozek@mq.edu.au

Macquarie University, Australia

Rozważany jest problem estymacji 'szkieletu' wielowymiarowego rozkładu P w R^k rozumianego jako zbiór S_n złożony z n punktów w R^k dobranych tak, by dyskretny rozkład jednostajny na S_n możliwie jak najlepiej przybliżał oryginalny

i nieznanym rozkładem P . Estymacja jest oparta na N niezależnych obserwacjach X_1, X_2, \dots, X_N o tym samym rozkładzie P gdzie $n \ll N$. Zakładamy, że ilość punktów n w S_n jest znana. Proponowana metoda jest na tyle elastyczna, że zwiększenie n wykorzystuje wcześniej dokonane obliczenia. Proponowane jest łącznie zastosowanie kilku znanych teorii i metod: metody wielowymiarowych kwantyli (Koltchinskii, Chaudhuri), odpornej metody ich estymacji używając M-estymatorów (Huber), interpretacji M-funkcjonałów jako kwantyli rozkładów zakłóconych (Pawlak, Kozek) oraz teorii równomiernych sekwencyjnych rozkładów punktów (low discrepancy points (ldp), Woźniakowski, Chen i inni). Startując z n punktami ldp w kuli jednostkowej w \mathbb{R}^k wybieramy do estymacji odpowiadające tym punktom n k -wymiarowe kwantyle. Kwantyle te estymujemy odpornie (robust) przy pomocy specjalnie dobranych M-estymatorów. Rezultatem jest estymator 'szkieletu' składający się z n punktów oszczędnie aproksymujący wyjściowy k -wymiarowy rozkład. W pracy badamy asymptotyczne własności proponowanej metody.

● [Początek sekcji](#)

Two-step selection method for misspecified binary regression

Mariusz Kubkowski m.kubkowski@mini.pw.edu.pl
 Politechnika Warszawska

Współautor:

Jan Mielniczuk j.mielniczuk@ipipan.waw.pl
 Politechnika Warszawska

Rozważamy dwuetapową procedurę selekcji predyktorów w sytuacji, gdy model regresji binarnej:

$$\mathbb{P}(Y = 1 | \mathbf{X} = \mathbf{x}) = q(\mathbf{x}) \quad (19)$$

jest źle wyspecyfikowany, tj. $q(\mathbf{x}) = q(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})$ i odpowiadająca funkcja minus log-wiarogodności nie jest równa założonej funkcji straty ρ . Badamy problem znalezienia zgodnego estymatora $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ parametru $\boldsymbol{\beta}^*$ minimalizującego funkcję ryzyka:

$$R(\mathbf{b}) = \mathbb{E} \rho(\mathbf{b}^T \mathbf{X}, Y)$$

dla $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^p$. Celem selekcji w rozważanym przez nas problemie jest znalezienie takiego wektora $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, który ma taki sam nośnik jak $\boldsymbol{\beta}^*$ z wysokim prawdopodobieństwem. Proponowana procedura składa się z odsiewania i porządkowania predyktorów przy użyciu metody Lasso w pierwszym kroku, a następnie wybrania zbioru minimalizującego Uogólnione Kryterium Informacyjne w powstałej rodzinie modeli. Omawiamy warunki dostateczne zgodności wyboru predyktorów w tej procedurze.

We consider two-stage selection procedure when the underlying binary regression model:

$$\mathbb{P}(Y = 1 | \mathbf{X} = \mathbf{x}) = q(\mathbf{x}) \quad (20)$$

is misspecified, ie. $q(\mathbf{x}) = q(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})$ and the corresponding minus log-likelihood function is not equal considered loss function ρ . We study a problem of finding consistent estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ of the parameter $\boldsymbol{\beta}^*$, which minimizes risk function:

$$R(\mathbf{b}) = \mathbb{E}\rho(\mathbf{b}^T \mathbf{X}, Y)$$

for $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^p$. The main aim of selection in the considered problem is to find vector $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ which recovers the support of $\boldsymbol{\beta}^*$ with high probability. Proposed procedure consists of screening and ordering of predictors using Lasso method and then selecting a subset of predictors which minimizes Generalized Information Criterion on the corresponding nested family. We discuss sufficient conditions for consistent selection of predictors in this procedure.

Bibliografia

- [1] M. Kubkowski, J. Mielniczuk *Selection consistency of Lasso-based procedures for misspecified high-dimensional binary model and random regressors*, arXiv preprint arXiv:1906.04175, 2019.
- [2] M. Kubkowski, *Misspecification of binary regression model: properties and inferential procedures*, PhD thesis (under review), 2019.

● [Początek sekcji](#)

Limit theorems for empirical cluster functionals with applications to statistical inference

Rafał Kulik rkulik@uottawa.ca
University of Ottawa, Canada

Limit theorems for empirical cluster functionals are discussed. Conditions for weak convergence are provided in terms of tail and spectral tail processes and can be verified for a large class of multivariate time series, including geometrically ergodic Markov chains. Applications include asymptotic normality of blocks and runs estimators for the extremal index and other cluster indices. Results for multiplier bootstrap processes are also provided.

References

- [1] H. Drees, *Limit theorems for empirical cluster functionals*, *Annals of Statistics* **38**: 2145–2186 (2010).
- [2] R. Kulik, P. Soulier, O. Wintenberger, *The tail empirical process of regularly varying functions of geometrically ergodic Markov chains*, *Stochastic Processes and their Applications* (2019).
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.spa.2018.11.014>.
- [3] R. Kulik, P. Soulier, *Heavy Tailed Time Series*, Springer, 2020.

● [Początek sekcji](#)

Non-asymptotic Analysis of Biased Stochastic Approximation Schemes

Błażej Miasojedow b.miasojedow@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Stochastic approximation (SA) is a key method used in statistical learning. Recently, its non-asymptotic convergence analysis has been a fundamental issue considered in many papers. However, most of these analyses are made under restrictive assumptions such as unbiased gradient estimates and convex objective function, which significantly limit their applications to sophisticated tasks such as online and reinforcement learning. These restrictions are all essentially relaxed in this work. In particular, we consider two general SA schemes to minimize a non-convex objective function. We consider update procedure whose mean field is not necessarily of gradient-type, covering in particular approximate second-order method and allow the one-step update to be a biased estimator of the target mean-field. We illustrate these settings with the online EM algorithm and the policy-gradient method for average reward maximization in reinforcement learning.

References

- [1] B. Karimi, B. Miasojedow, E. Moulines, H.-T. Wai, *Non-asymptotic Analysis of Biased Stochastic Approximation Scheme*, Proceedings of the Thirty-Second Conference on Learning Theory, 1944–1974, 2019.

● [Początek sekcji](#)

Poisson Tree MCMC

Wojciech Niemiro W.Niemiro@mimuw.edu.pl.com
Uniwersytet im. Mikołaja Kopernika w Toruniu

Co-authors:

Tomasz Cąkała tc360950@mimuw.edu.pl.com
Uniwersytet Warszawski

Błażej Miasojedow B.Miasojedow@mimuw.edu.pl.com
Uniwersytet Warszawski

Poisson Tree MCMC algorithms belong to the family of “particle MCMC” (pMCMC) algorithms introduced by Andrieu et al. (JRSS (B) 2010), including particle Metropolis-Hastings and particle Gibbs Sampler. We introduced versions of these algorithms in which the number of “children” of a particle at a given time has a Poisson distribution. In contrast with the classical versions with deterministic number of particles, Poisson Tree MCMC can be directly applied to compute posterior distributions for continuous time semi-Markov processes. We show that Poisson Tree MCMC algorithms preserve the target (posterior) distribution on the space of trajectories of the hidden process. We also prove that for discrete time models, Poisson Tree Gibbs Sampler is uniformly ergodic.

Another advantage of our scheme is that descendants of different particles can evolve independently. This makes it easy to parallelize computations. Simulations show that this leads to a substantial gain in efficiency.

References

- [1] C. Andrieu, A. Doucet, R. Holenstein, *Particle Markov chain Monte Carlo methods*. Journal of the Royal Statistical Society B, 2010
- [2] F. Lindsten, M.I. Jordan, T.B. Schön, *Particle Gibbs with Ancestor Sampling*, Journal of Machine Learning Research, 2014

[● Początek sekcji](#)

Statistical Real-Time Tools for Exploring Dependence in Multivariate Time Series

Hernando Ombao ombaostat@gmail.com

King Abdullah University of Science and Technology, Saudi Arabia

This work is motivated by the problem of characterizing multi-scale changes in multivariate time series resulting from an external stimulus or shock to the system. One particular goal is to develop a method that can track real-time changes in dependence. This talk will cover a quick overview of the classical measures: coherence, partial coherence and dual-frequency coherence and then introduce some non-stationary generalizations of these (in particular, the evolutionary dual-frequency coherence). We then discuss partial directed coherence which, unlike the previously mentioned measures, can capture directionality between components under the framework of vector autoregressive processes. The latter part of the talk will cover some of the real-time techniques for estimating the different measures of connectivity and for extracting low-dimensional signal summaries. These methods will be critical for understanding biofeedback and adjusting the stimuli adaptively during the experiment. These methods will be applied to various brain signals to track dynamic changes in connectivity in an experiment that seeks to find associations between brain physiological signals and creative thinking. This is joint work with the Biostatistics Research Group at KAUST (Dr. Chee-Ming Ting and Marco Pinto).

[● Początek sekcji](#)

Metody najbliższego sąsiada w modelowaniu predykcyjnym

Miroslaw Pawlak mirek.pawlakk@gmail.com

University of Manitoba i Akademia Górniczo-Hutnicza

Metody najbliższego sąsiada są jednymi z najprostszych oraz intuicyjnie atrakcyjnych procedur stosowanych w nieparametrycznym uczeniu oraz predykcji. Są one szczególnie przydatne w sytuacjach, w których nieznaną jest struktura danych, a dane bezpośrednio decydują o jakości predykcji. Metody najbliższego

sąsiada wymagają wyboru miary odległości i schematu ważenia. Wiele znanych algorytmów uczenia takich jak losowe lasy, *AdaBoost* czy *gradient boosting* mogą być postrzegane jako ważne metody najbliższego sąsiada z prawidłowo wyuczoną funkcją odległości.

W referacie omówię wykorzystanie metod najbliższego sąsiada w kontekście nieparametrycznej analizy regresyjnej i szeregów czasowych. W szczególności, przedstawię wybrane klasy modeli nieparametrycznych i semi-parametrycznych dla szeregów czasowych. Ponadto omawiany będzie problem nieparametrycznego testowania modelu i przekleństwo wymiaru w przypadku danych wielowymiarowych.

Bibliografia

- [1] G. Biau and L. Devroye, *Lectures on the Nearest Neighbour Method*, Springer-Verlag, Berlin, 2015.
- [2] W. Greblicki and M. Pawlak, *Nonparametric System Identification*, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.

● [Początek sekcji](#)

A novel weighted likelihood estimation with empirical Bayes flavor

Krzysztof Podgórski Krzysztof.Podgorski@stat.lu.se
Lund University, Szwecja

We propose a novel approach to estimation, where a set of estimators of a parameter is combined into a weighted average to produce the final estimator. The weights are chosen to be proportional to the likelihood evaluated at the estimators. We investigate the method for a set of estimators obtained by using the maximum likelihood principle applied to each individual observation. The method can be viewed as a Bayesian approach with a data driven prior distribution. We provide several examples illustrating the new method, and argue for its consistency, asymptotic normality, and efficiency. We also conduct simulation studies to assess the performance of the estimators. This straightforward methodology produces consistent estimators comparable with those obtained by the maximum likelihood method. The method also approximates the distribution of the estimator through the ‘posterior’ distribution. Many straightforward generalizations are suggested and can be subject future studies. The talk is based on (Hossain et al. 2018) and provides an alternate estimation in the singular cases of likelihood discussed in (Podgórski and Vallin 2015).

References

- [1] Podgórski, K., Wallin, J. *Maximizing leave-one-out likelihood for the location parameter of unbounded densities*, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* 67(1):19–38 (2015).
- [2] Hossain, M., Kozubowski, T.J., Podgórski, K. *A novel weighted likelihood estimation with empirical Bayes flavor*, *Communications in Statistics – Si-*

Geometria rozbicia MAP w bayesowskich modelach mieszanek

Łukasz Rajkowski l.rajkowski@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Współautor: John Noble

Bayesowskie modele mieszanek stanowią jedno z narzędzi do przeprowadzania analizy skupień. Ich istotą jest nałożenie pewnego rozkładu prawdopodobieństwa (*prawdopodobieństwo a priori*) na możliwe rozbicia danych na grupy i oparciu wnioskowania o rozkład warunkowy (*a posteriori*), wykorzystując rozkład prawdopodobieństwa danych pod warunkiem rozbicia (rozkład próbkowy) oraz twierdzenie Bayesa. W moich badaniach analizuję własności rozbicia maksymalizującego prawdopodobieństwo a posteriori (tzw. rozbicia MAP). W sytuacji, gdy rozkład próbkowy jest skonstruowany przy użyciu sprzężonych rodzin wykładniczych, dowolne dwie grupy w estymatorze MAP są rozdzielone przez poziomnice liniowego funkcjonatu statystyki dostatecznej. W szczególności, gdy w ramach danej grupy dane losowane są z rozkładu gaussowskiego o nieznannej średniej i macierzy kowariancji (losowanymi odpowiednio z rozkładów gaussowskiego i Wisharta), oznacza to możliwość rozdzielenia dowolnych dwóch grup przez kwadrykę (powierzchnię określoną równaniem drugiego stopnia). W przypadku, gdy wewnątrzgrupowa macierz kowariancji jest ustalona, grupy są rozdzielone przez hiperpłaszczyznę, co stanowi elegancki odpowiednik własności regionów decyzyjnych w analizie dyskryminacyjnej Fishera.

Bibliografia

- [1] Ł. Rajkowski and J. Noble, *A note on the geometry of the MAP partition in Conjugate Exponential Bayesian Mixture Models*, arXiv preprint, arXiv:1902.01141v2 (2019).

A regression framework for multi-view analysis of high-dimensional structured data

Timothy Randolph trandolp@fredhutch.org
Fred Hutchinson Cancer Center, Seattle, USA

The analysis of genomic and other 'omics data is often carried out from multiple perspectives. For example, one sample from a microbiome study involves many microbial measurements, but these measures may take multiple forms (species abundance, species presence, microbe gene counts, etc) and have auxiliary information (phylogenetic relatedness, metabolic potential, etc). These multiple "views" of each sample don't fit neatly into standard statistical analyses

or dimension-reduction methods. Here we present a framework of incorporating more than one view of such data into both dimension-reduction methods and penalized regression models.

● [Początek sekcji](#)

Szybka i odporna selekcja cech w modelach regresyjnych

Wojciech Rejchel wrejchel@gmail.com
Uniwersytet im. Mikołaja Kopernika w Toruniu

Współautorka: Małgorzata Bogdan (Uniwersytet Wrocławski)

Selekcja cech jest zagadnieniem ważnym, zwłaszcza gdy badamy wysokowymiarowe zbiory danych, w których liczba cech znacząco przekracza liczbę obserwacji. W wielu przypadkach znalezienie małego zbioru złożonego z cech istotnych jest równie ważne, bądź ważniejsze, jak poprawna estymacja czy predykcja.

Rozważamy problem selekcji cech w modelu $Y_i = g(\beta'X_i, \varepsilon_i)$, $i = 1, \dots, n$, gdzie $Y_i \in \mathbb{R}$ jest zmienną zależną, $X_i \in \mathbb{R}^p$ wektorem cech, β prawdziwym parametrem oraz ε_i błędem losowym. Zakładamy, że nieznaną funkcję g jest rosnąca względem pierwszej zmiennej. Rozkład błędów ε_i jest dowolny, w szczególności nie wymagamy istnienia jego momentów.

Proponujemy prostą i obliczeniowo szybką procedurę selekcji cech, która oparta jest na standardowym algorytmie Lasso ze zmiennymi Y_i zastąpionymi przez ich rangi R_i . Przedstawimy teoretyczne i numeryczne wyniki dotyczące zgodności w wyborze modelu naszych metod. Zaproponowane rozwiązania porównamy z procedurą LADLasso [1], która jest często używanym narzędziem w odpornej selekcji cech.

Bibliografia

- [1] J. Fan, Y. Fan and E. Barut, *Adaptive robust variable selection*, Ann. Statist., 42: 324–351 (2014).

● [Początek sekcji](#)

Własności estymatorów w modelowaniu przyczynowości

Krzysztof Rudaś k.rudas@mini.pw.edu.pl
Politechnika Warszawska

Od kilku lat modelowanie przyczynowości staje się coraz istotniejszą gałęzią statystyki, wykorzystywaną między innymi w medycynie czy kampaniach marketingowych. Celem modelowania przyczynowości jest wskazanie elementów populacji (np. pacjentów) dla których nasze działanie (np. nowa terapia) daje pozytywne rezultaty. Aby uzyskać tę informację, porównuje się dwie sytuacje. Pierwsza, kiedy dany element populacji został poddany działaniu i druga, kiedy nie został. Niestety nie posiadamy tych dwóch informacji jednocześnie. Problem ten rozwiązuje się, stosując podział całej populacji na zbiór eksperymentalny i

kontrolny, a następnie estymując różnicę zysku w tych dwóch sytuacjach.

W swojej prezentacji skupię się na założeniu liniowości odpowiedzi w obydwu grupach. Wówczas najpopularniejszą metodą estymacji jest model podwójny. Metoda ta polega na konstrukcji dwóch estymatorów liniowych, odpowiednio na grupie eksperymentalnej i kontrolnej i policzenia różnicy między nimi. W swoim wystąpieniu zaprezentuję metody alternatywne, a także porównam ich własności z modelem podwójnym.

Bibliografia

- [1] K. Rudaś and S. Jaroszewicz, *Linear regression for uplift modeling*, Data Mining and Knowledge Discovery vol.32, num.5: 1275–1305 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Zmienność średnich i kwantyli mieszanek uporządkowanych rozkładów przy niedokładnym wyborze rozkładu a priori

Tomasz Rychlik trychlik@impan.pl

Polska Akademia Nauk

Rozważamy rodziny rozkładów prawdopodobieństwa indeksowane parametrami z przedziału osi rzeczywistej. Zakładamy jedynie, że wzrost wartości parametru powoduje wzrost rozkładu względem standardowego porządku stochastycznego. Badamy konsekwencje nieprecyzyjnego wyboru rozkładu a priori na zbiorze parametrów modelu. Dokładniej, wybieramy ustalony rozkład a priori, podczas gdy rzeczywisty rozkład a priori należy do jego nieparametrycznego otoczenia. Wówczas wyznaczamy optymalne dolne i górne oszacowania różnic między wartościami oczekiwanymi i kwantylami mieszanek względem prawdziwego i założonego rozkładu mieszającego w różnych jednostkach skali.

● [Początek sekcji](#)

Zasada Morozowa dla poissonowskich problemów odwrotnych

Zbigniew Szkutnik szkutnik@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Rozważymy problem odwrotnej estymacji funkcji intensywności procesu Poissona. Dla zaobserwowanego procesu Poissona (tzn. losowej miary punktowej) o funkcji intensywności $g = \mathcal{K}f$, gdzie \mathcal{K} jest pewnym zwartym operatorem działającym między pewnymi ośrodkowymi przestrzeniami Hilberta, chcemy wyestymować funkcję f . Jest to ogólna postać tzw. poissonowskiego problemu odwrotnego, zwykle źle postawionego w sensie Hadamarda. Jego rozwiązanie wymaga zastosowania jakiejś formy regularyzacji i związanej z nią, opartej na danych metody wyboru parametru wygładzającego. Przedstawimy pewną ogólną konstrukcję metody wyboru parametru regularyzacji odpowiednią dla tego typu problemów, a opartą na tzw. zasadzie rozbieżności Morozowa. W odróżnieniu od podobnych

metod opisanych w literaturze, nie będzie potrzebna dyskretyzacja rozważanego problemu. Omówimy pewne własności asymptotyczne otrzymanych estymatorów i przykładowe zastosowania do problemów stereologicznych sformułowanych jako poissonowskie problemy odwrotne.

● [Początek sekcji](#)

Classifier chains for multi-label classification

Paweł Teisseyre Pawel.Teisseyre@ipipan.waw.pl
Polska Akademia Nauk

Multi-label classification (MLC) has received increasing attention in recent years, motivated by a large number of new applications. In MLC each object of our interest is described by a vector of features and a vector of binary labels. The main objective is to build a model which predicts labels using features. For example in medical diagnosis the goal is to predict occurrences of diseases using some information about a patient. Classifier chains (CC) are among the most popular and successful methods used in MLC. The goal of the talk is to present various modifications of standard CC method, e.g. adaptive classifier chains (ACC) and parsimonious classifier chains (parCC). The modifications aim to build powerful models under a constraint on the total number of features. Reducing the number of features is crucial in the domains where the acquisition of the feature values is costly, e.g. in medical diagnosis where each diagnostic test is associated with its cost.

References

- [1] P. Teisseyre, *CCnet: Joint multi-label classification and feature selection using classifier chains and elastic net regularization*, *Neurocomputing* 235: 98–111 (2017).
- [2] P. Teisseyre and D. Zufferey and M. Słomka, *Cost-sensitive classifier chains: selecting low-cost features in multi-label classification*, *Pattern Recognition* 86: 290–319 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Asymptotics of the overflow in urn models

Jacek Wesółowski wesolo@mini.pw.edu.pl
Politechnika Warszawska

The number of occupied urns after n balls have been thrown in is often interpreted as a measure of richness. In diversity analysis, the number M_k of urns with exactly k balls, is called abundance count of order k and a popular estimator of species richness, called Chao estimator, is based on M_1 and M_2 , Chao and Chiu (2016).

Balls (n of them) are to be placed into urns, each urn of capacity r . If the

urn selected for the given ball is already full, the ball lands in the overflow. We study the size of the overflow, $V_{n,r}$, when $n \rightarrow \infty$. Hwang and Janson (2008) covered the Poissonian asymptotic of $V_{n,1}$. We establish Poissonian and Gaussian asymptotics of $V_{n,r}$ for any $r \geq 1$. Note that the abundance count, $M_{n,r}$, is the *second discrete derivative* of $V_{n,r}$, i.e. its asymptotics can be read out from that of $V_{n,r}$.

The talk is based on Gouet, Hitczenko and Wesotowski (2019).

References

- [1] A. Chao, C.-H. Chiu, *Species richness: estimation and comparison*, WileyStatsRef: Statistics Reference Online: 126 (2016).
- [2] R. Gouet, P. Hitczenko, J. Wesotowski, *Asymptotics of the overflow in urn models*, arXiv 1905.06663: 1–23 (2019).
- [3] H.K. Hwang, S. Janson, *Local limit theorems for finite and infinite urn models*, Ann. Probab. 36(3): 992–1022 (2008).

● [Początek sekcji](#)

Adaptacyjny jednostronny dwupróbkowy test Kaplana–Meiera

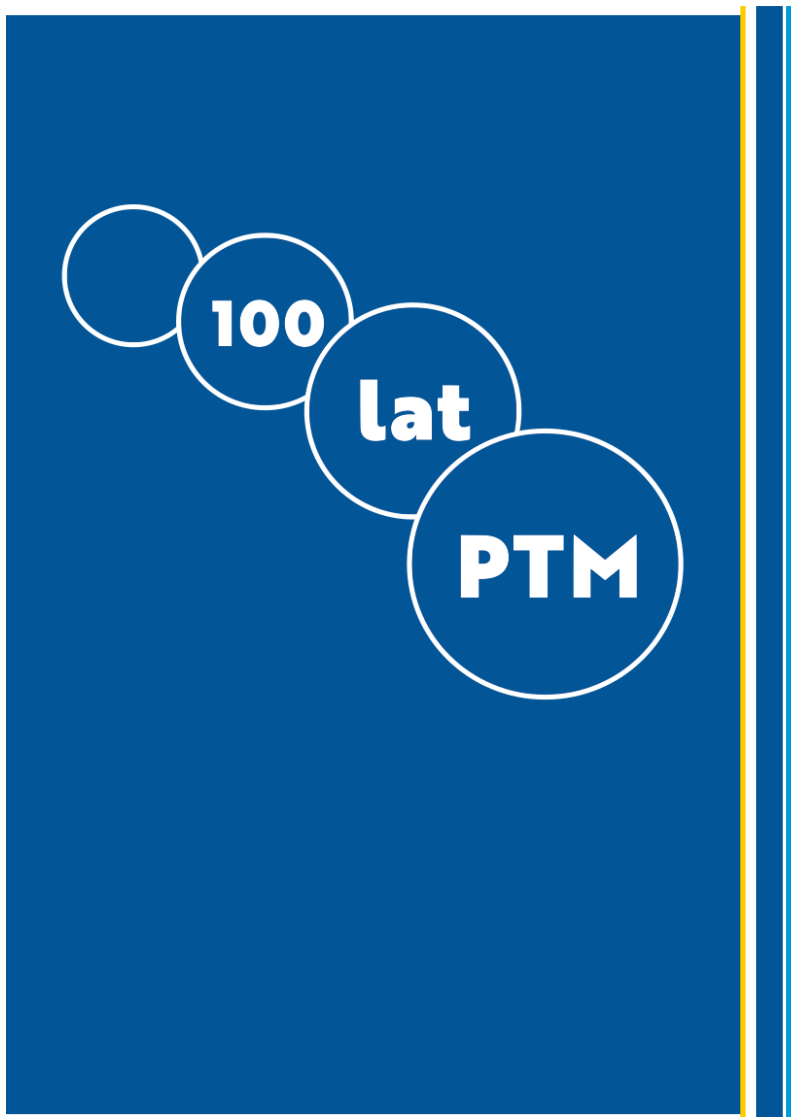
Grzegorz Wyłupek wylupek@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

W referacie przedyskutujemy istniejące podejścia, znane z literatury, do detekcji stochastycznego uporządkowania dwóch funkcji przeżycia jak również postawimy i rozwiążemy nowatorski problem testowania dotyczący jego istnienia. Dokładniej, hipoteza zerowa orzeka brak uporządkowania, natomiast alternatywa wyraża jego istnienie. Wprowadzona statystyka testowa jest pewnym funkcjonałem standaryzowanego dwupróbkowego procesu Kaplana–Meiera próbkowanego w losowej liczbie losowych punktów będących obserwowanymi czasami przeżycia w połączonych próbach oraz wykorzystuje informację zawartą w specjalnie do tego celu zdefiniowanej jednostronnej ważonej statystyce log-rank. Statystyka testowa automatycznie waży wielkość i znak bloków ją budujących stając się przez to czułą procedurą w rozważanym problemie testowania. Adaptacyjna konstrukcja sprawia, że odpowiadający jej test kontroluje asymptotyczne błędy obu rodzajów na ustalonym poziomie istotności α . Przeprowadzone badania symulacyjne pokazują, że błędy te są kontrolowane w satysfakcjonującym stopniu również gdy liczba obserwacji jest skończona. Na tle najlepszych i najpopularniejszych testów nowe rozwiązanie wypada bardzo dobrze. Analiza zbioru danych rzeczywistych potwierdza tę konkluzję.

Bibliografia

- [1] G. Wyłupek, Data-driven Kaplan–Meier one-sided two-sample tests, *Under review*, (2019)

● [Początek sekcji](#)



teoria ergodyczna

patroni sesji

Czesław Ryll-Nardzewski, Edward Sąsiada



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Centralne twierdzenie graniczne dla losowych homeomorfizmów odcinka

Klaudiusz Czudek klaudiusz.czudek@gmail.com
Polska Akademia Nauk

Niech f_1, \dots, f_n będą rosnącymi homeomorfizmami domkniętego odcinka $[0, 1]$. Będąc w punkcie $x \in (0, 1)$, losujemy homeomorfizm f_i z pewnym prawdopodobieństwem p_i , niezależnym od punktu x , i przesuwamy się do punktu $f_i(x)$. W ostatnich latach powstało wiele prac dotyczących ergodycznych własności tak skonstruowanego łańcucha Markowa. W trakcie referatu przedstawię krótki i elementarny dowód jedyności miary stacjonarnej oraz szkic dowodu centralnego twierdzenia granicznego. Wynik uzyskano wspólnie z Tomaszem Szarkiem.

Bibliografia

- [1] K. Czudek, T. Szarek, *Ergodicity and central limit theorem for random interval homeomorphisms*, przyjęta do publikacji w Israel Journal of Mathematics
- [2] L. Alsedà, M. Misiurewicz, *Random interval homeomorphisms*, Publ. Mat., 58: 15 – 36 (2014).
- [3] D. Malicet, *Random walks on Homeo(S^1)* Comm. Math. Phys. 356(3):1083 – 1116 (2017).
- [4] M. Maxwell, M. Woodroffe, *Central limit theorems for additive functionals of Markov chains*, Ann. Probab., 28(2) 713 – 724 (2000).

● [Początek sekcji](#)

Wkład Czesława Ryll-Nardzewskiego w rozwój teorii ergodycznej

Tomasz Downarowicz mail@myserver.com
Politechnika Wroclawska

W krótkim wystąpieniu postaram się nakreślić najważniejsze wyniki Czesława Ryll-Nardzewskiego zarówno bezpośrednio w teorii ergodycznej, jak również te, które pośrednio przyczyniły się do rozwoju tej teorii.

Bibliografia

- [1] Tomasz Downarowicz, *Wkład Czesława Ryll-Nardzewskiego w rozwój teorii ergodycznej*, Wiadomości Matematyczne 53, nr 2, (2017), 235 – 243

● [Początek sekcji](#)

Edward Sęsiada - inicjator badań w zakresie teorii ergodycznej na UMK w Toruniu

Brunon Kamiński bkam@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Głównym celem referatu jest zaprezentowanie osiągnięć naukowych i dydaktycznych Edwarda Sęsiady, które przyczyniły się do powstania na UMK w Toruniu zespołu prowadzącego badania naukowe w zakresie teorii ergodycznej i układów dynamicznych.

Bibliografia

- [1] 1. S. Balcerzyk, *50 lat seminarium algebraicznego w Toruniu*, Wiad. Mat. 41 (2005), 107 - 117.
- [2] 2. S. Balcerzyk, B. Kamiński, *Edward Sęsiada (1924 - 1999)*, Wiad. Mat. 37 (2001), 145 - 152.
- [3] 3. R. S. Ingarden, *Comments on the Kolmogorov-Sinai-Sęsiada entropy and the quantum information theory*, Rep. Math. Phys. 10 (1976), 131 - 135.
- [4] 4. D. Simson, *Konstrukcja pierścieni Sęsiady*, Wiad. Mat. 41 (2005), 119 - 124.

● [Początek sekcji](#)

Dokładna liczba ergodycznych miar niezmienniczych dla diagramów Brattelego

Olena Karpel helen.karpel@gmail.com
Akademia Górniczo-Hutnicza / B. Verkin ILTPE of NASU

Współautorzy:

Sergey Bezuglyi sergii-bezuglyi@uiowa.edu
University of Iowa, USA

Jan Kwiatkowski jkwiat@mat.umk.pl
Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania im. Prof. Tadeusza Kotarbińskiego

Referat jest poświęcony badaniu sympleksu $\mathcal{M}_1(B)$ miar probabilistycznych na przestrzeni ścieżek diagramu Brattelego B , które są niezmiennicze względem współkońcowej relacji równoważności. Takie miary są również niezmiennicze względem homeomorfizmu zbioru Cantora. Przedstawimy kryterium monoergodyczności dla dowolnego diagramu Brattelego, a w przypadku diagramu Brattelego skończonej rangi k podamy warunki konieczne i wystarczające na to, żeby diagram posiadał dokładnie $1 \leq l \leq k$ ergodycznych probabilistycznych miar niezmienniczych. Podamy opis struktury diagramów Brattelego o skończonej randze oraz opiszemy poddiagramy będące nośnikami miar ergodycznych. Dla diagramów Brattelego nieskończonej rangi przedstawimy warunki wystarczające

na to, żeby diagram posiadał dokładną (skończoną lub nieskończoną) liczbę miar probabilistycznych ergodycznych niezmienniczych. Rozważymy kilka przykładów, w szczególności stacjonarne diagramy Brattelego, diagramy Pascala-Brattelego oraz układy Toeplitza.

● Początek sekcji

Rozłączność möbiusowa układów sztywnych

Mariusz Lemańczyk `mlem@mat.umk.pl`
Wydział Matematyki i Informatyki, UMK, Toruń

Po krótkim przedstawieniu hipotezy Sarnaka i jej związków z teorią liczb, celem referatu jest przedstawienie szkicu dowodu rozłączności möbiusowej układów dynamicznych, których miary niezmiennicze wyznaczają metryczne układy sztywne. Referat na podstawie wspólnej pracy z A. Kanigowskim i M. Radziwiłłem.

Bibliografia

- [1] A. Kanigowski, M. Lemańczyk, M. Radziwiłł, *Rigidity in dynamics and Möbius disjointness*, arXiv:1905.13256.
- [2] P. Sarnak, *Three lectures on the Möbius function, randomness and dynamics*, 2010, <http://publications.ias.edu/sarnak/>.

● Początek sekcji

Decomposition of free cumulants

Romuald Lenczewski `romuald.lenczewski@pwr.edu.pl`
Politechnika Wroctawska

Freeness of Voiculescu is the most interesting notion of independence in noncommutative probability. In this theory, free cumulants of probability distributions play the role of noncommutative analogs of classical cumulants. We will present a new approach to free cumulants based on their decomposition and discuss the associated lattices of partitions.

● Początek sekcji

Zwartość przedziałów porządkowych w kracie liniowej z topologią lokalnie solidną

Zbigniew Lipecki `lipecki@impan.pan.wroc.pl`
Polska Akademia Nauk

Niech X będzie kratą liniową z topologią lokalnie solidną (np. kratą Banacha z topologią mocną), a x jej elementem dodatnim. Podamy warunki konieczne i wystarczające na to, aby przedział porządkowy $[0, x]$ był zwarty. Są wśród nich dwa natępujące: (i) $\text{extr}[0, x]$ jest zwarte i $[0, x]$ jest porządkowo zupełne; (ii)

istnieje homeomorfizm afiniczny przedziału $[0, x]$ na pewną kostkę Tichonowa $[0, 1]^S$ zachowujący porządek.

● [Początek sekcji](#)

Miary doskonałe i gry Banacha-Mazura

Grzegorz Plebanek grzes@math.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Marczewski [1953] wprowadził pojęcie miary zwartej, a Ryll-Nardzewski [1953] udowodnił, że miara jest doskonała wtedy i tylko wtedy gdy jest zwarta w sensie Marczewskiego na każdym przeliczalnie generowanym pod- σ -ciele swojej dziedziny. W dwóch innych wspólnych pracach Marczewski i Ryll-Nardzewski badali zastosowania miar doskonałych do zagadnień związanych z istnieniem miar, określonych na iloczynach kartezjańskich i mających zadane rozkłady brzegowe.

Fremlin [2000] wprowadził klasę miar związanych z grą nieskończoną typu Banacha-Mazura i badał związki takich miar z miarami zwartymi. Fremlin postawił też problem, czy każda skończona miara na dowolnych σ -ciele zawartym w $Bor[0, 1]$ jest zwarta i przedstawił jego rozwiązanie przy założeniu hipotezy continuum.

Mój odczyt ma na celu przypomnienie pewnych, do dziś otwartych problemów, które mają teoriomnogościowy posmak i są związane z tymi zagadnieniami.

● [Początek sekcji](#)

Wokół nieliniowej wersji twierdzenia Rylla-Nardzewskiego

Andrzej Wiśnicki andrzej.wisnicki@up.krakow.pl

Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

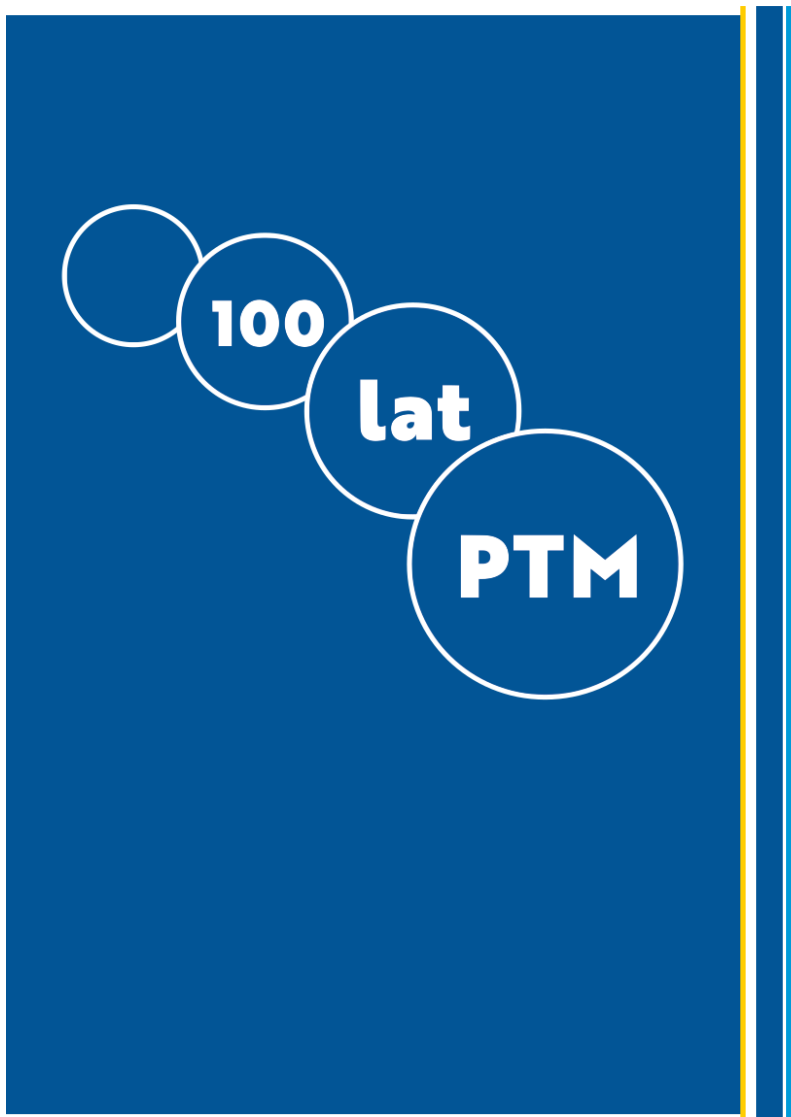
Twierdzenie Rylla-Nardzewskiego o punkcie stałym, dotyczące dystalnych pódgrup ciągłych odwzorowań afinicznych działających na wypukłych i słabo zwartych podzbiorach przestrzeni lokalnie wypukłej (w szczególności pódgrup afinicznych izometrii), znalazło wiele zastosowań, m.in. w teorii ergodycznej, w dynamice topologicznej oraz w geometrycznej teorii grup. W referacie przedstawimy jego nieliniowe rozszerzenie na dystalne pódgrupy odwzorowań nieoddalających (tzn. 1-lipschitzowskich), przedyskutujemy możliwe dalsze uogólnienia oraz podamy kilka jego zastosowań, m.in. do otrzymania nieliniowego rozszerzenia twierdzenia Badera-Gelander-Monoda dotyczącego grup izometrii w przestrzeniach L -osadzonych (np. w L^1 , w przestrzeniach predualnych do algebr von Neumanna).

Bibliografia

- [1] U. Bader, T. Gelander, N. Monod, *A fixed point theorem for L_1 spaces*, Invent. Math., 189: 143 – 148 (2012).

- [2] C. Ryll-Nardzewski, *Generalized random ergodic theorems and weakly almost periodic functions*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. **10**: 271 – 275 (1962).
- [3] A. Wiśnicki, *Around the nonlinear Ryll-Nardzewski theorem*, arXiv:1903.12123.

● [Początek sekcji](#)



teoria liczb

patron sesji
Wacław Sierpiński



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Badanie liniowej zależności punktów w grupach typu Mordella-Weila

Dorota Blinkiewicz dorota.blinkiewicz@amu.edu.pl
Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

W 1975 roku, prof. Andrzej Schinzel, (którego promotorem rozprawy doktorskiej był prof. Wacław Sierpiński), rozwiązał problem badania liniowej zależności punktów w grupie Mordella-Weila jednowymiarowego torusa nad ciałem liczbowym. Prof. Schinzel pokazał również, że taka własność nie może zajść dla torusów o wyższym wymiarze. Praca A. Schinzla zainspirowała wielu matematyków do zgłębiania problemu badania liniowej zależności punktów w grupach Mordella-Weila innych obiektów.

W trakcie tego wykładu omówimy związek badania liniowej zależności punktów z badaniem współmierności podgrup w grupach abelowych (typu Mordella-Weila) ze skończoną podgrupą torsyjną. Omówimy również związki tegoż zagadnienia z problemem logarytmu dyskretnego.

Bibliografia

- [1] A. Schinzel, *On power residues and exponential congruences*, Acta Arithmetica 27: 397–420 (1975).

● [Początek sekcji](#)

Punkty okresowe endomorfizmów grup algebraicznych w dodatniej charakterystyce

Jakub Byszewski jakub.byszewski@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Przedmiotem referatu są punkty okresowe endomorfizmów grup algebraicznych oraz tzw. odwzorowań dynamicznie afinicznych nad ciałami dodatniej charakterystyki. Klasa ta zawiera analogony klasycznych endomorfizmów torusa, odwzorowań Czebyszewa i Lattès'a, a także endomorfizmy półprostych grup algebraicznych. Punkty okresowe są zliczane przez dynamiczną funkcję dzeta wprowadzoną przez Artina i Mazura, która w przypadku endomorfizmu Frobeniusa na rozmaitości nad ciałem skończonym pokrywa się z klasyczną funkcją dzeta Weila. W referacie omówimy problem wymierności funkcji dzeta, sformułujemy wyniki asymptotyczne dotyczące liczby punktów okresowych oraz sformułujemy dychotomię określającą czy funkcja dzeta jest wymierna (lub czasem – jest pierwiastkiem z funkcji wymiernej) czy też przestępna w terminach arytmetycznych własności odwzorowania. Referat oparty jest na wspólnych pracach z G. Cornelissenem, M. Houbenem i L. van der Meijden.

Bibliografia

- [1] J. Byszewski, G. Cornelissen, *Dynamics on abelian varieties in positive characteristic*, Algebra & Number Theory, vol. 12-9 (2018), 2185–2235.

- [2] J. Byszewski, G. Cornelissen, M. Houben, *Dynamically affine maps in positive characteristic*, to be published in Contemporary Mathematics. Appendix B joint with L. van der Meijden

● [Początek sekcji](#)

Torsja różności abelowych nad ciałami p -adycznymi

Jędrzej Garnek jgarnek@amu.edu.pl

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Ustalmy różność abelową A zdefiniowaną nad ciałem liczb wymiernych. Jeżeli zanurzymy ją w ciało liczb p -adycznych dla różnych liczb pierwszych p , zachowanie jej p -torsji staje się trudne do przewidzenia. Hipoteza postawiona przez David i Westona w 2008 r. głosi, że p -torsja powinna stawać się coraz bardziej „złożona” przy p dążącym do nieskończoności. Podczas referatu omówimy wyniki związane z krzywymi eliptycznymi oraz uogólnienia hipotezy o p -torsji dla wyżej wymiarowych różności abelowych. Przedstawimy również związek hipotez o p -torsji z problemem kanonicznych podniesień w sensie Serre’a-Tate’a.

● [Początek sekcji](#)

Inspiracje szkołą Sierpińskiego wśród śląskich algebraików

Paweł Gładki pawel.gladki@us.edu.pl

Instytut Matematyki, Uniwersytet Śląski, Bankowa 14, 40-007 Katowice

W niniejszym referacie przypomnimy wybrane wyniki z wczesnych prac śląskich algebraików, w szczególności Szymiczka i Wakulicza, inspirowane szkołą Sierpińskiego. Początki śląskiej algebry były silnie motywowane dokonaniem szkoły warszawskiej i choć w późniejszym okresie kierunki prowadzonych na Górnym Śląsku badań zostały skierowane na inne tory, to wpływ Sierpińskiego pozostały widoczne do dzisiejszego dnia. Wydaje się, iż warto o tym przypomnieć z okazji jubileuszowego zjazdu PTM.

● [Początek sekcji](#)

Krzywe eliptyczne o dobrej redukcji poza dwiema liczbami pierwszymi

Tomasz Jędrzejak tjedrzejak@gmail.com

Uniwersytet Szczeciński

We classify elliptic curves over \mathbb{Q} with a rational point of order 2 or ≥ 4 and good reduction outside two odd primes. We also exhibit some families of elliptic curves with a rational point of order 3, collect some general existence/non-existence results, and present some information concerning upper bounds for the

rank of elliptic curves of odd conductors $p^a q^b$ and with \mathbb{Q} -rational point of order 2.

Our work is a common extension (and clarification) of the work given by Ogg, Hadano, Neumann, Setzer, Edixhoven-de Groot-Top, Ivorra, Bennett-Vatsal-Yazdani, Howe, Sadek and others. It turns out that an elliptic curve with a rational point of order two belongs to one of 77 (conjecturally, infinite) families or to a finite 'exceptional set'. Elliptic curves with a rational point of order four belong to one of 16 (conjecturally, infinite) families or to a finite 'exceptional set'.

This is a joint work with Andrzej Dąbrowski.

References

- [1] A. Dąbrowski, T. Jędrzejak, *Elliptic curves over the rationals with good reduction outside two odd primes*, J. Number Theory **202** (2019), 254-277.

● [Początek sekcji](#)

Moduł Tate'a rozmaitości abelowej IV typu

Aleksandra Kaim-Garnek akaim@amu.edu.pl

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Niech A będzie prostą rozmaitością abelową nad ciałem liczbowym F z algebrą $D = \text{End}_F(A) \otimes \mathbb{Q} = \text{End}_F(A) \otimes \mathbb{Q}$ oraz polaryzacją zdefiniowaną nad F . Niech $T_\ell(A) := \varprojlim_k A[l^k]$ oznacza moduł Tate'a rozmaitości A .

Zakładamy, że A jest rozmaitością IV typu w klasyfikacji Alberta. Jej algebra endomorfizmów D ma totalnie rzeczywiste ciało punktów statych E_0 przy inwolucji Rosati oraz centrum E , które jest totalnie urojonym kwadratowym rozszerzeniem ciała E_0 [5]. Stosujemy dokładny opis algebry endomorfizmów dla rozmaitości IV typu oraz jej inwolucji do badania pewnych form dwuliniowych pochodzących od przekształcenia dwuliniowego Weila (Weil pairing). Przedstawimy rozkład modułu Tate'a $T_\ell(A)$ dla A , który jest zgodny z określonymi na tym module hermitowskimi formami dwuliniowymi, prowadzącymi do dokładnego opisu reprezentacji Galois grupy G_F . Ponadto porównamy otrzymane wyniki z rezultatami dla rozmaitości abelowych typów I, II i III ([1],[2],[3]). Prezentowane rezultaty są wynikiem wspólnej pracy z prof. Grzegorzem Banaszakiem.

Bibliografia

- [1] G. Banaszak, W. Gajda and P. Krasoń, *On Galois representations for abelian varieties with complex and real multiplications*, J. Number Theory **100** (2003), 117-132.
- [2] G. Banaszak, W. Gajda and P. Krasoń, *On the image of ℓ -adic Galois representations for abelian varieties of type I and II*, Doc. Math., Extra Volume: John Coates' Sixtieth Birthday (2006), 35-75.
- [3] G. Banaszak, W. Gajda and P. Krasoń, *On the image of Galois ℓ -adic representations for abelian varieties of type III*, Tohoku Math. J., **62** (2010), 163-189.

- [4] P. Deligne, *Hodge Cycles on Abelian Varieties*, in: Hodge Cycles, Motives, and Shimura Varieties. Lecture Notes in Mathematics, vol 900. Springer, Berlin, 1982.
- [5] D. Mumford, *Abelian Varieties*, Oxford University Press, 1988.

● [Początek sekcji](#)

Automatic sequences, nilsystems, and higher order Fourier analysis

Jakub Konieczny jakub.konieczny@gmail.com

The Hebrew University of Jerusalem, Izrael

Automatic sequences give rise to one of the basic models of computation and have remarkable links to many areas of mathematics, including number theory, dynamics, algebra and logic. Distribution of these sequences has long been studied. During the talk we will explore this topic from the point of view of higher order Fourier analysis. As it turns out, many of the classical automatic sequences are highly Gowers uniform, while others can be expressed as the sum of a structured component and a uniform component much more efficiently than guaranteed by the arithmetic regularity lemma. We investigate the extent to which this phenomenon extends to general automatic sequences and consider some closely related problems that make sense for sparse sequences. The talk is partially based on joint work with J. Byszewski and with C. Müllner.

References

- [1] Jakub Konieczny *Generalised polynomials and integer powers* submitted, [arXiv:1905.03374](https://arxiv.org/abs/1905.03374) [\[math.NT\]](#).
- [2] Jakub Byszewski, Jakub Konieczny *Automatic sequences and generalised polynomials* accepted for publication in Canadian Journal of Mathematics, [arXiv:1705.08979](https://arxiv.org/abs/1705.08979) [\[math.NT\]](#).
- [3] Jakub Byszewski, Jakub Konieczny *Sparse generalised polynomials* Transactions of the American Mathematical Society 370 (2018), 8081–8109. DOI: [10.1090/tran/7257](https://doi.org/10.1090/tran/7257).
- [4] Jakub Konieczny *Gowers norms for the Thue–Morse and Rudin–Shapiro sequences* accepted for publication in Annales de l’Institut Fourier, available online [arXiv:1611.09985](https://arxiv.org/abs/1611.09985) [\[math.NT\]](#).

● [Początek sekcji](#)

Punkty parzyste na krzywych arytmetycznych

Przemysław Koprowski przemyslaw.koprowski@us.edu.pl

Uniwersytet Śląski

Niech \mathbb{F}_q będzie ustalonym ciałem skończonym charakterystyki nieparzystej. Niech dalej K będzie ciałem funkcji algebraicznych jednej zmiennej nad \mathbb{F}_q (tj.

globalnym ciałem funkcyjnym). Ciało K będziemy traktować jako ciało funkcyjne gładkiej krzywej zupełnej X nad \mathbb{F}_q . Punkt (dywizor pierwszy) $\mathfrak{p} \in X$ nazywamy *parzystym* jeżeli jego klasa w grupie Picarda krzywej jest 2-podzielna (tj. $[\mathfrak{p}] \in 2\text{Pic}X$).

Referat będzie poświęcony omówieniu pewnych, wybranych własności punktów parzystych. Po pierwsze przedstawione zostaną kryteria parzystości i gęstość zbioru punktów parzystych. Wykażemy też odpowiednik globalnego twierdzenia o kwadracie dla punktów parzystych. W końcu pokażemy, że zbiór punktów parzystych tworzy nieskończony graf nieskierowany, w którym relacja incydencji stanowi naturalne uogólnienie dobrze znanego prawa wzajemności reszt kwadratowych. Graf ten okazuje się być spójny, zaś jego średnica wynosi dokładnie 2 (dla każdego funkcyjnego ciała globalnego).

Wyniki uzyskane wspólnie z A. Czogałą.

● Początek sekcji



Linear relations in algebraic groups

Piotr Krasoń piotrkras26@gmail.com

Uniwersytet Szczeciński

We will discuss linear dependence of points in the Mordell-Weil groups of abelian varieties via the reduction maps and height function. We will give a numerical criterion for this type of the local to global criterion to hold. We also provide counterexamples which makes us think that this criterion is the best possible. We also show a variant of the local to global principle for the products of Drinfeld modules and for the étale K -theory of algebraic curves.

We phrase classical work in number theory on multiplicative relations on points and congruences, group theoretically as Hasse-principles on commutative linear algebraic groups, or tori, and ask for extensions to general – not necessarily commutative – reductive linear algebraic groups.

References

- [1] G. Banaszak, P. Krasoń, *On a local to global principle in étale K -groups of curves*, Journal of K -theory and its Applications to Algebra Geometry and Topology, 12, (2013), pp.183–201.
- [2] G. Banaszak, P. Krasoń, *On arithmetic in Mordell-Weil groups* Acta Arith. 150 (2011), 315–337.
- [3] W. Bondarewicz, P. Krasoń, *On a reduction map for Drinfeld modules*, arXiv:1811.05631
- [4] Y. Flicker, P. Krasoń, *Multiplicative Relations on Algebraic Groups*, Bulletin Polish Acad. Sci. Math. vol.65, no.1 (2017) pp.125–138.

● Początek sekcji

Wielomianowe twierdzenie Szemerédiego

Borys Kuca boryskuca@gmail.com
University of Manchester, Wielka Brytania

Kombinatoryczna teoria liczb bada struktury zawarte w podzbiorach liczb naturalnych i grup abelowych takie jak ciągi arytmetyczne czy rozwiązania równań liniowych. Wykorzystuje do tego tak różnorodne działy matematyki jak analityczną teorię liczb, teorię grafów, teorię ergodyczną, analizę Fouriera czy geometrię algebraiczną. Jednym z jej najważniejszych twierdzeń jest twierdzenie Szemerédiego, które mówi, że każdy gęsty podzbiór liczb naturalnych zawiera ciąg arytmetyczny o dowolnej (skończonej) długości. W 1996 r. Bergelson i Leibman uogólnili twierdzenie Szemerédiego, wykazując, że każdy gęsty podzbiór liczb naturalnych zawiera konfigurację postaci $x, x + P_1(y), \dots, x + P_m(y)$, gdzie P_1, \dots, P_m są dowolnymi wielomianami o współczynniku stałym równym zeru. W czasie tego referatu omówione zostanie twierdzenie Bergelsona i Leibmana wraz z najnowszymi odkryciami w tym kierunku.

Bibliografia

- [1] V. Bergelson and A. Leibman, *Polynomial extensions of van der Waerden's and Szemerédi's theorems*, Journal of the American Mathematical Society, 9: 725-753 (1996).
- [2] B. Kuca, *Further quantitative bounds in the polynomial Szemerédi theorem over finite fields*, in preparation.
- [3] S. Peluse, *On the polynomial Szemerédi theorem in finite fields*, Duke Mathematical Journal (2019).

● [Początek sekcji](#)

O współczynnikach Fouriera dla form modularnych Siegela stopnia 2

Jolanta Marzec marzec@mathematik.tu-darmstadt.de
TU Darmstadt, Niemcy

Formy modularne Siegela stanowią naturalne uogólnienie klasycznych form modularnych (stopnia 1) do wyższych wymiarów. W klasycznym przypadku współczynniki Fouriera są dość dobrze zrozumiane, jako że mogą być utożsamione z wartościami własnymi tzw. operatorów Hecke. W szczególności wiemy, które współczynniki determinują formę modularną oraz mamy bardzo dobre oszacowanie ich wzrostu (dzięki pracy Deligne). Dla stopnia 2 tego typu problemy są wciąż dalekie od rozwiązania. Podczas referatu wyjaśnimy pewne ich źródła oraz przedstawimy ostatnie wyniki w tym zakresie.

Bibliografia

- [1] S. Das and W. Kohnen, *Some remarks on the Resnikoff-Saldaña conjecture*, The legacy of Srinivasa Ramanujan, Ramanujan Math. Soc., Mysore, 20:

153–161 (2013).

- [2] J. Marzec, *Non-vanishing of fundamental Fourier coefficients of paramodular forms*, J. Number Theory 182: 311–324 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Porównanie własności formalnych odwrotności wybranych ciągów automatycznych

Łukasz Merta lukasz.merta.26@gmail.com

Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

Niech p będzie liczbą pierwszą. Niech $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ będzie nieskończonym ciągiem p -automatycznym o wyrazach z ciała \mathbb{F}_p . Rozważmy formalny szereg potęgowy $A(X) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n X^n \in \mathbb{F}_p[X]$. Jeśli $a_0 = 0$ oraz $a_1 \neq 0$, to istnieje (dokładnie jeden) taki szereg $B(X) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n X^n \in \mathbb{F}_p[X]$, że

$$A(B(X)) = B(A(X)) = X,$$

Ciąg $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ współczynników szeregu B nazywamy *formalną odwrotnością* ciągu $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Można pokazać, że ciąg ten również jest p -automatyczny.

Podczas referatu planuję porównać ze sobą własności formalnych odwrotności wybranych ciągów 2-automatycznych. Rozważę m.in. odwrotność ciągu Thue’go–Morse’a (oraz jego uogólnień), odwrotności pewnych modyfikacji ciągu Bauma–Sweeta i ciągu Rudina–Shapiro, a także odwrotność tzw. *period doubling sequence*, czyli ciągu $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ danego wzorem

$$d_n = v_2(n+1) \bmod 2, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Pokażę też zaskakujące przykłady na to, że dwa istotnie różne ciągi (np. ciąg Bauma–Sweeta i wspomniany *period doubling sequence*) mogą mieć formalne odwrotności o bardzo zbliżonych własnościach.

● [Początek sekcji](#)

O jedynekach w rozwinięciach pierwiastków kwadratowych z liczb pierwszych w ułamki łańcuchowe

Piotr Miska piotrmiska91@gmail.com

Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

Celem referatu jest przedstawienie wyników dotyczących występowania ciągów kolejnych jedynek w rozwinięciach pierwiastków kwadratowych z liczb pierwszych w ułamki łańcuchowe. Przy założeniu prawdziwości Hipotezy H Schinzla i Sierpińskiego, podam wyniki dotyczące częstotliwości występowania jedynek w rozwinięciach pierwiastków kwadratowych z liczb pierwszych w ułamki łańcuchowe. W tym celu postępuję pewnym uogólnieniem tożsamości Cassiniego. Następnie, wykorzystując twierdzenie o ekwidystriucji ciągu pierwiastków kwadratowych liczb pierwszych modulo 1 oraz fakty z teorii miary ułamków

łańcuchowych, przedstawię rezultaty dotyczące gęstości asymptotycznych liczb pierwszych (względem zbioru wszystkich liczb pierwszych) o ustalonych (niekoniecznie początkowych) wyrazach w rozwinięciach pierwiastków kwadratowych tych liczb w ułamki łańcuchowe. W szczególności podam dokładne wartości gęstości asymptotycznych dla zbiorów \mathcal{A}_k tych liczb pierwszych, których części okresowe rozwinięć ich pierwiastków kwadratowych w ułamki łańcuchowe rozpoczynają się od k jedynek, ale nie rozpoczynają się od $k + 1$ jedynek. Referat zakończę prezentacją wyników numerycznych i opartych na ich podstawie pytań i hipotez.

Są to wyniki ze wspólnej pracy z dr. hab. Maciejem Ulasem. [● Początek sekcji](#)

Hypergeometric differential equations and hypergeometric motives

Bartosz Naskręcki bartnas@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

In this talk we will discuss what are the so-called hypergeometric motives and how one can approach the problem of their explicit construction as Chow motives in explicitly given algebraic varieties. The class of hypergeometric motives corresponds to Picard-Fuchs equations of hypergeometric type and forms a rich family of pure motives with nice L-functions. Following recent work of Beukers-Cohen-Mellit we will show how to realise certain hypergeometric motives of weights 0 and 2 as submotives in elliptic and hyperelliptic surfaces. An application of this work is the computation of minimal polynomials of hypergeometric series with finite monodromy groups and proof of identities between certain hypergeometric finite sums, which mimics well-known identities for classical hypergeometric series. This is a part of the larger program conducted by Villegas et al. to study the hypergeometric differential equations (special cases of differential equations "coming from algebraic geometry") from the algebraic perspective.

[● Początek sekcji](#)

Efektywne znajdowanie cykli wielomianowych

Tadeusz Pezda pezda@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

Dla pierścienia R i wielomianu $f(X) \in R[X]$, cyklem dla $f(X)$ nazywamy układ parami różnych elementów x_0, x_1, \dots, x_{k-1} z R dla których zachodzi $f(x_0) = x_1, f(x_1) = x_2, \dots, f(x_{k-1}) = x_0$, i wtedy k to długość cyklu. Oznaczmy $\mathcal{CYCL}(R)$ jako zbiór wszystkich możliwych długości cykli dla wszystkich możliwych $f(X) \in R[X]$. Rozważając zamiast R przestrzeń R^N , a zamiast $f(X) \in R[X]$ układ N wielomianów N zmiennych, otrzymamy zbiór długości cykli w R^N i oznaczmy go

przez $\mathcal{CYCL}(R, N)$.

Dla ciała liczbowego K przez Z_K oznaczamy pierścień elementów całkowitych w K . Nas będzie interesować znalezienie $\mathcal{CYCL}(Z_K, N)$. Zbiory $\mathcal{CYCL}(Z_K, 1)$ dla ciał K bardzo małych stopni zostały znalezione przez Boducha, Narkiewicza i autora. W [1] znaleziono zamkniętą formułę na $\mathcal{CYCL}(Z, N)$ (czyli $K = Q$) dla wszystkich możliwych N .

W referacie chcę omówić część dowodu następującego twierdzenia.

Twierdzenie. *Zbiór $\mathcal{CYCL}(Z_K, N)$ może być efektywnie wyznaczony dla dowolnego ciała liczbowego K i dowolnego naturalnego N .*

Skupię się w większości czasu na sytuacji $N = 1$, gdzie główną rolę będą odgrywały równania typu $au + bv = c$ (tzw. 2-unit equations), z elementami odwracalnymi u, v traktowanymi jako zmienne. Zupełnie inna technika jest użyta dla $N \geq 2$.

Bibliografia

- [1] T.Pezda. *Cycles of polynomial mappings in several variables over discrete valuation rings and over Z* , Michigan Math. J., 64, issue 1: 109-42 (2015).

● [Początek sekcji](#)

Quantitative factorization problems in analytic monoids

Maciej Radziejewski maciejr@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Analytic monoids, recently introduced by J. Kaczorowski [1], provide an abstract framework to study various factorization problems. The most studied properties of counting functions of monoid subsets defined by factorization-related properties are the main term (i.e. the average “density” of the subset) the size of the error term, and oscillations of the error term. We present some general and some specific results in this area. The main focus of the talk is on the methods used and challenges encountered thereby. A part of this research is joint work with J. Kaczorowski.

References

- [1] J. Kaczorowski, *Analytic monoids and factorization problems*, Semigroup Forum 94: 532–555 (2017).

● [Początek sekcji](#)

Cyklotomiczne własności wielomianów zadanych przez ciągi automatyczne

Bartosz Sobolewski bartosz.sobolewski@doctoral.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Rozważmy ciąg k -automatyczny $(a_n)_{n \geq 0}$ oraz wielomiany

$$A_n(x) = \sum_{m=0}^{n-1} a_m x^m.$$

Zbadamy zachowanie $A_n(\omega_r)$, gdzie ω_r jest pierwiastkiem r -tego stopnia z jedności, zaś r i k są względnie pierwsze. W szczególności, wykażemy istnienie relacji rekurencyjnej postaci

$$\sum_{i=0}^l C_i(\omega_r) A_{k^i s_n}(\omega_r) = 0, \quad (21)$$

spełnionej dla wszystkich $n \geq 1$, gdzie $s \geq 1$ jest takie, że $k^s \equiv 1 \pmod{r}$, natomiast $C_0, \dots, C_l \in \mathbb{Z}[x]$, $C_l \neq 0$ zależą jedynie od s . Jest to uogólnienie analogicznego rezultatu w pracy [1], dotyczącego ciągu Rudina–Shapiro. Podamy ograniczenie na minimalną liczbę wyrazów w równości (21) i w tym kontekście zbadamy dokładniej sytuację, gdy a_n zlicza wystąpienia ustalonego ciągu cyfr w zapisie n przy podstawie k . Zbadamy także całkowitość współczynników $C_0(\omega_r), \dots, C_l(\omega_r)$, poświęcając szczególną uwagę wielomianom zadanych przez ciąg Thuego–Morse’a.

Bibliografia

- [1] J. Brillhart, J. S. Lomont, and P. Morton, *Cyclotomic properties of the Rudin–Shapiro polynomials*, J. Reine Angew. Math. 288: 37–65 (1976).

● [Początek sekcji](#)

Abstrakcyjna teoria przecięć

Yoichi Uetake uetake@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

W latach czterdziestych André Weil udowodnił hipotezę Riemanna dla krzywych nad ciałami skończonymi za pomocą jego teorii przecięcia. Grzegorz Banaszak przewidział rozszerzenie tej metody, aby można było zastosować ją do funkcji dzeta Riemanna. Ten odczyt jest sprawozdaniem z mojej wspólnej pracy z Grzegorzem Banaszakiem nad tym projektem. Odczyt składa się z dwóch części:

I. Aspekt geometryczny (strona motywiczna)

II. Aspekt arytmetyczny (strona reprezentacji automorficznych),

które powinny być powiązane poprzez korespondencję Langlandsa.

W części I konstruujemy model geometryczny teorii przecięć typu Weila, który jest równoważny hipotezie Riemanna (plus hipoteza, że dzeta Riemanna

ma zera krotności jeden). Nazywamy tę teorię abstrakcyjną teorią przecięć a jej model — modelem standardowym. Głównymi narzędziami są:

- (1) Interpretacja widmowa dla biegunów i zer uzupełnionej funkcji dzeta Riemanna (podobnie jak przewidywał Christopher Deninger)
- (2) Jawna formuła Weila
- (3) Formuła Künnetha.

Nasza metoda powinna mieć zastosowanie do motywicznych funkcji L .

W części II skonstruujemy zespoloną przestrzeń Hilberta i operator działający na niej, którego widmo wychwytuje nietrywialne zera (licząc krotności) automorficznej funkcji L , chociaż nie jesteśmy w stanie podać interpretacji kohomologicznej (do tej pory). Na potrzeby tej konstrukcji łączymy metody i techniki z teorii:

- (1) Reprezentacji automorficznych
- (2) Szeregów Eisensteina
- (3) Liniowych układów dynamicznych w przestrzeniach Hilberta.

● [Początek sekcji](#)

Uogólnienie twierdzenia Schura i zastosowania

Maciej Ulas maciej.ulas@gmail.com

Polska Akademia Nauk i Uniwersytet Jagielloński

Jeden z klasycznych wyników I. Schura dotyczy wyznaczenia jawnej postaci reszty $\text{Res}(p_n, p_{n-1})$, gdzie ciąg $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$ spełnia rekurencję postaci: $p_0(x) = 1$, $p_1(x) = a_1x + b_1$ oraz dla $n \geq 2$

$$p_n(x) = (a_nx + b_n)p_{n-1}(x) - c_np_{n-2}(x).$$

Wynik Schura znajduje zastosowanie w wyznaczaniu jawnej postaci wyróżników dla pewnych klas wielomianów ortogonalnych i quasi-ortogonalnych. Celem referatu będzie rozszerzenie wyniku Schura na szerszą klasę ciągów rekurencyjnych rzędu dwa oraz przedstawienie pewnych zastosowań.

Bibliografia

- [1] I. Schur, *Affektlose Gleichungen in der Theorie der Laguerreschen and Hermieschen Polynome*, J. Reine Angew. Math. 165; 52–58 (1931).

● [Początek sekcji](#)

Dimension-free estimates for discrete maximal functions and number theoretic questions related to them

Błażej Wróbel blazej.wrobel@math.uni.wroc.pl

Uniwersytet of Wrocławski

Last year, together with J. Bourgain, M. Mirek, and E. M. Stein, we initiated the study of dimension-free bounds for discrete maximal functions on \mathbb{Z}^d . The

first goal of this talk is to present a positive result that we obtained for discrete Euclidean balls. Namely, I shall justify that the dyadic maximal function is bounded on $\ell^2(\mathbb{Z}^d)$ with a bound independent of the dimension d . The proof is based on various dimension-free estimates for exponential sums (Fourier transforms) and our approach here is local in nature. The problem of controlling in a dimension-free way the full maximal function on $\ell^2(\mathbb{Z}^d)$ remains open. Here a global approach and tools from number theory enter the stage. The second goal of the talk is to discuss connections between dimension-free estimates for the full maximal function and counting lattice points in high-dimensional Euclidean balls.

The talk is based on joint work with J. Bourgain, M. Mirek, and E. M. Stein.

● [Początek sekcji](#)

On the Davenport constant

Maciej Zakarczemny mzakarczemny@pk.edu.pl
 Politechnika Krakowska

The Davenport constant $D(G)$ is defined as the smallest $t \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ such that each sequence over G of length at least t has a non-empty zero-sum subsequence. Let $ZS_m(G)$ be the least $t \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ such that every sequence of length t in G contains m disjoint zero-sum sequences, each of length $|G|$. In our talk we will show that:

- 1) $ZS_m(G) = D(G) + m|G| - 1$ it is a generalized version of Gao relation (see [2]).
- 2) Let $n \geq 2$ and $G = H_1 \oplus H_2 \oplus \dots \oplus H_n$, where H_1, H_2, \dots, H_n are abelian groups of orders h_i with $h_1 | h_2 | \dots | h_n$. Then

$$s_{(n-1)\Omega(h_n)h_n}(G) \leq (n-1)\Omega(h_n)(2(h_n-1) + (h_{n-1}-1) + \dots + (h_1-1) + 1),$$
 where $\Omega(h_n)$ counts the total number of prime divisors of h_n .

This result is a stronger version of the result obtained by Ch. Delorme, O. Ordaz, D. Quiroz [1, Theorem 3.2.].

We derive new upper bounds for the Davenport constant of rank three. We will also show a connection between $D(G)$ and smooth numbers.

References

- [1] Ch. Delorme, O. Ordaz, D. Quiroz, *Some remarks on Davenport constant*, Discrete Math. 237: 119 – 128 (2001).
- [2] W. Gao, *A Combinatorial Problem on Finite Abelian Groups*, J. Number Theory 58: 100–103 (1996).

● [Początek sekcji](#)

Konstrukcje dużych zbiorów z własnością P

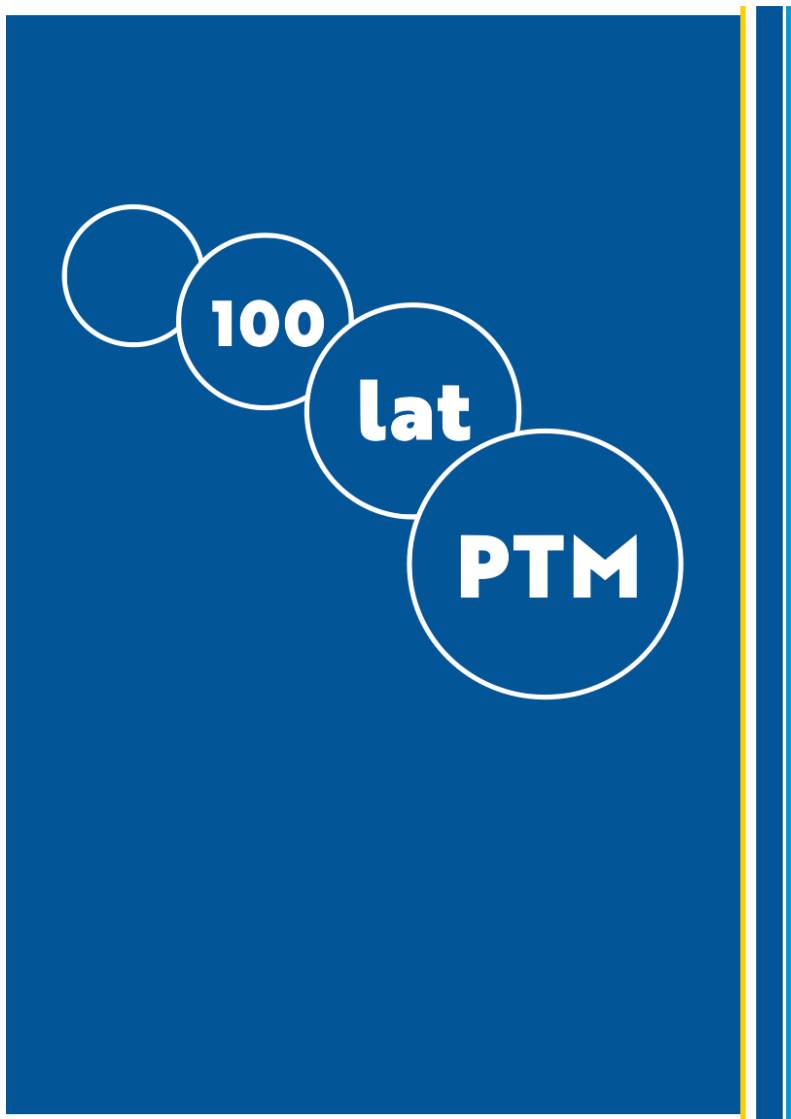
Błażej Żmija blazej.zmija@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

Niech $S = (s_j)_{j=0}^{\infty}$ będzie ściśle rosnącym ciągiem liczb naturalnych. Mówimy, że S ma własność P , jeśli s_i nie dzieli $s_j + s_k$ dla wszystkich i, j, k spełniających $i < j, k$. Erdős i Sárközy postawili w 1970r. hipotezę, że istnieje $\alpha \in (0, 1)$ takie, że dla dowolnego ciągu S z własnością P zachodzi nierówność $|S \cap [1, N]| < N^\alpha$ dla wszystkich odpowiednio dużych liczb naturalnych N . W 2001r. Shoen pokazał tę hipotezę dla ciągów z własnością P składających się z elementów parami względnie pierwszych.

Celem referatu będzie zaprezentowanie rezultatów dotyczących konstrukcji ciągów S z własnością P takich, że $|S \cap [1, x]| > x^{\frac{1}{2}-\varepsilon}$ dla dowolnego ε i odpowiednio dużych x . Przedstawimy też heurystyczny argument sugerujący, że hipoteza Erdösa i Sárközy'ego jest prawdziwa dla wszystkich ciągów w własnością P z wykładnikiem $\alpha = \frac{1}{2}$.

● [Początek sekcji](#)



teoria operatorów

patroni sesji

Andrzej Alexiewicz, Włodzimierz Mlak, Władysław Orlicz



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Analityczność funkcji operatorowych o wartościach subnormalnych

Dariusz Cichoń dariusz.cichon@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Referat jest oparty na pracy [1]. Funkcje analityczne o wartościach normalnych są z konieczności *łącznie normalne* [3]. Analityczność funkcji o wartościach subnormalnych nie oznacza jej łącznie subnormalności [2], chociaż „łączna subnormalność” zachowuje się jak „normalność” w przypadku głównych twierdzeń [3], gdyż operatorowa funkcja analityczna na obszarze jest łącznie subnormalna, jeśli jej restrykcja do zbioru jednoznaczności jest funkcją łącznie subnormalną. To przestaje być prawdą, jeśli zbiór jednoznaczności ma puste wnętrze, a restrykcja do niego ma wartości normalne. Naturalne jest pytanie: czy minimalne normalne rozszerzenie funkcji analitycznej o wartościach subnormalnych jest funkcją analityczną? Jaki jest związek między łączną subnormalnością funkcji i jej współczynników Taylora? Jako przykłady posłużą perturbacje operatorów unitarnych i subnormalnych izometrii częściowych.

Bibliografia

- [1] D. Cichoń, J. Stochel, *Subnormality, analyticity and perturbations*, Rocky Mountain J. Math. 37 (2007), 1831-1869.
- [2] X. Catepillán, W. Szymanski, *Linear combinations of isometries*, Rocky Mountain J. Math. 34 (2004), 187-193.
- [3] J. Globevnik, I. Vidav, *A note on normal-operator-valued analytic functions*, Proc. Amer. Math. Soc. 37 (1973), 619-621.

● [Początek sekcji](#)

Wybrane własności geometryczne przestrzeni funkcyjnych Banacha i zastosowanie w teorii aproksymacji

Maciej Ciesielski maciej.ciesielski@put.poznan.pl
Politechnika Poznańska

Niech $L^0 = L^0(I)$ będzie zbiorem wszystkich klas abstrakcji relacji równoważności funkcji mierzalnych o wartościach rzeczywistych na zbiorze $I = [0, \alpha)$, gdzie $0 < \alpha \leq \infty$. Dla każdego $x \in L^0$ definiujemy $x^*(t) = \inf \{ \lambda > 0 : m(|x| > \lambda) \leq t \}$, $x^{**}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t x^*(s) ds$ dla $t > 0$. Przestrzeń funkcyjną (quasi-)Banacha nazywamy przestrzenią symetryczną (quasi-)Banacha jeśli dla $x \in L^0$, $y \in E$ gdzie $d_x(\lambda) = d_y(\lambda) = m(|y| > \lambda)$, $\lambda > 0$ mamy $x \in E$, $x_E = y_E$. Relację *Hardy-Littlewood-Pólya* \prec nazywamy relacją określoną dla dowolnych $x, y \in L^1 + L^\infty$ następująco $x \prec y \Leftrightarrow x^{**}(t) \leq y^{**}(t)$ dla każdego $t > 0$. Przestrzeń funkcyjna Banacha E jest *lokalnie jednostajnie wypukła*, jeżeli dla dowolnego $(x_n) \subset E$ oraz $x \in E$ takiego, że $\|x_n + x\|_E \rightarrow 2 \|x\|_E$ i $\|x_n\|_E \rightarrow \|x\|_E$, mamy $\|x_n - x\|_E \rightarrow 0$. Przestrzeń symetryczną (quasi-)Banacha E nazywamy *ściśle K-monotoniczną* ($E \in (SKM)$) jeśli dla każdego $x, y \in E$ gdzie $x^* \neq y^*$, $x \prec y$ mamy $\|x\|_E <$

$\|y\|_E$. Przestrzeń symetryczną (quasi-)Banacha E nazywamy K -porządkowo ciągłą ($E \in (KOC)$), jeżeli dla dowolnego $x \in E$ oraz $(x_n) \subset E$ takiego, że $x_n \prec x$, $x_n^* \rightarrow 0$ p.w. mamy $\|x_n\|_E \rightarrow 0$. Mówimy, że E jest jednostajnie K -monotoniczna ($E \in (UKM)$) jeżeli dla dowolnych $(x_n), (y_n) \subset E$ takich, że $x_n \prec y_n$ dla $n \in \mathbb{N}$ oraz $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n\|_E = \lim_{n \rightarrow \infty} \|y_n\|_E$, mamy $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n^* - y_n^*\|_E = 0$.

Przedstawimy pełną charakterystykę lokalnej jednostajnej wypukłości na stożku elementów nieujemnych E^+ oraz na stożku elementów nieujemnych i nierosnących E^d dla przestrzeni funkcyjnej Banacha. Następnie, pokażemy ścisłe zależności pomiędzy własnościami wypukłościowymi na stożku E^d i refleksywnością dla przestrzeni symetrycznej Banacha E . W dalszej kolejności, przedyskutujemy pełne kryteria dla K -porządkowej ciągłości i dla jednostajnej K -monotoniczności w przestrzeniach symetrycznych quasi-Banacha. Dodatkowo, zaprezentujemy szereg przykładów przestrzeni symetrycznych quasi-Banacha, dla których zostały wykazane wspomniane własności geometryczne. Ostatecznie, przedstawimy rezultaty poświęcone zastosowaniu ścisłej K -monotoniczności, K -porządkowej ciągłości oraz jednostajnej K -monotoniczności w badaniu własności operatora zdominowanej najlepszej aproksymacji w sensie relacji Hardy-Littlewood-Pólya \prec w przestrzeniach symetrycznych Banacha. Opracowanie zostało przygotowane w oparciu o następujące prace.

Bibliografia

- [1] M. Ciesielski, *On geometric structure of symmetric spaces*, J. Math. Anal. Appl. **430** (2015), no. 1, 98-125.
- [2] M. Ciesielski, *Relationships between K -monotonicity and rotundity properties with application*, J. Math. Anal. Appl. **465** (2018), no. 1, 235-258.
- [3] M. Ciesielski, *Strict K -monotonicity and K -order continuity in symmetric spaces*, Positivity **22** (2018), no. 3, 727-743.
- [4] M. Ciesielski, *Hardy-Littlewood-Pólya relation in the best dominated approximation in symmetric spaces*, J. Approx. Theory **213** (2017), 78-91.
- [5] M. Ciesielski and G. Lewicki, *Uniform K -monotonicity and K -order continuity in symmetric spaces with application to approximation theory*, J. Math. Anal. Appl. **456** (2017), no. 2, 705-730.

● [Początek sekcji](#)

On spectral analysis of elliptic differential operators

Petru A. Cojuhari cojuhari@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

We propose to discuss spectral properties, mainly important for scattering theory, of (higher order) elliptic differential operators. Problems are treated for the general case, in an abstract framework, using direct methods of perturbation theory. Applications to Dirac and Pauli operators will be considered. In particular, results concerning the asymptotic distribution of eigenvalues, as well as estimates of their number created in spectral gaps will be presented.

● Początek sekcji

Kilka uwag o przestrzeniach Orlicza-Lorentza

Paweł Foralewski `katon@amu.edu.pl`
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

W czasie referatu przedstawione zostanie kilka faktów, także mniej znanych, dotyczących przestrzeni Orlicza-Lorentza i ich roli w teorii operatorów.

● Początek sekcji

Some “exotic” constructions in Banach spaces

Kazimierz Goebel `goebel@hektor.umcs.lublin.pl`
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

It is obvious and well known fact that the geometry and topology of finite dimensional Banach spaces changes substantially when we pass to the case of infinite dimension.

This is caused mainly by the fact that bounded and closed subsets of infinite dimensional space are, not necessarily compact. Especially all balls are not compact.

In consequence of that, many classical theorems valid in finite dimensional spaces fail in this more general setting. Within the category of infinite dimensional Banach spaces, there are also differences caused by the regularity of geometries induced by the selection of the norm.

In the talk we present a number examples related to fixed point theory and illustrating such situations.

● Początek sekcji

POVMs and frames associated with Naimark’s dilation theorem

Alan Kamuda `kamuda@agh.edu.pl`
Akademia Górniczo-Hutnicza

The well-known Naimark dilation theorem [1] states that each generalized resolution of the identity in \mathfrak{H} admits the dilation to an orthogonal resolution of the identity in a Hilbert space $\widehat{\mathfrak{H}}$ containing \mathfrak{H} as a subspace. Its application to the frame theory leads to the conclusion that each 1-tight frame in \mathfrak{H} is an orthogonal projection of an orthonormal basis of $\widehat{\mathfrak{H}}$ [2]. We give another proof of this result, consider various generalizations. Then, we provide the connection between Naimark’s dilation theorem with POVMs (positive operator-valued measures) [3] and how that relate to frames.

References

- [1] M. A. Naimark, *Spectral functions of a symmetric operator*, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat, vol 4 (1940), no. 3.
- [2] D. Han, D. R. Larson, *Frames, bases and group representations*, Mem. Amer. Math. Soc. 147 (2000), no. 697.
- [3] A. S. Holevo, *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory*, Edizioni della Normale (2001).

● [Początek sekcji](#)

Kiedy algebry operatorów na przestrzeniach Banacha są przestrzeniami Grothendiecka?

Tomasz Kania kania@math.cas.cz
Czeska Akademia Nauk, Czechy

Pfítzner uogólnił twierdzenie Pełczyńskiego orzekające, że przestrzenie $C(K)$ mają tzw. własność (V) na wszystkie C^* -algebry z czego wynika, że algebry von Neumanna (a więc i algebry *wszystkich* operatorów na przestrzeniach Hilberta) są przestrzeniami Grothendiecka, tj. zbieżność słaba i $*$ -słaba ciągów w ich przestrzeniach sprzężonych są tożsame. Omówimy pierwszy kontrprzykład do problemu z książki Diestala i Uhla *Vector Measures* dotyczącego pytania o to czy przestrzeń operatorów na przestrzeni refleksywnej musi mieć tę własność. Wspomnimy także dalsze kontrprzykłady (przestrzeń Tsirelsona, przestrzenie Baernsteina) uzyskane we wspólnej pracy z Beanlandem i Laustsenem. Ponadto, omówimy potencjalne zastosowania przestrzeni refleksywnych, których algebra operatorów ma własność Grothendiecka.

Bibliografia

- [1] K. Beanland, T. Kania, N. J. Laustsen, *The algebras of bounded operators on the Tsirelson and Baernstein spaces are not Grothendieck spaces*, praca przyjęta do druku w Houston Journal of Mathematics.
- [2] J. Diestel, J. J. Uhl Jr., *Vector Measures*, Tom 15 Math. Surveys. AMS, Providence, RI, (1977).
- [3] T. Kania, *A reflexive Banach space whose algebra of operators is not a Grothendieck space*, J. Math. Anal. Appl. **401**: 242–243 (2013).
- [4] H. Pfítzner, *Weak compactness in the dual of a C^* -algebra is determined commutatively*, Math. Ann. **298**: 349–371 (1994).

● [Początek sekcji](#)

Własność punktu stałego optymalnych dziedzin operatorów Hardy’ego

Paweł Kolwicz pawel.kolwicz@put.poznan.pl
Politechnika Poznańska

Operator Hardy’ego, nazywany również operatorem Cesàro, $C : L^0(I) \rightarrow L^0(I)$,

jest zdefiniowany wzorem $Cf(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt$, dla $0 < x \in I$, gdzie $I = [0, 1]$ lub $I = [0, \infty)$. Dla rzeczywistej funkcyjnej przestrzeni Banacha $X = (X, \cdot)$ nad przestrzenią I z miarą Lebesgue'a *abstrakcyjną przestrzeń Cesàro* $CX = CX(I)$ definiujemy jako $CX = \{f \in L^0(I) : C|f| \in X\}$ z normą $\|f\|_{CX} = \|C|f|\|_X$. Ponadto, *abstrakcyjna przestrzeń Copsona* $C^*X = C^*X(I)$ jest definiowana wzorem $C^*X := \{f \in L^0(I) : C^*|f| \in X\}$ z normą $\|f\|_{C^*X} := \|C^*|f|\|_X$, gdzie C^* oznacza operator sprzężony w sensie Köthe'go do operatora Cesàro C , nazywany *operatorem Copsona*. Zaprezentujemy następujące

Twierdzenie. *Niech X będzie funkcyjną przestrzenią Banacha taką, że $CX \neq \{0\}$ ($C^*X \neq \{0\}$). Wtedy funkcyjna przestrzeń Cesàro (Copsona) CX (C^*X) zawiera asymptotycznie-izometryczną kopię przestrzeni ℓ^1 i w konsekwencji, na mocy rezultatu P. N. Dowlinga i C. J. Lennarda, nie ma własności punktu stałego.*

Przedyskutujemy również inne konsekwencje tego twierdzenia oraz pewne jego uogólnienia.

Referat jest oparty na wspólnej pracy z T. Kiwerskim oraz L. Maligrandą [1].

Bibliografia

- [1] T. Kiwerski, P. Kolwicz and L. Maligranda, Fixed point property for the optimal domains of the Hardy-type operators, <https://arxiv.org/pdf/1906.09672.pdf>.

● Początek sekcji

m -izometryczne operatory kompozycji

Jakub Kośmider jakub.kosmider@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Podczas prezentacji zostaną przedstawione wybrane własności m -izometrycznych operatorów kompozycji na grafach z jedną pętlą. Podane będą między innymi charakteryzacja całkowitej hiperekspansywności oraz rozwiązania problemów m -izometrycznych uzupełnień ciągów liczb dodatnich do miar przestrzeni, na których określone są te operatory.

Zaprezentowane wyniki są rezultatem wspólnej pracy z Zenonem Jabłońskim.

● Początek sekcji

Jedyność minimalnej projekcji w przestrzeni trójwymiarowych macierzy

Michał Kozdęba michal.w.kozdeba@gmail.com
Uniwersytet Jagielloński i Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

Niech $S = (M(n, m, r), \cdot)$ oznaczać będzie przestrzeń funkcji $f : \{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, m\} \times \{1, \dots, r\} \mapsto \mathbb{K}$ z normą \cdot . Rozpatrywać możemy ją jako przestrzeń trójwymiarowych macierzy o wyrazach rzeczywistych lub zespolonych. Jako $M(1, 1, r)$ rozumieć będziemy podprzestrzeń S macierzy 3-wymiarowych o takich elementach a_{ijk} , że $a_{i_1j_1k} = a_{i_2j_2k}$ dla dowolnych $i_1, i_2 \in \{1, 2, \dots, n\}$, $j_1, j_2 \in \{1, 2, \dots, m\}$

oraz $k \in \{1, 2, \dots, r\}$. Analogicznie definiujemy $M(1, m, 1)$, $M(n, 1, 1)$. Pokażę, że istnieje dokładnie jedna projekcja minimalna z S na jej podprzestrzeń $T = M(1, 1, r) + M(1, m, 1) + M(1, 1, r)$. W swoim referacie uogólniam wyniki T. Skrzypka [1], [2] wykorzystując swoje rezultaty [3].

Bibliografia

- [1] L. Skrzypek, *The uniqueness of minimal projections in smooth matrix spaces*, J. Approx. Theory, Vol. 107, (2000), 315-336.
- [2] L. Skrzypek, *Minimal projections in spaces of functions of N variables*, J. Approx. Theory, Vol. 123, (2003), 214-231.
- [3] M. Kozdęba, *Minimal projection onto certain subspace of $L_p(X \times Y \times Z)$* , Num. Func. Anal. and Optim., Vol. 39, no. 13 (2018), 1407-1422.

● [Początek sekcji](#)

On modulated topological vector spaces and applications

Wojciech M. Kozłowski w.m.kozlowski@unsw.edu.au
University of New South Wales, Australia

We introduce a notion of modulated topological vector spaces, that generalizes, among others, Banach and modular function spaces. As an example of application, we prove some results, which extend Kirk's and Browder's fixed point theorems. The theory of modulated topological vector spaces provides a very minimalistic framework, where powerful fixed point theorems are valid under a bare minimum of assumptions.

References

- [1] W.M. Kozłowski, *On modulated topological vector spaces and applications*, Bull. Aust. Math. Soc. in press (2019).

● [Początek sekcji](#)

O pewnej własności geometrycznej w przestrzeniach Orlicza

Damian Kubiak dkubiak@tntech.edu
Tennessee Technological University, USA

Przestrzeń Banacha X ma własność Daugaveta gdy każdy operator $T : X \rightarrow X$ rzędu 1 spełnia warunek $\text{Id} + T = 1 + T$. Wiadomo, że jedynymi przestrzeniami Orlicza mającymi własność Daugaveta są L_1 i L_∞ . Ponadto, własność Daugaveta implikuje lokalną własność średnicy 2 tzn. każdy plaster (slice) kuli jednostkowej ma średnicę 2.

Celem tego odczytu jest zaprezentowanie pewnej geometrycznej własności blisko związanej z lokalną własnością średnicy 2, która charakteryzuje przestrzeń L_1 wśród wszystkich przestrzeni Orlicza.

Metoda rozszerzeń harmoniczych

Mateusz Kwaśnicki mateusz.kwasnicki@pwr.edu.pl
Politechnika Wroctawska

Rozważmy operator eliptyczny drugiego rzędu L w półprzestrzeni $\mathbb{H} = \mathbb{R}^n \times (0, \infty)$. Operator Dirichleta–Neumanna K przyporządkowuje danej funkcji f , określonej na brzegu obszaru \mathbb{H} , pochodną normalną $Kf = \partial_y u$ rozwiązania zagadnienia Dirichleta $Lu = 0$ wewnątrz \mathbb{H} z warunkiem brzegowym $u = f$ na brzegu \mathbb{H} .

Od XIX w. wiadomo, że gdy $L = \Delta$, to $K = -(-\Delta)^{1/2}$. Gdy $L = c_s y^{1/s-2} \Delta_x + \partial_{yy}$, gdzie $s \in (0, 1)$ oraz c_s jest odpowiednią stałą, to $K = -(-\Delta)^s$. Jest to tzw. *metoda rozszerzeń harmoniczych Caffarelliego–Silvestra*, szczegółowo opisana w pracy tych dwóch autorów z 2007 r., choć w istocie obecna już w pracach Muckenhoupta i Steina czy Motczanowa i Ostrowskiego w latach 60.XX w.

Wraz z Jackiem Muchą w artykule [2] charakteryzujemy operatory Dirichleta–Neumanna pochodzące od symetrycznych operatorów eliptycznych drugiego rzędu, niezmienniczych ze względu na izometrie \mathbb{H} , tj. operatorów postaci $L = a(y)\Delta_x + b(y)\partial_{yy} + c(y)\partial_y$. Z kolei w najnowszym artykule [1] uzyskujemy analogiczny rezultat w półpłaszczyźnie ($n = 1$), za to bez założenia symetrii L .

Bibliografia

- [1] M. Kwaśnicki, *Harmonic extension technique for non-symmetric operators with completely monotone kernels*, w przygotowaniu.
- [2] M. Kwaśnicki, J. Mucha, *Extension technique for complete Bernstein functions of the Laplace operator*, J. Evol. Equ. 18(3): 1341–1379 (2018).

Słabo zwarte zbiory i słabo zwarte mnożniki

Karol Leśnik klesnik@vp.pl
Politechnika Poznańska

Podczas referatu zaprezentuję aktualne wyniki dotyczące przestrzeni mnożników punktowych pomiędzy różnymi klasami przestrzeni funkcyjnych. Motywem przewodnim będzie problem opisu słabo zwartych mnożników w terminach własności symbolu mnożnika. Pytanie to w naturalny sposób prowadzi do problemu opisu zbiorów warunkowo słabo zwartych w przestrzeniach funkcyjnych. W związku z tym przedstawię też nową i pełną charakteryzację przestrzeni funkcyjnych spełniających kryterium Dunforda–Pettisa, tj. przestrzeni, w których wszystkie zbiory relatywnie słabo zwarte są równocatkowalne. Omówię ponadto związek równocatkowalności z warunkiem de la Vallée Poussina w przestrzeniach symetrycznych.

Bibliografia

- [1] K. Leśnik, L. Maligranda and J. Tomaszewski, *Weakly compact sets and weakly compact pointwise multipliers in function spaces*, preprint.

● [Początek sekcji](#)

Projekcje minimalne w przestrzeniach Banacha

Grzegorz Lewicki Grzegorz.Lewicki@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Niech X będzie przestrzenią Banacha a $Y \subset X$ jej domkniętą podprzestrzenią. Operator liniowy i ciągły $P : X \rightarrow Y$ nazywamy *projekcją* jeżeli $P|_Y = id|_Y$. Zbiór wszystkich projekcji z X na Y będziemy oznaczać symbolem $\mathcal{P}(X, Y)$. Operator $P_o \in \mathcal{P}(X, Y)$ nazywamy *projekcją minimalną* jeżeli $P_o \leq P$ dla dowolnego $P \in \mathcal{P}(X, Y)$. Istnieje bogata literatura dotycząca problematyki projekcji minimalnych. Główne problemy rozwiązane w tej teorii to:

1. Istnienie projekcji minimalnych;
2. Jedyność projekcji minimalnych;
3. Efektywne wzory na projekcje minimalne;
4. Oszacowania norm projekcji minimalnych.

Podczas referatu, który będzie miał charakter przeglądowy, zaprezentujemy najistotniejsze wyniki dotyczące wyżej wymienionych problemów.

Bibliografia

- [1] E. W. Cheney and P. D. Morris, *On the existence and characterization of minimal projections*, J. Reine Angew. Math. Vol. 270, (1974), 61–76.
- [2] E. W. Cheney, C.R. Hobby, P.D. Morris, F. Schurer and D.E. Wulbert, *On the minimal property of the Fourier projection*, Trans. Amer. Math. Soc. 143, (1969), 249–258.
- [3] B. L. Chalmers and G. Lewicki, *Symmetric subspaces of l_1 with large projection constants*, Studia Math., 134 (1999), 119 – 133.
- [4] B. L. Chalmers and F. T. Metcalf, *The determination of minimal projections and extensions in L^1* , Trans. Am. Math. Soc., 329 (1992), 289 – 305.
- [5] S. Foucart and Skrzypek L. *On maximal relative projection constants*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, (2017), (447,1), 309 – 328.
- [6] H. König, C. Schuett and N. Tomczak – Jaegermann, *Projection constants of symmetric spaces and variants of Khinchine’s inequality*, J. Reine Angew. Math., 511, (1999), 1 – 42.
- [7] S.M. Lozinski, *On a class of linear operators*, Dokl. Akad. Nauk SSSR, (61), (1948), 193–196.

● [Początek sekcji](#)

O sumach skręconych przestrzeni Banacha c_0 i $C(K)$

Witold Marciszewski wmarcisz@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Współautorzy:

Antonio Avilés avileslo@um.es

Universidad de Murcia

Grzegorz Plebanek grzes@math.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Rozważamy klasę przestrzeni Banacha Y , dla których istnieje nietrywialna suma skręcona przestrzeni c_0 i przestrzeni Y , tj. istnieje przestrzeń Banacha X zawierająca niedopełnialną kopię Z przestrzeni c_0 taką, że przestrzeń ilorazowa X/Z jest izomorficzna z Y . Przedstawię charakteryzację takich przestrzeni Y w terminach własności słabej* topologii w przestrzeni sprzężonej Y^* . Pokażę, że przy założeniu hipotezy continuum (CH), dla dowolnej niemetryzowalnej przestrzeni zwartej K , istnieje nietrywialna suma skręcona przestrzeni c_0 i przestrzeni $C(K)$. Ten wynik daje pozytywne rozwiązanie problemu Cabello, Castillo, Kaltona and Yosta (przy założeniu CH). Wcześniej, wspólnie z G. Plebankiem pokazaliśmy, że przy założeniu aksjomatu Martina i negacji hipotezy continuum ten problem ma negatywne rozstrzygnięcie.

● [Początek sekcji](#)

On surjections between Banach spaces of continuous functions on separable nonmetrizable compact lines

Artur Michalak michalak@amu.edu.pl

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

For a compact subset K of $[0, 1]$ and a subset A of K , we denote by K_A the modification of the two-arrows space with base K and duplicated set A . We study necessary conditions for the existence of continuous linear surjections between Banach spaces $C(K_A)$ of all real continuous functions on K_A spaces. We show that if there exists a continuous linear surjection from $C(K_A)$ onto $C(L_B)$ and A is a member of the additive Borel class Σ_α for some ordinal number $1 \leq \alpha \leq \omega_1$, then $B \in \Sigma_{\max\{3, 1+\alpha\}}$.

References

- [1] G. Godefroy, <http://www.fields.utoronto.ca/audio/02-03/banach/godefroy/>
- [2] W. Marciszewski, *Modifications of the double arrow space and related Banach spaces $C(K)$* , *Studia Math.* **184** (2008), 249–262.
- [3] A. Michalak, *On surjections between Banach spaces of continuous functions on separable nonmetrizable compact lines*, *Fundamenta Math.* **246** (2019), 301–320.
- [4] A. Ostaszewski, *A characterization of compact, separable, ordered spaces*,

Chaos liniowy i analiza spektralna operatorów

Marcin Moszyński mmoszyns@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Opowiem o modnym w ostatnich latach *chaosie liniowym* [4], czyli „chaotycznym” zachowaniu półgrup operatorów „generowanych” przez operator liniowy (generator półgrupy) w przestrzeni Banacha. Skupię się głównie na kryteriach [3], [5] (w tym dość nowych [5]), które gwarantują chaotyczność przy pewnych założeniach, dotyczących widma i własności spektralnych generatora. Zilustruję je kilkoma przykładami, w tym klasycznym przykładem Rolewicza z 1969 roku [6]. Wspomnę też o problemie selekcji wartości własnych [5].

Bibliografia

- [1] J. Banasiak and M. Moszyński, *A generalization of Desch-Schappacher-Webb criteria for chaos*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - A 12 no. 5: 959–972 (2005).
- [2] J. Banasiak, M. Lachowicz and M. Moszyński, *Chaotic behavior of semi-groups related to the process of gene amplification–deamplification with cells’ proliferation*, Math. Biosciences 206:, 200–215 (2007).
- [3] W. Desch, W. Schappacher and G.F. Webb, *Hypercyclic and chaotic semigroups of linear operators*, Ergodic Th. Dynam. Systems 17: 793–819 (1997).
- [4] K.-G. Grosse-Erdmann and A. Peris Manguillot, *Linear Chaos*, Springer, London, 2011.
- [5] M. Moszyński, *NON-SVEP, Right-Inversion Point Spectrum and Chaos*, Integral Equations and Operator theory 88: 1–13 (2017).
- [6] S. Rolewicz, *On orbits of elements*, Studia Mathematica 32: 17–22 (1969).

Ciągłe operatory liniowe na przestrzeniach Orlicza-Bochnera

Marian Nowak M.Nowak@wmie.uz.zgora.pl

Uniwersytet Zielonogórski

Niech $L\varphi(X)$ będzie przestrzenią Orlicza-Bochnera (φ jest funkcją Younga a X jest przestrzenią Banacha) z topologią modularną $T\varphi$. Topologia modularna $T\varphi$ jest najsilniejszą topologią Lebesgue’a na $L\varphi(X)$. W szczególności, gdy funkcja Younga φ spełnia warunek Δ_2 , to ta topologia modularna pokrywa się ze zwykłą topologią normową na $L\varphi(X)$. Rozważany jest problem całkowitej reprezentacji ciągłych operatorów liniowych z przestrzeni $L\varphi(X)$ do przestrzeni Banacha Y . Badane są ważne klasy ciągłych operatorów liniowych na przestrzeni $L\varphi(X)$:

porządkowo słabo zwarte i porządkowo prawie słabo zwarte operatory, słabo zwarte i prawie słabo zwarte operatory, słabo zupełnie ciągłe i zupełnie ciągłe operatory. Ustalono relacje między tymi klasami operatorów w terminach własności funkcji Younga φ oraz topologicznych własnościami przestrzeni Banacha X (refleksywność, prawie refleksywność).

● [Początek sekcji](#)

Równoważniki własności polyhedralnych dla ℓ_1 -predualnych

Łukasz Piasecki piasecki@hektor.umcs.lublin.pl
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

Podamy geometryczne równoważniki własności polyhedralnych (wielościennych) dla ℓ_1 -predualnych. Wśród nich pojawią się m.in. własność rozszerzania dla operatorów zwartych, słaba* własność punktu stałego oraz stabilna słaba* własność punktu stałego dla przekształceń nieoddalających oraz izometrii.

Bibliografia

- [1] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, *Hyperplanes in the space of convergent sequences and preduals of ℓ_1* , *Canad. Math. Bull.* 58: 459–470 (2015).
- [2] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, *Separable Lindenstrauss spaces whose duals lack the weak* fixed point property for nonexpansive mappings*, *Studia Math.* 238 (1): 1–16 (2017).
- [3] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, L. Veselý, *Rethinking polyhedrality for Lindenstrauss spaces*, *Israel J. Math.* 216: 355–369 (2016).
- [4] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, R. Popescu, *Weak* fixed point property in ℓ_1 and polyhedrality in Lindenstrauss spaces*, *Studia Math.* 241 (2): 159–172 (2018).
- [5] Ł. Piasecki, *On Banach space properties that are not invariant under the Banach-Mazur distance 1*, *J. Math. Anal. Appl.* 467: 1129–1147 (2018).

● [Początek sekcji](#)

A Shimorin-type analytic model for left-invertible operators

Paweł Pietrzycki pawel.pietrzycki@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

In this talk we will present a new analytic model $(\mathcal{M}_z, \mathcal{H})$ for left-invertible operator $T : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$. The multiplication operator $\mathcal{M}_z : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ is given by

$$(\mathcal{M}_z f)(z) = zf(z), \quad f \in \mathcal{H},$$

where \mathcal{H} denote the vector space of formal Laurent series with vector coefficients of the form

$$U_x(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (P_E T^n x) \frac{1}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} (P_E T^{*n} x) z^n,$$

and E is a closed subspace of \mathcal{H} such that

$$[E]_{T^*, T'} := \bigvee (\{T^{*n}x : x \in E, n \in \mathbb{N}\} \cup \{T'^n x : x \in E, n \in \mathbb{N}\}) = \mathcal{H}.$$

Then we will present some applications of this model to composition operators on reproducing kernel Hilbert space.

References

- [1] P. Pietrzycki, *Shimorin-type analytic model on an annulus for left-invertible operators and applications*, J. Math. Anal. Appl. 477: 885–911 (2019).
- [2] S. Shimorin, *Wold-type decompositions and wandering subspaces for operators close to isometries*, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik 531: 147–189 (2001).

● [Początek sekcji](#)

Miary Carlesona w teorii przestrzeni Hardy’ego na obszarach

Michał Rzeczkowski rzeczkow@amu.edu.pl

Uniwersytet Adama Mickiewicza w Poznaniu

Klasyczne twierdzenie Carlesona głosi, że przestrzeń Hardy’ego H^p , $1 \leq p < +\infty$, zanurza się w sposób ciągły w przestrzeń $L^p(\mathbb{D}, \mu)$, gdzie μ jest miarą borelowską na dysku jednostkowym \mathbb{D} na płaszczyźnie zespolonej wtedy i tylko wtedy, gdy μ jest tzw. miarą Carlesona. W referacie przedstawiony zostanie wariant twierdzenia Carlesona w przypadku abstrakcyjnych przestrzeni Hardy’ego $HX(\Omega)$ na obszarach wielopólnych, generowanych przez symetryczne kraty Banacha $X(\Omega, \mu)$ oraz zastosowanie tego twierdzenia do charakteryzacji ograniczonych operatorów kompozycji $C_\varphi: HX(\Omega) \rightarrow HX(\Omega)$.

Bibliografia

- [1] P. Mleczko, M. Rzeczkowski, *Carleson measures on circular domain and canonical embeddings of Hardy spaces into function lattices*, Banach J. Math. Anal., praca przyjęta do druku.

● [Początek sekcji](#)

Operatory liniowe na przestrzeni $C_b(X, E)$ z topologią ścisłą

Juliusz Stochmal juliusz.stochmal@gmail.com

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego, Bydgoszcz

Klasyczne twierdzenie Riesz’a opisuje wzajemną jednoznaczność odpowiedniość między funkcjami liniowymi na przestrzeni $C(X)$ funkcji ciągłych określonych na zwartej przestrzeni Hausdorffa X , a skończonymi regularnymi miarami borelowskimi.

Pracą Nowaka [3] zostały zapoczątkowane badania dotyczące uogólnienia twierdzenia Riesz’a na przypadek operatorów liniowych na przestrzeni $C_b(X, E)$

ciągłych i ograniczonych funkcji z całkowicie regularnej przestrzeni Hausdorffa X do przestrzeni Banacha E . Wówczas przestrzeń $C_b(X, E)$ wyposażona jest w topologię ścisłą β , która jest generowana przez rodzinę seminorm postaci:

$$p_v(f) := \sup_{t \in X} |v(t)| f(t)_E \quad \text{dla } f \in C_b(X, E),$$

gdzie funkcja $v : X \rightarrow \mathbb{R}$ jest ograniczona i znikająca w nieskończoności, tzn. taka, że dla każdego $\varepsilon > 0$ zbiór $\{t \in X : |v(t)| \geq \varepsilon\}$ jest zwarty.

Z uwagi na [3, Twierdzenie 3.1] o reprezentacji całkowej operatora liniowego i ciągłego $T : C_b(X, E) \rightarrow F$, gdzie F jest przestrzenią Banacha, można charakteryzować operator z wybranej klasy przez własności miary $m : \mathcal{B}_o \rightarrow \mathcal{L}(E, F'')$ reprezentującej dany operator. W pracy [4] oraz [5] takie badania przeprowadzono odpowiednio dla operatorów zdominowanych i operatorów nuklearnych.

Bibliografia

- [1] M. Nowak, A Riesz representation theory for completely regular Hausdorff spaces and its applications, *Open Math.* 14: 474–496 (2016).
- [2] M. Nowak and J. Stochmal, Dominated operators, absolutely summing operators and the strict topology, *Quaest. Math.* 40 no. 1: 119–137 (2017).
- [3] M. Nowak and J. Stochmal, Nuclear operators on $C_b(X, E)$ and the strict topology, *Math. Slovaca*, 68 no. 1: 135–146 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Punktowe mnożniki pomiędzy przestrzeniami Musielaka–Orlicza

Jakub Tomaszewski jakub.tomaszewski@put.poznan.pl
Politechnika Poznańska

Niech X, Y będą funkcyjnymi przestrzeniami Banacha nad tą samą przestrzenią miary. Definiujemy przestrzeń mnożników punktowych jako $M(X, Y) = \{f \in L^0 : fg \in Y \text{ dla każdego } g \in X\}$, z normą operatorową. W [[1]] pokazaliśmy, że w przypadku przestrzeni Orlicza, przestrzeń ta jest przestrzenią Orlicza generowaną przez uogólnioną funkcję dopełniającą w sensie Younga.

Naturalnym pytaniem jest, czy analogiczny opis jest możliwy dla przestrzeni Musielaka–Orlicza.

Pokażę, że odpowiedź na to pytanie jest pozytywna, tj.

$$M(L^\varphi, L_1^\varphi) = L^{\varphi \ominus \varphi_1},$$

dla dowolnej σ -skończonej zupełnej przestrzeni miary oraz dowolnych funkcji Musielaka–Orlicza. Referat bazuje na wspólnej pracy z Karolem Leśnikiem.

Bibliografia

- [1] Leśnik, K., Tomaszewski, *Pointwise multipliers of Orlicz function spaces and factorization*, J. Positivity 21 Issue 4, (2017), 1563–1573.

[2] Leśnik, K., Tomaszewski, *Pointwise multipliers of Musielak–Orlicz function spaces and factorization*, preprint, arXiv:1812.05887

● [Początek sekcji](#)

Holomorfczne funkcje Besova generatorów póggrup operatorowych

Yuri Tomilov ytomilov@impan.pl
Polska akademia Nauk

W trakcie wykładu przedstawię konstrukcję nowego rachunku funkcyjnego dla generatorów ograniczonych póggrup na przestrzeniach Hilberta oraz generatorów ograniczonych póggrup holomorfcznych na przestrzeniach Banacha.

Rachunek ten jest ścistym, istotnym i jednocześnie bardzo naturalnym rozszerzeniem klasycznego rachunku funkcyjnego Hille–Phillipsa. Posiada on wszystkie standardowe własności rachunków funkcyjnych, i prowadzi do jednolitego ujęcia wielu ważnych oszacowań w literaturze (w tym V. Peller, dotyczących sytuacji dyskretnej). Ponadto pozwala on uzyskać szereg jakościowo nowych wyników.

Pokażę też, że skonstruowany rachunek jest optymalny dla klas operatorów wspomnianych wyżej.

Są to rezultaty uzyskane wspólnie z C. Batty (Oksford) i A. Gomilko (Toruń).

● [Początek sekcji](#)

Domkniętość zbioru punktów ekstremalnych kuli jednostkowej w przestrzeniach funkcyjnych Orlicza

Marek Wiśła marek.wisla@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Wiadomo ([1]), że przestrzeń $K(X, C(\Omega, R))$ operatorów liniowych zwartych z przestrzeni Banacha X do przestrzeni funkcji ciągłych, rzeczywistych $C(\Omega, R)$ nad zwartą przestrzenią topologiczną Hausdorffa Ω jest izometryczna z przestrzenią funkcji ciągłych $C(\Omega, X^*)$, gdzie X^* jest przestrzenią Banacha dualną do X . Zatem problem opisu punktów ekstremalnych kuli jednostkowej przestrzeni $K(X, C(\Omega, R))$ można sprowadzić do problemu opisu punktów ekstremalnych kuli jednostkowej przestrzeni funkcji ciągłych $C(\Omega, X^*)$ a ten problem z kolei do

- charakteryzacji przestrzeni Banacha X , w których zbiór punktów ekstremalnych kuli jednostkowej jest domknięty,
- charakteryzacji przestrzeni Banacha X , dla których zachodzi równoważność $f \in \text{ext} B(C(\Omega, X)) \Leftrightarrow f(\omega) \in \text{ext} B(X)$ na gęstym podzbiórze Ω .

Celem referatu jest sformułowanie odpowiedzi na powyższe pytania w przypadku, gdy X jest przestrzenią funkcyjną Orlicza $L^\Phi(\mu)$ nad przestrzenią miary σ -skończonej i bezatomowej.

Bibliografia

- [1] N. Dunford N, J.T. Schwartz, *Linear operators I, General Theory, Pure Appl. Math., vol 7, Interscience, New York, 1958.*

● [Początek sekcji](#)

The gap distance between linear pencils

Michał Wojtylak michal.wojtylak@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

We will consider linear pencils, i.e. polynomials of the form $\lambda E - A$ with operator (matrix) coefficients A, E . We recall that each pencil can be represented as its graph, which is linear space $\ker[A, -E]$. Using this observation we introduce a new distance between linear pencils

$$P_{\ker[A_1, -E_1]} - P_{\ker[A_2, -E_2]}$$

where $P_{\mathcal{L}}$ stands for the orthogonal projection onto the space \mathcal{L} . Several basic properties of this construction will be shown. Then the distance will be compared with the difference in Fobenius norm

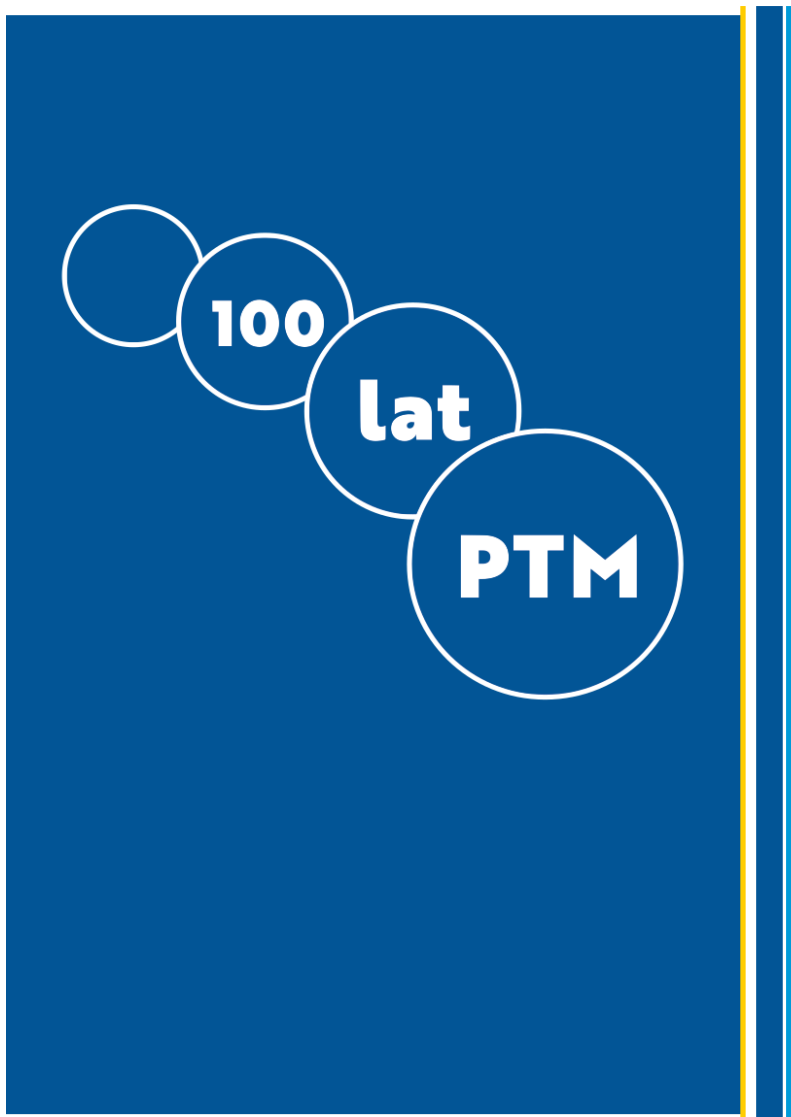
$$A_1 - A_2^2_{\mathcal{F}} + E_1 - E_2^2_{\mathcal{F}}, \quad X^2_{\mathcal{F}} = \text{tr}X^*X,$$

which is usually used in numerical analysis. Next, we will formulate the problem of distance to the set of singular pencils and compare it with the original one given by Byers, He and Mehrmann in 1998 [1]. The talk is based on a joint work [2].

Bibliografia

- [1] Byers, R., He, C. and Mehrmann, V., 1998. *Where is the nearest non-regular pencil?*, Linear algebra and its applications. 285(1-3), pp.81-105.
- [2] Berger, T., Gernandt H., Trunk C., Winkler H. and Wojtylak M.. *The gap distance to the set of singular matrix pencils*. Linear Algebra and its Applications 564 (2019): 28-57.

● [Początek sekcji](#)



teoria osobliwości

patron sesji

Stanisław Łojasiewicz



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Extensions of arc-analytic functions

Janusz Adamus jadamus@uwo.ca

Department of Mathematics, The University of Western Ontario, London,
Ontario, Canada N6A 5B7

A real valued function is called arc-analytic when it is analytic along every real analytic arc. Recently, there has been a great deal of interest in various classes of arc-analytic functions in the real algebraic, and more generally, semialgebraic setting. In this talk, we will present a theorem asserting that every semialgebraic arc-analytic function on an arc-symmetric set admits an arc-analytic semialgebraic extension to the entire ambient Euclidean space. This result is particularly interesting in the context of continuous rational functions on singular algebraic sets. Such functions, in general, do not admit continuous rational extensions. They do, nonetheless, admit an arc-analytic extension. Our result can also be used to characterize the arc-symmetric sets among all the semialgebraic ones. This is joint work with Hadi Seyedinejad.

References

- [1] J. Adamus and H. Seyedinejad, *Extensions of arc-analytic functions*, Math. Ann. 371: 685–693 (2018).

● [Początek sekcji](#)

Approximation of maps into uniformly rational varieties by piecewise-regular maps

Marcin Bilski marcin.bilski@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

A real algebraic variety W of dimension m is said to be uniformly rational if each of its points has a Zariski open neighborhood which is biregularly isomorphic to a Zariski open subset of \mathbb{R}^m . We will discuss approximation of continuous maps from compact subsets of real algebraic varieties into uniformly rational real algebraic varieties by piecewise-regular maps. This is joint work with Wojciech Kucharz.

● [Początek sekcji](#)

Kryteria analityczności funkcji zdefiniowanych na rozmaitościach analitycznych rzeczywistych

Jacek Bochnak jack3137@gmail.com
University of Amsterdam

Funkcja $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowana poniżej

$$g(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^8 + y(x^2 - y^3)^2 + z^4}{x^{10} + (x^2 - y^3)^2 + z^2} & , \text{ gdy } (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0 & , \text{ gdy } (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

jest analityczna na każdej krzywej analitycznej nieosobliwej zawartej w \mathbb{R}^3 , ale nie jest analityczna na \mathbb{R}^3 (jest nieograniczona w dowolnym otoczeniu zera).

Sytuacja jest diametralnie różna, gdy zastąpimy krzywe powierzchniami analitycznymi.

Twierdzenie. Niech $f : M \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją określoną na rzeczywistej rozmaitości analitycznej wymiaru ≥ 3 . Załóżmy że dla każdej powierzchni analitycznej $S \subset M$ homeomorficznej z 2-wymiarową sferą S^2 , restrykcja $f|_S$ jest analityczna.

Wtedy f jest analityczna na M .

Są również prawdziwe warianty tego twierdzenia.

References

- [1] J. Bochnak, J. Siciak, *A characterization of analytic functions of several real variables*, Ann. Polonici Math. (2019) (w druku).
- [2] J.Bochnak, J. Kollár, W. Kucharz, *Checking real analyticity on surfaces*, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées (2019) (w druku).

● [Początek sekcji](#)

Szkielet i osobliwości

Maciej P. Denkowski maciej.denkowski@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Szkieletem M_X domkniętego, niepustego zbioru $X \subseteq \mathbb{R}^n$ nazywamy ogół tych punktów przestrzeni, których odległość euklidesowa od X realizowana jest w więcej niż jednym punkcie. Jakkolwiek pojęcie to jest znane od lat 60 XXw. i stanowi główne narzędzie rozpoznawania obrazów, na jego związku z osobliwościami zbioru X zwrócono uwagę dopiero w [3]. Przedmiotem referatu jest charakteryzacja za [1] i [2] tych punktów osobliwych zbioru X (subanalitycznego lub definiowalnego w jakiejś strukturze o-minimalnej na \mathbb{R}), które są osiągame przez szkielet, tzn. punktów zbioru $X \cap \overline{M_X}$

Bibliografia

- [1] Lev Birbrair, Maciej P. Denkowski, *Medial axis and singularities*, J. Geom. Anal. 27 no. 3: 2339 – 2380 (2017),
- [2] Lev Birbrair, Maciej P. Denkowski, *Erratum to: Medial axis and singularities*, arXiv:1705.02788 (2018),

- [3] Maciej P. Denkowski, *On the points realizing the distance to a definable set*, J. Math. Anal. Appl. 378 no. 2: 592 – 602 (2011)
- [4] Maciej P. Denkowski, *The Kuratowski convergence of medial axes*, arXiv:1602.05422 (2016).

[● Początek sekcji](#)

Generyczne odwzorowania wielomianowe

Michał Farnik Michal.Farnik@gmail.com
Uniwersytet Jagielloński

Niech $\Omega(d_1, d_2)$ oznacza przestrzeń odwzorowań wielomianowych $(f_1, f_2) : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ o stopniach ograniczonych przez d_1, d_2 . W [1] pokazujemy, że istnieje taki podzbiór $U \subset \Omega(d_1, d_2)$ otwarty w topologii Zariskiego, że dla każdego $F \in U$ wyróżnik $\Delta(F) = F(C(F))$ jest krzywą biwymierną z krzywą punktów krytycznych $C(F)$, której jedynymi osobliwościami są ostrza i pętle. Ponadto wyznaczamy liczbę ostrzy $c(d_1, d_2)$ i pętli $n(d_1, d_2)$. Liczby te nie zależą od wyboru $F \in U$, jedynie od stopni d_1, d_2 . W trakcie referatu pokażemy, że zbiór odwzorowań, które posiadają $c(d_1, d_2)$ ostrzy i $n(d_1, d_2)$ pętli jest otwarty. Ponadto dowolne dwa takie odwzorowania są topologicznie równoważne.

Bibliografia

- [1] M. Farnik, Z. Jelonek and M.A.S. Ruas, *Whitney theorem for complex polynomial mappings*, arXiv:1703.09683.

[● Początek sekcji](#)

The Łojasiewicz exponent of non-degenerate surface singularities

Tadeusz Krasieński tadeusz.krasinski@wmii.uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

We propose a formula for the Łojasiewicz exponent of non-degenerate surface singularities i.e. the Łojasiewicz exponent of holomorphic function-germs $f : (\mathbb{C}^3, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$ with an isolated critical point at 0. It is a generalization of the Lenarcik formula from the case of curve singularities. The formula is expressed in terms of the Newton diagram of the singularity f . [● Początek sekcji](#)

A geometric model of an arbitrary ordinary differentially closed field of characteristic zero

Stanisław Spodzieja stanislaw.spodzieja@wmii.uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

The study of differential algebras was started in the first half of the twentieth century by J. F. Ritt (1932), and continued by E. R. Kolchin and J. F. Ritt (1939), I. Kaplansky (1957) and others. The investigation of these algebras in the context of model theory was initiated by A. Robinson (1956). Despite a fairly long period of study of differential algebras, it is difficult to indicate papers where natural examples of differentially closed fields are given. By A. Seidenberg's embedding theorem (1952) we only know that: *Every countable ordinary differential field of characteristic zero F is differentially isomorphic over F to a differential subfield of the field of germs of meromorphic functions in one variable at the origin.* L. Harrington (1974) proved that *if a complete and model complete decidable theory T has the finite basis property and every quantifier-free constrained formula (in the language of T) is complete, then T has a recursively presentable prime model.* He used this model-theoretic result to construct the differential closure of any given recursively presentable differential field.

We give an elementary construction of an arbitrary differentially closed field and of a universal extension of a differential field in terms of Nash function fields. We also give a characterization of any Archimedean ordered differentially closed field in terms of Nash functions.

References

- [1] L. Blum, *Differentially closed fields: a model-theoretic tour*, Contributions to algebra (collection of papers dedicated to Ellis Kolchin), 37–61, Academic Press, New York, 1977.
- [2] L. Harrington, *Recursively presentable prime models*, J. Symbolic Logic 39 (1974), 305–309.
- [3] J. van der Hoeven, *Transseries and real differential algebra*. Lecture Notes in Math. 1888, Springer-Verlag, Berlin, 2006.
- [4] I. Kaplansky, *An introduction to differential algebra*, Actualités Sci. Ind. 1251, Hermann, Paris, 1957.
- [5] E.R. Kolchin, *Differential algebra and algebraic groups*, Academic Press, New York, 1973.
- [6] E.R. Kolchin, *On universal extensions of differential fields*, Pacific J. Math. 86 (1980), 139–143.
- [7] J.F. Ritt, *Differential equations from the algebraic standpoint*, AMS Colloquium Publications 14, Amer. Math. Soc., New York, 1932.
- [8] J.F. Ritt, *Differential algebra*, Dover Publications, New York, 1966.
- [9] J.F. Ritt, E.R. Kolchin, *On certain ideals of differential polynomials*, Bull. Amer. Math. Soc. 45 (1939), 895–898.
- [10] A. Robinson, *Complete theories*, North-Holland, Amsterdam, 1956.
- [11] A. Robinson, *On the concept of a differentially closed field*, Bull. Res. Council Israel Sect. F 8 (1959), 113–128.
- [12] A. Robinson, *Ordered differential fields*, J. Combin. Theory Ser. A 14 (1973), 324–333.
- [13] G.E. Sacks, *The differential closure of a differential field*, Bull. Amer. Math. Soc. 78 (1972), 629–634.

- [14] A. Seidenberg, *Some basic theorems in differential algebra (characteristic p , arbitrary)*, Trans. Amer. Math. Soc. 73 (1952), 174–190.
- [15] A. Seidenberg, *A new decision method for elementary algebra*, Ann. of Math. (2) 60 (1954), 365–374.
- [16] A. Seidenberg, *Abstract differential algebra and the analytic case*, Proc. Amer. Math. Soc. 9 (1958), 159–164.
- [17] M.F. Singer, *The model theory of ordered differential fields*, J. Symbolic Logic 43 (1978), 82–91.
- [18] S. Spodzieja, *A geometric model of an arbitrary real closed field*, Pacific J. Math. 264 (2013), 455–469.
- [19] S. Spodzieja, *The field of Nash functions and factorization of polynomials*, Ann. Polon. Math. 65 (1996), 81–94.

● [Początek sekcji](#)

Semialgebraiczna wersja twierdzenia Calderóna-Zygmunda o regularyzacji funkcji odległości

Anna Valette anna.valette@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

Współautorzy:

Beata Kocel-Cyng bkocel@pk.edu.pl

Institut Matematyki Politechniki Krakowskiej

Wiesław Pawłucki wieslaw.pawlucki@im.uj.edu.pl

Institut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego

Jednym z użytecznych narzędzi w analizie jest twierdzenie Calderóna-Zygmunda o regularyzacji mówiące, że funkcja odległości od domkniętego podzbioru $W \subset \mathbb{R}^n$ jest równoważna pewnej funkcji $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, klasy C^∞ na uzupełnieniu zbioru W . Ponadto j pochodne cząstkowe, do ustalonego rzędu, funkcji f na zbiorze $\mathbb{R}^n \setminus W$ są kontrolowane przez funkcję odległości. Twierdzenie to ma szereg zastosowań m.in. w badaniu eliptycznych równań różniczkowych cząstkowych. Ze względu na rozwijające się zastosowania geometrii semialgebraicznej naturalnym i interesującym pytaniem jest czy twierdzenie to zachodzi w kategorii semialgebraicznej. Celem referatu jest przedstawienie pozytywnej odpowiedzi na to pytanie. Mianowicie pokażemy dowód następującego twierdzenia **Twierdzenie**. *Niech $W \subset \mathbb{R}^n$ będzie domkniętym semialgebraicznym podzbiorem, p liczbą naturalną. Istnieją wtedy stałe $m, M, B_\alpha \in \mathbb{R}$ oraz funkcja $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, która w restrykcji do zbioru $\mathbb{R}^n \setminus W$ jest klasy C^∞ oraz dla wszystkich $x \in \mathbb{R}^n \setminus W$ i każdego wielowskaźnika $\alpha \in \mathbb{N}^n$ o długości $|\alpha| \leq p$ zachodzą:*

$$m \operatorname{dist}(x, W) \leq f(x) \leq M \operatorname{dist}(x, W), \quad (22)$$

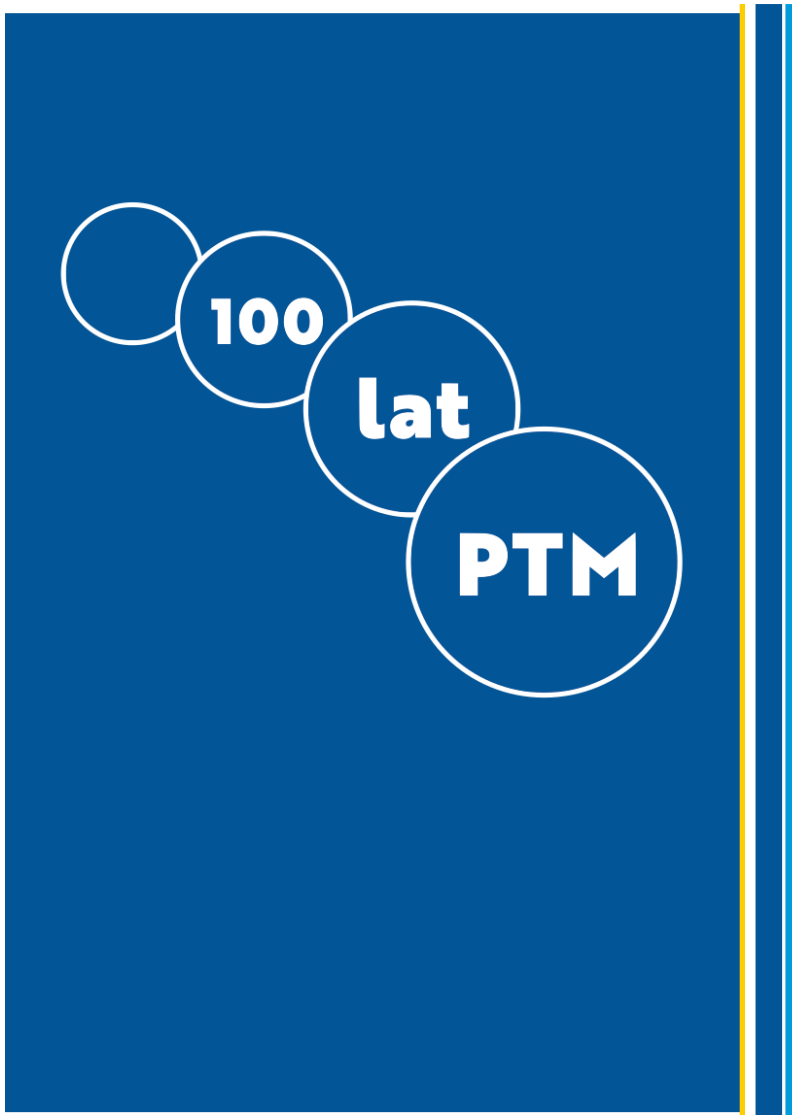
$$\left| \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} f(x) \right| \leq B_\alpha (\operatorname{dist}(x, W))^{1-|\alpha|}. \quad (23)$$

Na zakończenie przedstawimy kilka bezpośrednich zastosowań naszego twierdzenia w geometrii semialgebraicznej.

Bibliografia

- [1] A. P. Calderón and A. Zygmund, *Local properties of solutions of elliptic partial differential equations*, *Studia Math.* 20: 181–225 (1961).
- [2] L. van den Dries and C. Miller, *Geometric categories and o-minimal structures*, *Duke M. J.* 84, No. 2: 497–540 (1996). 124: 269–280 (1997).
- [3] K. Kurdyka and W. Pawłucki, *O-minimal version of Whitney’s extension theorem*, *Studia Math.* 224: (1) 81–96(2014),.
- [4] M. Shiota, *Approximation theorems for Nash mappings and Nash manifolds*, *Trans. of the A.M.S.* 293, No. 1: 319–337 (1986).
- [5] E. M. Stein, *Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions*, Princeton University Press, Princeton, 1970.
- [6] J.-C. Tougeron, *Idéaux des fonctions différentiables*, Springer, 1972.
- [7] A. Valette and G. Valette, *Efroymsen’s approximation theorem for globally subanalytic functions*, arXiv:1905.05703.

● [Początek sekcji](#)



topologia, geometria i algebra homologiczna

patroni sesji

Karol Borsuk, Samuel Eilenberg



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Heegaard Floer homologies and Gordian distance of torus knots

Maciej Borodzik mcboro@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

We apply c_j invariants of Dai, Hom, Stoffregen and Truong to obtain restrictions for possible configurations of integers p, q, r, s such that the torus knot $T(r, s)$ belongs to a minimal unknotting sequence of the torus knot $T(p, q)$. We compare these restrictions to other restrictions known in the literature, especially with other restrictions from Heegaard Floer homology.

● [Początek sekcji](#)

What is persistence?

Wojciech Chachólski wojtek@kth.se

KTH Royal Institute of Technology, Sztokholm

How to give a machine a sense of geometry? There are two aspects of what a sense is: technical tool and ability to learn to use it. This learning ability is essential. For example we are born with technical ability to detect smells and through our lives we develop it, depending on needs and environment around us. In my talk I will describe how to use homology to give a machine a sense of geometry.

● [Początek sekcji](#)

Linear algebra and unification of geometries in all scales

Jerzy Dydak jdydak@utk.edu

University of Tennessee (USA) i Xi'an Technological University (Chiny)

I will present a framework inspired by concepts from linear algebra that allows for a unified exposition of the following three basic geometries:

- a. topology,
- b. uniform category (i.e. small scale geometry),
- c. large scale geometry.

● [Początek sekcji](#)

Counterexamples to a conjecture of Bing and Borsuk

Steven Ferry steven.ferry@icloud.com

Rutgers University and Binghamton University

A well-known conjecture of Bing and Borsuk says that every homogeneous

euclidean neighborhood retract is a topological manifold. In this joint work with J Bryant, we describe a collection of high-dimensional counterexamples to this conjecture.

● [Początek sekcji](#)

Skein Modules and Conformal Field theory

Joanna Kania-Bartoszyńska jkaniaba@nsf.gov
National Science Foundation

Skein modules of 3-dimensional manifolds, introduced by Przytycki and Turaev, are formed by taking linear combination of isotopy classes of framed links in the manifold with complex coefficients, and dividing by a submodule generated by skein relations. We study the skein module corresponding to the Kauffman bracket relations that underly his state sum formula for the Jones polynomial. When a 3-manifold is a cylinder over a surface, the module has an algebra structure, where multiplication comes from placing one link above the other. These spaces are central tools in constructing quantum invariants of 3-manifolds.

I will explain recent joint work with Charles Frohman and Thang Le concerning the representation theory of the Kauffman bracket skein algebra of a finite type surface at a root of unity. I will use those results to outline the construction of a family of conformal field theories in dimension 3.

References

- [1] Frohman, Charles; Kania-Bartoszyńska, Joanna; Lê, Thang, *Unicity for representations of the Kauffman bracket skein algebra* Invent. Math. 215 (2019), no. 2.
- [2] Frohman, Charles; Kania-Bartoszyńska, Joanna; Lê, Thang, *Dimension and Trace of the Kauffman Bracket Skein Algebra*, preprint, arXiv:1902.02002 [math.GT]

● [Początek sekcji](#)

Monotonicity of Entropy for the Quadratic Family

James Keesling kees@uf1.edu
University of Florida, USA

Let $f_\mu(x) = \mu \cdot x \cdot (1 - x)$ be the quadratic family where $0 \leq x \leq 1$ and $0 \leq \mu \leq 4$. For each μ the function f_μ is unimodal with critical point $c = \frac{1}{2}$. Let $h(f_\mu)$ denote the topological entropy of f_μ . Let $K(f_\mu)$ denote the kneading sequence for f_μ . There is a natural order on the kneading sequence. It is well-known, and first proved by Milnor and Thurston [1], that $h(f_\mu)$ is monotone in the ordering on $K(f_\mu)$.

It is also known that $h(f_\mu)$ is monotone in the parameter μ . There are several proofs of this. We do not enumerate these in the abstract, but the proofs make

non-trivial use of complex analysis in one way or another. In this talk we give a proof of the monotonicity of entropy as a function of the parameter μ which is elementary and does not use complex analysis.

References

- [1] J. Milnor, W. Thurston, *On iterated maps of the interval*, in *Lecture Notes in Mathematics 1342*, Springer-Verlag, Berlin, 1988, pp. 465-563

● [Początek sekcji](#)

On some problem of K. Borsuk concerning homotopy dominations

Danuta Kołodziejczyk dkołodziejczyk@impan.pl,
dakolodz@gmail.com
Polska Akademia Nauk

Recall that a map $f : X \rightarrow Y$ is a *homotopy domination* if there exists a map $g : Y \rightarrow X$ such that $fg \simeq id_Y$. Then we write $X \geq Y$, and we say that Y is homotopy dominated by X . In the sequel, as usually, every polyhedron is finite and every ANR is compact.

In this talk we will discuss the longstanding Borsuk's problem: *Is it true that two ANR's homotopy dominating each other have the same homotopy type?* [K. Borsuk, "Theory of Retracts", 1967], and some closely related open questions. Given a polyhedron P , one may ask: *Is it true that each sequence $P \geq X_1 \geq X_2 \geq \dots$ contains only finitely many homotopy dominations which are not homotopy equivalences?*, or: *Does there exist an integer l_P (depending only on P) such that each sequence of this kind contains only $\leq l_P$ homotopy dominations which are not homotopy equivalences?* In the second case, P have finite depth (this notion was introduced by K. Borsuk in 1979). (By the result of J. West [Ann. of Math. 1975], we may use the notions "polyhedron and ANR" interchangeably.)

We will also consider, among others, the following problems: *Is it true that each homotopy domination of a polyhedron over itself is a homotopy equivalence?* [J. Dydak, A. Kadlof, S. Nowak, 1981], and: *Are the homotopy types (or equivalently, shapes) of two quasi-homeomorphic ANR's equal?* [K. Borsuk, "Theory of Shape", 1975] (By the result of S. Eilenberg, if $X \geq Y \geq X$, $X, Y \in ANR$, then X and Y are quasi-homeomorphic.)

We will present the latest results of the author and some related interesting problems on finitely presented groups.

● [Początek sekcji](#)

Bounded cohomology of transformation groups

Michał Marcinkowski marcinkow@math.uni.wroc.pl
Polska Akademia Nauk i Uniwersytet Wrocławski

Let S be a compact oriented surface and let $\text{Diff}(S, \text{area})$ be the group of area preserving diffeomorphisms of S . On $\text{Diff}(S, \text{area})$ we have an interesting conjugacy invariant norm coming from the dynamics: the entropy norm. A quasimorphism is a real function on a group that behaves, up to a bounded error, like a homomorphism. During the talk I will explain how to construct dynamically motivated quasimorphisms, and how to use them to show that the entropy norm is unbounded. Based on a joint work with Michael Brandenbursky.

● [Początek sekcji](#)

Problemy realizacyjne dla grafów Reeba oraz epimorfizmów na grupy wolne

Łukasz Michalak lukasz.michalak@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

W trakcie odczytu omówimy zagadnienia związane z realizacją grafu jako grafu Reeba $\mathcal{R}(f)$ funkcji gładkiej $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ na rozmaitości M . Powstaje on poprzez ściągnięcie do punktu składowych spójnych poziomic funkcji f . Odwzorowanie ilorazowe $M \rightarrow \mathcal{R}(f)$ indukuje na grupach podstawowych epimorfizm $\pi_1(M) \rightarrow F$ na grupę wolną, zwany epimorfizmem Reeba. Rozważymy problem reprezentacji dowolnego epimorfizmu $\pi_1(M) \rightarrow F$ jako epimorfizmu Reeba funkcji Morse'a, a także jego reprezentacji za pomocą systemu hiperpowierzchni w M . Prowadzi to do badania geometrycznymi metodami własności epimorfizmów na grupy wolne, np. liczby ich klas równoważności. Część wyników pochodzi ze wspólnej pracy z W. Marzantowiczem.

Bibliografia

- [1] R. I. Grigorchuk and P. F. Kurchanov, *Classification of epimorphisms of fundamental groups of surfaces onto free groups*, Mat. Zametki 48 (1990), no. 2, 26–35.
- [2] W. Marzantowicz and Ł. P. Michalak, *Relations between Reeb graphs, systems of hypersurfaces and epimorphisms onto free groups*, preprint (2019).
- [3] Ł. P. Michalak, *Realization of a graph as the Reeb graph of a Morse function on a manifold*, Topol. Methods Nonlinear Anal. 52 (2018), no. 2, 749–762.
- [4] Ł. P. Michalak, *Combinatorial modifications of Reeb graphs and the realization problem*, preprint (2018), submitted.

● [Początek sekcji](#)

Combinatorics of Markov compacta

Andrzej Nagórko amn@mimuw.edu.pl
University of Warsaw

The class of Markov compacta was introduced by Gromov and was motivated

by the study of boundaries of hyperbolic groups. We develop a formalism that allows us to describe Markov compacta with finite sets of diagrams that are building blocks of the entire sequence.

During the talk I will show how topological spaces such as the Menger curve or solenoid can be encoded using diagrams. I will talk about how topological properties of the limit (such as k -connectedness, local k -connectedness or the disjoint arcs property) can be detected by looking at combinatorial properties of the diagrams.

This is joint work with G. C. Bell from University of North Carolina at Greensboro.

● [Początek sekcji](#)

Czy złożoność obliczeniowa homologii Khovanova warkoczy o danej liczbie pasm jest wielomianowa?

Józef Przytycki przytyck@gwu.edu

George Washington University, USA

Proponujemy Hipotezę, że złożoność obliczeniowa homologii Khovanova warkoczy o danej liczbie pasm jest wielomianowa (ze względu na liczbę skrzyżowań). Omawiamy wstępne badania dotyczące tej hipotezy.

● [Początek sekcji](#)

Nowe kierunki w kategoryfikacji niezmienników kwantowych

Krzysztof K. Putyra krzysztof.putyra@math.uzh.ch

Universität Zürich, Szwajcaria

Odkrycie przez V. F. R. Jonesa wielomianowego niezmiennika węzłów [1] podczas badań nad reprezentacjami $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ zrewolucjonizowało teorię węzłów, łącząc ją bezpośrednio z teorią reprezentacji grup kwantowych. Kolejnym milowym krokiem było skonstruowanie przez M. Khovanova niezmienniczych homologii splotów, których charakterystyka Eulera jest tożsama z wielomianem Jonesa [2]. Tak jak w przypadku wielomianu, homologia jest niejako “reprezentacją” pewnej kategorii monoidalnej \mathcal{U} , odkrytą przez M. Khovanova, A. Laudę i R. Rouquier, której grupa Grothendiecka jest naturalnie utożsamiona z $U_q(\mathfrak{sl}_2)$. Innymi słowy, kategoria \mathcal{U} jest tzw. *kategoryfikacją* grupy kwantowej, natomiast homologie Khovanova są *kategoryfikacją* wielomianu Jonesa. Ważną zaletą homologii jest ich funktorialność, która prowadzi do niezmienników zapętłonych powierzchni.

W ostatnich latach zauważono, że istnieje też inny sposób na odzyskanie algebry z kategorii monoidalnej — ślad kategorii lub, ogólniej, jej homologie Hochschilda–Mitchela [3]. Ta “homologiczna” dekategoriakcja prowadzi w naturalny sposób do niezmienników splotów w torusie. Co więcej, można ją zdeformować, uzyskując nietrywialne niezmienniki zapętłonych powierzchni w $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}^3$ [4].

W referacie opiszę najnowsze wyniki homologicznej kategoryfikacji. Choć *a priori* daje ona niezmienniki dla węzłów w torusie, można z niej uzyskać *a posteriori* także interesujące homologiczne niezmienniki dla węzłów w \mathbb{S}^3 . Podejrzewamy, że są one pierwszym krokiem ku skategoryfikowaniu kwantowych niezmienników 3-rozmaitości.

Bibliografia

- [1] V. F. R. Jones, *A polynomial invariant for knots via von Neumann algebra*, Bulletin of the American Mathematical Society 12:103–111 (1985).
- [2] M. Khovanov, *A categorification of the Jones polynomial*, Duke Mathematical Journal 101 (3):359–426 (2000).
- [3] A. Beliakova, Z. Guliyeu, K. Habiro, Kazuo, A. D. Lauda, *Trace as an alternative decategorification functor*, Acta Mathematica Vietnamica 39 (4):425–480 (2014).
- [4] A. Beliakova, K. K. Putyra, S. M. Wehrli, *Quantum link homology via trace functor I*, Inventiones mathematicae 215 (2):383–492 (2019).

● [Początek sekcji](#)

On index maps and metric spaces defined by group actions

Damian Sawicki dsawicki@mpim-bonn.mpg.de

Max-Planck-Institut für Mathematik, Niemcy

I will describe a construction that — given either an action of a finitely generated group on a compact space or a compact foliated manifold — associates to it an unbounded metric space, called its warped cone. The construction dates back to the turn of the millennium [3,4] and is currently [1,9] undergoing a renaissance.

On the one hand, in the case of homogeneous dynamics, it yields a powerful invariant of the dynamical system, remembering the action up to a finite cover [2,7].

On the other hand, it is an abundant source of examples of metric spaces with exotic properties, very sought after in metric geometry and geometric group theory: expanders [8], super-expanders [5], and counterexamples to the coarse Baum–Connes conjecture [6].

References

- [1] C. Druţu and P. W. Nowak, *Kazhdan projections, random walks and ergodic theorems*, J. Reine Angew. Math. (2017).
- [2] D. Fisher, T. Nguyen, and W. van Limbeek, *Rigidity of warped cones and coarse geometry of expanders*, Adv. Math. 346 (2019).
- [3] J. Roe, *From foliations to coarse geometry and back*, Analysis and geometry in foliated manifolds, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1995.
- [4] J. Roe, *Warped cones and property A*, Geom. Topol. 9 (2005).
- [5] D. Sawicki, *Super-expanders and warped cones*, Ann. Inst. Fourier. (2019).

- [6] D. Sawicki, *Warped cones violating the coarse Baum – Connes conjecture*.
- [7] D. Sawicki, *Warped cones, (non-)rigidity, and piecewise properties; with an appendix with Dawid Kielak*, Proc. Lond. Math. Soc. **118** (2019).
- [8] F. Vigolo, *Measure expanding actions, expanders and warped cones*, Trans. Amer. Math. Soc. **371** (2019).
- [9] C. Wulff, *Ring and module structures on K-theory of leaf spaces and their application to longitudinal index theory*, J. Topol. **9** (2016).

● Początek sekcji

Rigidity of embeddings and homeomorphisms of products of continua

Stanisław Spież spiez@impan.pl
Polska Akademia Nauk

A function $f : \prod_{a \in A} X_a \rightarrow \prod_{b \in B} Y_b$ is called *factorwise rigid* if there is a bijection $\varepsilon : A \rightarrow B$ and functions $f_a : X_a \rightarrow Y_{\varepsilon(a)}$ such that $(f(x))_{\varepsilon(a)} = f_a(x_a)$ for each $x = (x_a)_{a \in A}$ and each $a \in A$.

Theorem 1. *Let X_1, \dots, X_n be k -dimensional continua with dense families of "cohomological k -holes" and let Y_1, \dots, Y_n be cohomologically $(k - 1)$ -connected k -dimensional continua, $k \geq 1$. Then any embedding*

$$X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow Y_1 \times \dots \times Y_n$$

is factorwise rigid.

In particular, if X_1, \dots, X_n and Y_1, \dots, Y_n are k -dimensional Menger spaces then any embedding $X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow Y_1 \times \dots \times Y_n$ is factorwise rigid. A similar result for product of pseudoarcs was proved by M. E. Chacón-Tirado, A. Illanes and R. Leonel [2].

Theorem 2. *Let $\{X_s\}_{s \in \mathcal{S}}$ and $\{Y_t\}_{t \in \mathcal{T}}$ be families of non-trivial finite dimensional continua such that each X_s is shape $(\dim X_s - 1)$ -connected and has a dense family of shape holes and that each Y_t is shape $(\dim Y_t - 1)$ -connected. Then any homeomorphism $h : \prod_{s \in \mathcal{S}} X_s \rightarrow \prod_{t \in \mathcal{T}} Y_t$ is factorwise rigid.*

Corollary. *Let $\{X_s\}_{s \in \mathcal{S}}$ and $\{Y_t\}_{t \in \mathcal{T}}$ be families of Menger spaces of positive (not necessarily the same) dimensions. Then any homeomorphism $h : \prod_{s \in \mathcal{S}} X_s \rightarrow \prod_{t \in \mathcal{T}} Y_t$ is factorwise rigid.*

The above results extend some earlier results of R. Cauty [1], J. Kennedy [3] and [4], K. Kuperberg, W. Kuperberg, W. R. R. Transue [6] and [7], and K. Kuperberg [8].

References

- [1] R. Cauty, *Sur les homéomorphismes de certains produits de courbes*, Bull. Acad. Polon. Sci. **27**: 413–416 (1979).
- [2] M. E. Chacón-Tirado, A. Illanes and R. Leonel, *Factorwise rigidity of embeddings of products of pseudoarcs*, Colloquim Math., **128**:7–14 (2012).

- [3] J. Kennedy Phelps, *Homeomorphism of products of universal curves*, Houston J. of Math. 6: 127–134 (1980).
- [4] J. Kennedy, *Maps between products of one dimensional arcwise connected continua*, Houston J. of Math. 15: 371–385 (1989).
- [5] A. Koyama, J. Krasinkiewicz, S. Spież, *Generalized manifolds in products of curves*, Trans. Amer. Math. Soc. 363: 1509–1532 (2011).
- [6] K. Kuperberg, W. Kuperberg and W. R. R. Transue, *On the 2-homogeneity of Catesian products*, Fund. Math. bf 110: 131–134 (1980).
- [7] K. Kuperberg, W. Kuperberg and W. R. R. Transue, *Homology separation and 2-homogeneity*, Lecture Notes in Pure and Appl. Math. 170: 287–295 (1995).
- [8] K. Kuperberg, *Bihomogeneity and Menger manifolds*, Topology and its Applications 84: 175–184 (1998).
- [9] S. Spież, *Rigidity of embeddings of finite products of certain continua*, Topology and its Applications 225: 67–74 (2017).

[● Początek sekcji](#)



Physics, knots, and biology

Joanna Sułkowska jsulkowska@cent.uw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

During the talk I provide an overview of entangled proteins. Around 7% of protein structures deposited in the PDB are entangled, forming knots, slipknots, lassos, and links. I will present theoretical methods and tools that enabled to discover and classify such structures. I will discuss advantages and disadvantages of non-trivial topology in proteins, based on available data about folding, stability, biological properties, and evolutionary conservation. I will also discuss intriguing and challenging questions on the border of biophysics, bioinformatics, biology, and 7 mathematics, which arise from the discovery of an entanglement in proteins. Finally, I discuss possible applications of entangled proteins in medicine and nanotechnology, such as a chance to design super stable proteins, whose stability could be controlled by chemical potential.

References

- [1] JI Sułkowska, E Rawdon, KC Millett, J Onuchic, A Stasiak, *Conservation of complex knotting and slipknotting patterns in proteins* PNAS (2012) 109: E1715-23
- [2] P Dabrowski-Tumanski, JI Sułkowska, *Topological knots and links in proteins* PNAS (2017) 114, 3415-3420
- [3] T Christian, et al., *Methyl Transfer by Substrate Signaling from a Knotted Protein Fold* Nature S-MB (2016) 23, 941- 948

[● Początek sekcji](#)

Physics, knots, and quivers

Piotr Sułkowski psulkows@fuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

After briefly reviewing links between knot theory, quantum field theory, and string theory, I will summarize a surprising recent discovery of how various knot invariants are encoded in quivers and moduli spaces of their representations.

References

- [1] Piotr Kucharski, Markus Reineke, Marko Stosic, Piotr Sułkowski, *BPS states, knots and quivers*, Phys. Rev. D96 (2017) 121902(R).
- [2] Piotr Kucharski, Markus Reineke, Marko Stosic, Piotr Sułkowski, *Knots-quivers correspondence*, Adv. Theor. Math. Phys. 23, 3 (2019).
- [3] Miłosz Panfil, Marko Stosic, Piotr Sułkowski, *Donaldson-Thomas invariants, torus knots, and lattice paths*, Phys. Rev. D98 (2018) 026022.
- [4] Miłosz Panfil, Piotr Sułkowski, *Topological strings, strips and quivers*, JHEP 1901 (2019) 124.

● [Początek sekcji](#)

Homotopijne interpretacje teorii typów

Karol Szumilo K.Szumilo@leeds.ac.uk

University of Leeds, Wielika Brytania

Teoria $(\infty, 1)$ -kategorii [1] wyłoniła się z klasycznej teorii kategorii i topologii algebraicznej i służy, między innymi, jako abstrakcyjny system, na którym zbudowana jest współczesna teoria homotopii. Homotopijna Teoria Typów (HoTT) [3] jest formalnym językiem pochodzącym z logiki matematycznej, w którym również można sformułować wiele rezultatów i dowodów w teorii homotopii. Związek pomiędzy tymi dwoma podejściami można sformułować jako hipotezę: „HoTT jest wewnętrznym językiem $(\infty, 1)$ -kategorii”. Nieformalnie, oznacza to, że HoTT i teoria $(\infty, 1)$ -kategorii powinny dowodzić tych samych twierdzeń. Nawet precyzyjne sformułowanie tego postulatu nie jest łatwym wyzwaniem i prowadzi do szeregu hipotez o różnych klasach teorii typów i $(\infty, 1)$ -kategorii. W niniejszym referacie przedstawię najprostszą z tych hipotez [2], udowodnioną we współpracy z Krzysztofem Kapulkinem.

Bibliografia

- [1] A. Joyal, *The Theory of Quasi-Categories and Its Applications*, Quadern 45, Vol. II, CRM, Barcelona, 2008
- [2] K. Kapulkin, K. Szumilo, *Internal languages of finitely complete $(\infty, 1)$ -categories*, Selecta Math. 25 (2019), no. 2, Art. 33
- [3] The Univalent Foundations Program, *Homotopy type theory—univalent foundations of mathematics*, IAS, Princeton, NJ, 2013

● [Początek sekcji](#)

Przestrzeń metryczna odwzorowań wielowartościowych

Mirostaw Ślosarski slosmiro@gmail.com

Politechnika Koszalińska

Pojęcie odwzorowań wielowartościowych silnie dopuszczalnych wprowadził L. Górniewicz (patrz [1]). Do badań ich własności, często wykorzystujemy pewną wersję odwzorowań wielowartościowych silnie dopuszczalnych - morfizmy. Morfizmy mają wiele interesujących zastosowań (patrz, [4,9]). Stanowią bardzo dobre narzędzie do badań własności odwzorowań wielowartościowych i przestrzeni topologicznych. Warto nadmienić, że W. Kryszewski skonstruował morfizmy, które odgrywają bardzo ważną rolę w topologii (patrz [2,3]). W przestrzeni wszystkich diagramów

$$D(X, Y) = \{(p, q) : p : Z \rightarrow X, q : Z \rightarrow Y\},$$

gdzie $p : Z \rightarrow X$ jest odwzorowaniem Vietorisa, $q : Z \rightarrow Y$ jest odwzorowaniem ciągłym i Z jest przestrzenią metryzowalną wprowadzamy różne relacje równoważności. Relacje te determinują różne rodzaje morfizmów. W zależności od rodzaju, można je różnie wykorzystać np.: do badania własności multidominacji przestrzeni metrycznych (patrz [5,6,7,8]), ale też do konstrukcji przestrzeni metrycznej odwzorowań wielowartościowych.

Bibliografia

- [1] L. Górniewicz, *Topological Methods in Fixed Point Theory of Multi-valued Mappings*, Springer, 2006.
- [2] W. Kryszewski, *Topological and Approximation Methods of Degree Theory of Set-valued Maps*, Dissertationes Mathematicae, CCXXXVI, Warsaw 1994.
- [3] W. Kryszewski, *Homotopy Properties of Set-Valued Mappings*, Wydawnictwo UMK, Toruń 1997.
- [4] M. Ślosarski, *The multi-morphisms and their properties and applications*, Ann. Univ. Paedagog. Crac. Stud. Math. 14 (2015), 5-25.
- [5] M. Ślosarski, *Multidomination of metric spaces in the context of multi-morphisms*, Journal of Fixed Point Theory and Applications 17(4) (2015), 641-657.
- [6] M. Ślosarski, *The properties and applications of relative homotopy*, Topology and its Applications 210 (2016), 183-200.
- [7] M. Ślosarski, *The properties and applications of relative retracts*, Journal of Fixed Point Theory and its Applications 18 (4) (2016), 801-822.
- [8] M. Ślosarski, *Different types of relative contractibility and their applications*, Topology Appl 236 (2018), 11-25.
- [9] M. Ślosarski, *Multi-invertible maps and their applications*, Ann. Univ. Paedagog. Crac. Stud. Math. 18 (2019), 35-52.

O quasigrupach ternarnych w teorii węzłów

Anna Zamojska-Dzienio A.Zamojska-Dzienio@mini.pw.edu.pl
Politechnika Warszawska

Na quasigrupę ternarną można spojrzeć jak na pewne uogólnienie idei quandle. Wiadomo [1], że jeśli tuki diagramu węzła pokolorujemy elementami algebry z jedną 2-argumentową operacją, w taki sposób, aby liczba kolorowań nie zmieniła się pod wpływem ruchów Reidemeistera, to otrzymamy aksjomaty quandle. Jeśli chcemy pokolorować obszary dopełnienia diagramu – potrzebna będzie operacja 3-argumentowa i dostaniemy quasigrupę ternarną, spełniającą dodatkowe aksjomaty [2]. Interesują nas algebraiczne własności pojawiających się w ten sposób quasigrup [3]. Między innymi, podamy twierdzenia o reprezentacji i izomorfizmie, które pozwalają policzyć takie algebry przy pewnych dodatkowych założeniach. Pokażemy także konstrukcje niezmienników wykorzystujących opisane przez nas quasigrupy ternarne. Są to wyniki uzyskane wspólnie z Maciejem Niebrzydowskim i Agatą Pilitowską.

Bibliografia

- [1] D. Joyce, *Classifying invariant of knots, the knot quandle*, J. Pure Appl. Algebra 23: 37–65 (1982).
- [2] M. Niebrzydowski, *On some ternary operations in knot theory*, Fund. Math. 225: 259–276 (2014).
- [3] M. Niebrzydowski, A. Pilitowska, A. Zamojska-Dzienio, *Knot-theoretic ternary groups*, Fund. Math. online first, DOI: 10.4064/fm611-11-2018.

Spaces of directed paths on precubical sets

Krzysztof Ziemiański ziemians@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Precubical sets are analogues of simplicial sets which allow to present concurrent programs in a geometric way. A path on the geometric realization of a precubical set is directed if all its segments lying in individual cubes have non-decreasing coordinates. In my talk, I will construct a “permutahedral” complex that is homotopy equivalent to the space of directed paths between two vertices of a given precubical set.

References

- [1] Krzysztof Ziemiański *Spaces of directed paths on pre-cubical sets*, Appl. Algebra Eng. Commun. Comput. 28 (2017), 497–525.
- [2] Krzysztof Ziemiański *Spaces of directed paths on pre-cubical sets II*, arXiv:1901.05206.

O homotopii morfizmów i odwzorowań dopuszczalnych

Tomasz Gzella tomasz.gzella@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

Współautor:

Zdzisław Dzedzej zdzislaw.dzedzej@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

Definiujemy relację homotopii w kategorii morfizmów, wprowadzonej przez L. Górniewicza i A. Granasa. Następnie dowodzimy niektóre jej własności. Głównym celem jest pokazanie przechodniości tej relacji, dzięki czemu tak zdefiniowana homotopia morfizmów jest relacją równoważności.

Bibliografia

- [1] J. Andres, *On the coexistence of irreducible orbits of coincidences for multi-valued admissible maps on the circle via Nielsen theory*, *Topol. Appl.* **221**: 596-609 (2017).
- [2] L. Górniewicz, *Topological Fixed Point Theory of Multivalued Mappings*, 2nd Edition, Springer, Dordrecht (2006).
- [3] A. Granas, *Sur la methode de continuité de Poincaré*, *C. R. Acad. Sci Paris* **282**: 978-985 (1976).
- [4] A. Granas, J. Dugundji, *Fixed Point Theory*, Springer, New York (2003).

● [Początek sekcji](#)

Local Contraction Properties and Fixed Point Theorems

Jakub Jasinski jakub.jasinski@scranton.edu

University of Scranton, USA

We present an overview of fixed point results for locally and pointwise contractive maps on metric spaces $\langle X, d \rangle$. For example, we say that a mapping $f : \langle X, d \rangle \rightarrow \langle X, d \rangle$ is *uniformly locally contractive*, provided $\exists \varepsilon > 0 \exists \lambda \in [0, 1) \forall y \in X \forall x_1, x_2 \in X (x_1, x_2 \in B(y, \varepsilon) \Rightarrow [d(f(x_1), f(x_2)) \leq \lambda d(x_1, x_2)])$. Through deleting and/or changing the order of quantifiers in the above statement we obtain ten essentially different classes of functions. Then for each of those classes we investigate the existence of fixed point theorems on complete, compact, (path) connected, rectifiably path connected and d -convex metric spaces.

References

- [1] K.C. Ciesielski and J. Jasinski, *Fixed Point Theorems for Maps With Local and Pointwise Contraction Properties*, *Can. J. Math*, **70**, pp. 538-594

(2018).

- [2] K.C. Ciesielski and J. Jasinski, *On fixed points of locally and pointwise contracting maps*, *Topology Appl.* 204: 70–78 (2016).

● [Początek sekcji](#)

Własność produktowa stopnia współmienniczego przy działaniu zwartej abelowej grupy Liego

Bartosz Kamedulski bartoszkamedulski@gmail.com

Uniwersytet Morski w Gdyni

Własność produktowa $\deg(f_1 \times f_2) = \deg f_1 \cdot \deg f_2$ to jeden ze znanych atrybutów stopnia topologicznego. Celem pracy jest przedstawienie dowodu analogicznej własności dla innego niezmiennika homotopii – stopnia współmienniczego \deg_G . W tym przypadku G jest zwartą abelową grupą Liego, a f_1, f_2 to odwzorowania współmiennicze. Podstawową trudnością jest fakt, że wartości omawianego stopnia nie są liczbami całkowitymi, lecz elementami pierścienia Burnside’a $A(G)$ z nietrywialnym mnożeniem. Kluczowe dla dowodu jest wykorzystanie twierdzenia typu Hopfa dla odwzorowań współmiennicznych oraz wskazanie w każdej klasie homotopii reprezentanta pewnej specjalnej klasy funkcji, dla których stopień \deg_G jest stosunkowo łatwy do wyznaczenia.

Bibliografia

- [1] P. Bartłomiejczyk, *A Hopf type theorem for equivariant local maps*, *Colloq. Math.* 147(2) (2017), 315–324.
- [2] P. Bartłomiejczyk, B. Kamedulski, P. Nowak-Przygodzki, *Degree product formula in the case of a finite group action*, *New York J. Math.* 25 (2019), 362–373.
- [3] T. tom Dieck, *Transformation groups and representation theory*, *Lecture Notes in Mathematics* 766, Springer, Berlin, 1979.

● [Początek sekcji](#)

On mappings which preserve metric-type structure of the space

Filip Turoboś filipturobos@gmail.com

Politechnika Łódzka

Since the beginning of the XX century, mathematicians were introducing various generalizations to the metric space structure. During this talk we will be interested in generalizations which alter the last axiom of metric space – the triangle inequality. We will go through few of the most important alternatives for this inequality to define mappings, which preserve metric-type structure.

Let A_1 and A_2 be two properties of semimetric – for example: triangle inequality, b -metric inequality, 5th Wilson axiom etc. We will say, that function $F : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ is A_1 - A_2 -preserving if for any semimetric space (X, d)

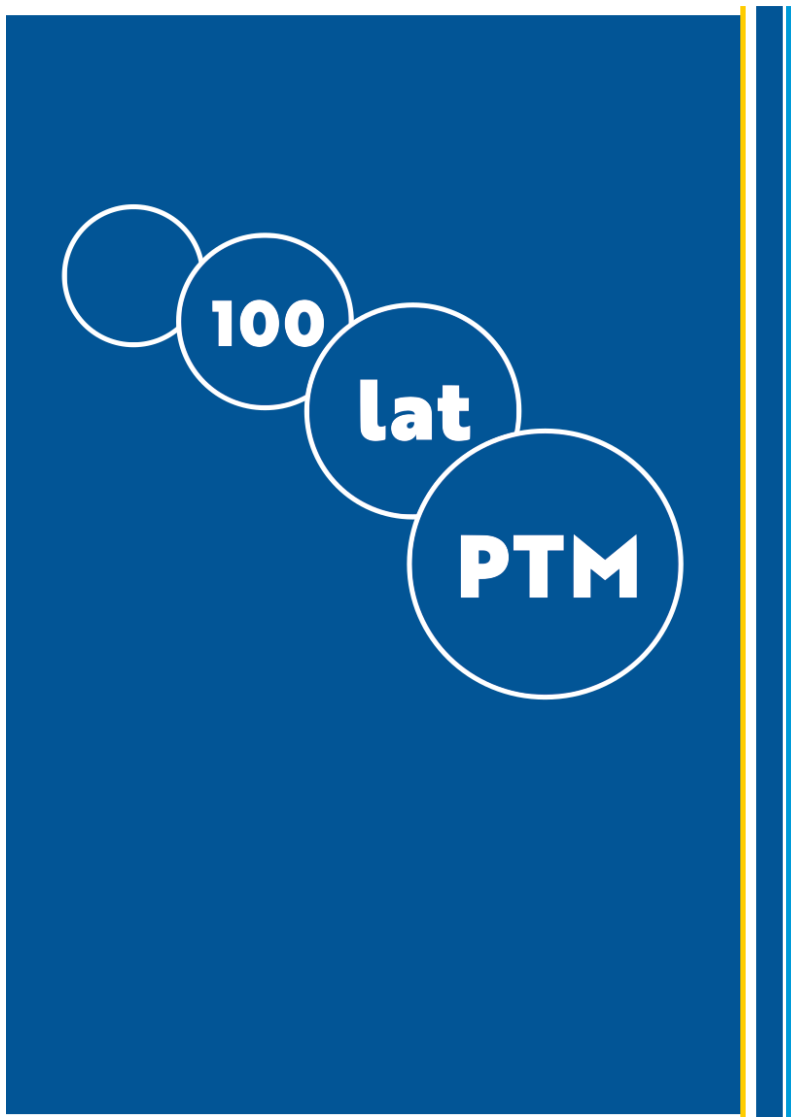
satisfying property $A1$ the space $(X, F \circ d)$ enjoys the property $A2$.

During the talk we will take a closer look on characterizations of such functions. We will also pay attention to relations between classes of functions preserving several important metric-type properties. A few already known results will be presented along with the new ones.

Bibliografia

- [1] Józef, Doboś. (1995). *A survey of metric-preserving functions*, Questions Answers Gen. Topology 13, 129-133.
- [2] Khemaratchatakumthorn, Tammatada & Pongsriiam, Prapanpong. (2018). Remarks on b-Metric and metric-preserving functions. *Mathematica Slovaca*. 68. 1009-1016. 10.1515/ms-2017-0163.
- [3] Pongsriiam, Prapanpong & Imchit, Termwuttipong. (2013). Remarks on Ultrametrics and Metric-Preserving Functions. *Abstract and Applied Analysis*. 2014. 10.1155/2014/163258.
- [4] Paul Corazza. (1999). Introduction to Metric-Preserving Functions. *The American Mathematical Monthly* 106(4):309-323

● [Początek sekcji](#)



układy dynamiczne

patron sesji

Wiesław Szlenk



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Stability of positive systems on time scales

Zbigniew Bartosiewicz z.bartosiewicz@pb.edu.pl
Politechnika Białostocka

Consider a system $x^\Delta = f(x)$ on an arbitrary time scale \mathbb{T} , where $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ is locally Lipschitz. The delta derivative $x^\Delta(t)$ of the function $x : \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R}^n$ at time $t \in \mathbb{T}$ becomes ordinary derivative $\dot{x}(t)$ if $\mathbb{T} = \mathbb{R}$ and is equal to $x(t+1) - x(t)$ if $\mathbb{T} = \mathbb{Z}$ [1]. Assume that $f(0) = 0$, i.e. 0 is an equilibrium point of the system.

The system is *positive* if the trajectory starting from $x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}_+^n$ (the positive cone) stays in \mathbb{R}_+^n for all $t \geq t_0$.

The system is *uniformly exponentially stable* if there are $K > 0$ and $\alpha > 0$ such that for every $t_0, t \in \mathbb{T}$ such that $t \geq t_0$, $x(t) \leq K \exp(-\alpha(t - t_0))x(t_0)$.

Let $\mu(t)$ denotes the graininess of the time scale at time t and let $\bar{\mu} = \sup_{t \in \mathbb{T}} \mu(t)$. We show the following characterization of uniform exponential stability of a linear system:

Theorem

- If $\bar{\mu} = +\infty$, then no system is uniformly exponentially stable.
- Let $\bar{\mu} < +\infty$. Positive system $x^\Delta = Ax$ is uniformly exponentially stable if and only if all the coefficients of the characteristic polynomial of the matrix A are positive.

This is an extension of a known result for continuous-time ($\mathbb{T} = \mathbb{R}$) and discrete-time ($\mathbb{T} = \mathbb{Z}$) positive systems.

Let f be of class C^1 and $A := f'(0)$. Using [2] we can show the following

Theorem If $\bar{\mu} < +\infty$ and all the coefficients of the characteristic polynomial of the matrix A are positive, then positive system $x^\Delta = f(x)$ is uniformly exponentially stable.

The work done in the framework of the project S/WI/1/2016 and financed by the Ministry of Science and Higher Education.

References

- [1] M. Bohner and A. Peterson, *Dynamic Equations on Time Scales. An Introduction and Applications*, Boston, MA: Birkhäuser, 2001.
- [2] Z. Bartosiewicz, Exponential stability of nonlinear positive systems on time scales, *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems* 33 (2019) 143–150.

Dynamics of Foliated Spaces

Andrzej Biś andrzej.bis@wmii.uni.lodz.pl

Uniwersytet Łódzki

Co-author:

Wojciech Kozłowski wojciech.kozlowski@wmii.uni.lodz.pl

Uniwersytet Łódzki

The dynamics of foliated spaces in codimension one is a relatively well-known subject, it has been studied for more than 40 years. We present some history and the most outstanding results in this area. The dynamics of foliated spaces of codimension greater than one is much less understood. We present a few results and a list of open problems in this new area of the foliation theory. Moreover, we describe interrelations between foliation theory, dynamical systems and geometry of fractals. We show that dynamics of solenoids is related to dynamics of foliated spaces.

References

- [1] A. Biś, *Dynamics of Foliated Spaces in Codimension Greater than One*, Fields Institute Communications 51:249-268 (2007).
- [2] A. Biś and W. Kozłowski, *Some remarks on Dynamical Systems of Solenoids*, Taiwanese J. Math. 22: 1463-1478 (2018).
- [3] A. Biś and W. Kozłowski, *On minimal homeomorphisms and non-invertible maps preserving foliations*, Topology and its Applications 254: 1-11 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Geometryczny dowód dyfuzji Arnolda, z zastosowaniem w problemie trzech ciał

Maciej Capiński maciej.capinski@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Zajmiemy się problemem, w którym perturbujemy autonomiczne równanie różniczkowe posiadające zasadę zachowania energii. Pytaniem jest czy pod wpływem dowolnie małej perturbacji istnieją orbity, dla których zaobserwujemy zmianę energii o zadanej wielkości, która jest niezależna od rozmiaru perturbacji. Przedstawimy geometryczny mechanizm dowodzenia tego typu zjawisk. Dzięki niemu można dowodzić również chaotyczne własności zmian poziomów energii. Jako zastosowanie rozpatrzmy ograniczony problem trzech ciał dla układu Neptun-Tryton.

Bibliografia

- [1] M. J. Capiński, M. Gidea, *Arnold Diffusion, Quantitative Estimates and Stochastic Behavior in the Three-Body Problem*, <https://arxiv.org/abs/1812.03665>

● [Początek sekcji](#)

Minimal subsystems of triangular maps of type 2^∞

Tomasz Downarowicz downar@pwr.edu.pl

Politechnika Wrocławska

I will sketch the results of a paper dated 2013, inspired by the last unsolved problem in the Kolyada–Sharkovski classification program of triangular maps. The paper resolves that problem (in one of the corollaries), closing the program.

The subject of this paper is to give the description, up to topological conjugacy, of possible minimal sets of triangular maps of the square of type 2^∞ . In [2], we give a general method allowing to embed any zero-dimensional almost 1-1 extension of the dyadic odometer (in particular any dyadic Toeplitz system) as a minimal set of a triangular map of this type. In this paper we present a method (a combination of that described in [2] with one introduced in [1]) of similarly embedding a special class of zero-dimensional almost 2-1 extensions of the odometer. We conjecture that these two embedding theorems exhaust all possibilities for nonperiodic minimal sets.

References

- [1] F. Balibrea, J. Smítal, *Strong distributional chaos and minimal sets*, *Topology Appl.* 156 (2009), 1673–1678
- [2] T. Downarowicz and M. Štefánková, *Embedding Toeplitz systems in triangular maps; The last but one problem of the Kolyada–Sharkovsky classification program*, *Chaos, Solitons & Fractals* 45 (2012), 1566–1572

● [Początek sekcji](#)

Dynamika funkcji meromorficznych przestępnych

Janina Kotus j.kotus@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

Wykład będzie miał charakter przeglądowny. Podstawy iteracji funkcji meromorficznych przestępnych stworzono od koniec lat 80. ubiegłego wieku. Aktywny wkład w jej powstanie oraz intensywny rozwój ma warszawska szkoła układów dynamicznych. Na wstępie będą omówione podstawy tej teorii. Część z nich będzie ilustrowana przykładami. Jako modelowe klasy funkcji postępują funkcje eliptyczne i rodzina tangensów. Największy akcent zostanie położony na metryczne własności funkcji przestępnych: oszacowanie wymiaru Hausdorffa, miar geometrycznych i wykładników Lyapunowa. Omówiona też zostanie kwestia istnienia miar niezmienniczych absolutnie ciągłych względem geometrycznych i ich własności.

● [Początek sekcji](#)

On Problem 32 from Rufus Bowen's list: classification of shift spaces with specification

Dominik Kwietniak dominik.kwietniak@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Rufus Bowen left a notebook containing 157 open problems and questions [1]. Problem 32 on that list asks for classification of shift spaces with the specification property. Unfortunately, there is no universally accepted agreement what does it mean "to classify" a family of mathematical objects, and Bowen didn't left any clues regarding the framework in which one should consider his problem. During the talk, I will describe a solution to this problem based on the theory of Borel equivalence relations. The main result says that (roughly speaking) there is no reasonable classification for shift spaces with the specification property. More precisely, I will show that the isomorphism relation on the space of shifts with the specification property is a universal countable Borel equivalence relation, i.e. for every countable Borel equivalence relation F , we have that F is Borel reducible to E . In other words, the classification of shift spaces with specification is as hard as such a problem can be. It follows that there is no finite set of definable invariants allowing us to distinguish isomorphic shift spaces with specification. This solves the problem provided that Bowen would agree with the notion of "classification" provided by the theory of Borel equivalence relations.

References

[1] <https://bowen.pims.math.ca/>

● [Początek sekcji](#)

Krótki dowód zbieżności zderandomizowanego algorytmu gra chaosu dla iterowanych układów kontrakcji

Krzysztof Leśniak krzysztof.lesniak@mat.umk.pl
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Niech $\mathcal{F} = (X; f_i : i \in I)$ będzie skończonym *iterowanym układem funkcyjnym* (IFS) złożonym z kontrakcji Banacha $f_i : X \rightarrow X$ działających na zupełnej przestrzeni metrycznej X . Istnieje wówczas *atraktor* A układu \mathcal{F} , tzn. $F^n(S) \rightarrow A = F(A)$ (względem odległości Hausdorffa) dla wszystkich niepustych domkniętych i ograniczonych $S \subseteq X$; $F : 2^X \rightarrow 2^X$, $F(S) := \text{cl}(\bigcup_{i \in I} f_i(S))$.

Nieskończony ciąg symboli $(i_n)_{n=1}^\infty \in I^\infty$ jest *dyzjunktywny*, gdy zawiera (jako faktory) wszystkie słowa skończone nad I .

Twierdzenie (o grze chaosu). Jeśli orbita $x_n = f_{i_{n-1}}(x_{n-1})$ układu \mathcal{F} startująca w $x_0 \in X$ jest sterowana ciągiem dyzjunktywnym $(i_n)_{n=1}^\infty$, to odtwarza ona atraktor A układu \mathcal{F} jak następuje: $A = \bigcap_{m=1}^\infty \text{cl}\{x_n : n \geq m\}$.

Dowód twierdzenia opiera się na sprzężeniu \mathcal{F} z naturalnym układem symbolowym na I^∞ oraz wykorzystaniu gęstości $\{\sigma^k(i_n)_{n=1}^\infty : k \geq 1\}$ w I^∞ , gdzie $\sigma(i_n)_{n=1}^\infty = (i_{n+1})_{n=1}^\infty$.

Z powyższej zderandomizowanej wersji gry chaosu wynika natychmiast jej wersja klasyczna (probabilistyczna), w której $(i_n)_{n=1}^{\infty}$ jest generowany przez proces Bernoulliego, a ogólniej — przez łańcuch z odpowiednio minoryzowanymi prawdopodobieństwami warunkowymi losowania kolejnych symboli. Warto odnotować, że twierdzenie (w wersji probabilistycznej i zderandomizowanej) prawdziwe jest również dla ogólniejszych układów, które nie mają sprzężenia z naturalnym układem symbolowym.

Bibliografia

- [1] K. Leśniak, N. Snigireva, F. Strobiln, *Weakly contractive iterated function systems and beyond: A manual*, submitted; International Workshop and Conference on Topology & Applications, Kochi 2018, India.

● [Początek sekcji](#)

Attractors and second dual approach to Lyapunov stability

Anna Michalak anna.michalak@uni.lodz.pl
Uniwersytet Łódzki

In this talk we show some sufficient conditions for the origin of a general differential equation

$$x'(t) = f(t, x(t))$$

with the right hand side fulfilling the Caratheodory condition, to have an attractor property. First, who introduced the concept for the system to be attractive was Andrey Polyakov (see[2]). But we show the entirely different methodology to prove that the origin have the attractive property. We give also an example of the unstable solution with the attractor property. In the second part we develop a dual approach to Lyapunov stability. The second dual approach guarantees (differently than [1]) simultaneous stability of the origin both in the primary and in dual space.

References

- [1] A. Michalak, *Dual approach to Lyapunov stability*, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications* 85 (2013) 174–179.
[2] A. Polyakov, *Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of Linear Control Systems*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Institute of Electrical and Electronics Engineers 57 (8) (2012) 2106–2110.

● [Początek sekcji](#)

Periodic expansion in determining minimal sets of Lefschetz periods

Adrian Myszkowski adrian.myszkowski@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

We apply the representation of Lefschetz numbers of iterates in the form of so-called periodic expansion to determine the minimal set of Lefschetz periods $MPer_L(f)$. Applying this approach we present an algorithmic method for finding minimal Lefschetz periods for Morse-Smale diffeomorphisms on N_g , a non-orientable compact surface without boundary of genus g . Llibre and Sirvent in [2] calculated $MPer_L(f)$ for $1 \leq g \leq 9$. Our approach presented in [1] makes it possible to find easily $MPer_L(f)$ for much bigger values of g .

This is a joint work with Grzegorz Graff and Małgorzata Małgorzatą Lebieź.

References

- [1] G. Graff, M. Lebieź, A. Myszkowski, *Periodic expansion in determining minimal sets of Lefschetz periods for Morse-Smale diffeomorphisms*, J. Fixed Point Theory Appl, (2019) 21:47
<https://doi.org/10.1007/s11784-019-0680-4>.
- [2] J. Llibre, V. F. Sirvent, *Minimal sets of periods for Morse-Smale diffeomorphisms on non-orientable compact surfaces without boundary*, J. Difference Equ. Appl, **19** no. 3, (2013) 402–417.

● [Początek sekcji](#)

Kilka przykładów dynamicznego spojrzenia na algorytmy

Tomasz Nowicki tnowicki@us.ibm.com
IBM TJ Watson Research Center

Przedstawię kilka przykładów dynamicznego spojrzenia na algorytmy.

● [Początek sekcji](#)

Śledzenie pseudo-orbit i lokalne własności dynamiki

Piotr Oprocha oprocha@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

W referacie przedstawimy wybrane konsekwencje własności śledzenia pseudo-orbit dla lokalnej struktury układu dynamicznego (zbiory minimalne, miary ergodyczne i entropia, punkty nieregularne, itp.).

● [Początek sekcji](#)

Teoria rotacji w hybrydowych modelach neuronów

Justyna Signerska-Rynkowska justyna.signerska@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Modele neuronów typu integrate-and-fire (IF), gdzie równania różniczkowe opisują ewolucję w czasie potencjału błonowego (oraz tzw. zmiennej adaptacji), a dyskretne „resetowania” odpowiadają za zjawisko powstawania potencjału czynnościowego (ang. *firing, spike*), stanowią przykład tzw. hybrydowych układów dynamicznych. Głównym narzędziem ich analizy jest *adaptation-* bądź *firing map* Φ , pozwalająca odtworzyć charakter generowanych *spike-trains*.

Klasykzną teorię rotacji Poincarégo powiązano z (jednowymiarowymi) modelami IF pobudzonymi okresowo już w latach 80-tych (np. [Keener, Hoppensteadt, Rinzel, SIAM J. Appl. Math, 1981]). Naszą uwagę poświęcimy jednak głównie modelom dwuwymiarowym, mającym zdolność generacji tzw. oscylacji mieszanych (ang. *mixed-mode oscillations*) ([Rubin, Signerska-Rynkowska, Touboul, Vidal, DCDS-B, 2017]). Sygnatury tych oscylacji można odkodować za pomocą dynamiki symbolicznej odpowiadającej orbicie odwzorowania Φ . Wykorzystuje się tutaj teorię rotacji dla nieciągłych odwzorowań odcinka/okręgu ((non-)overlapping maps, *old heavy maps*, Lorenz-like maps), w niektórych przypadkach wykazując jednoznaczny związek sygnatury z liczbą obrotu orbity Φ .

Nawiążę także krótko do modeli z prawie-okresową (p.o.) funkcją wejścia ([Kasprzak, Nawrocki, Signerska-Rynkowska, J. Diff. Eq., 2018]), zwykle w sensie Stepanova bądź też p.o. względem miary Lebesgue’a. Tutaj z kolei można efektywnie zastosować teorię rotacji dla odwzorowań prostej \mathbb{R} z p.o. przemieszczeniem ([Kwapisz, Nonlinearity, 2000]).

● [Początek sekcji](#)

Probabilistyczne twierdzenie Takensa o zanurzeniu

Adam Śpiewak a.spiewak@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Twierdzenie Takensa o zanurzeniu [1] orzeka, że dla ustalonej d -wymiarowej rozmierności klasy C^2 oraz liczby $k > 2d$, odwzorowanie

$$M \ni x \mapsto \Phi(x) := (h(x), h(Tx), \dots, h(T^{k-1}x)) \in \mathbb{R}^k$$

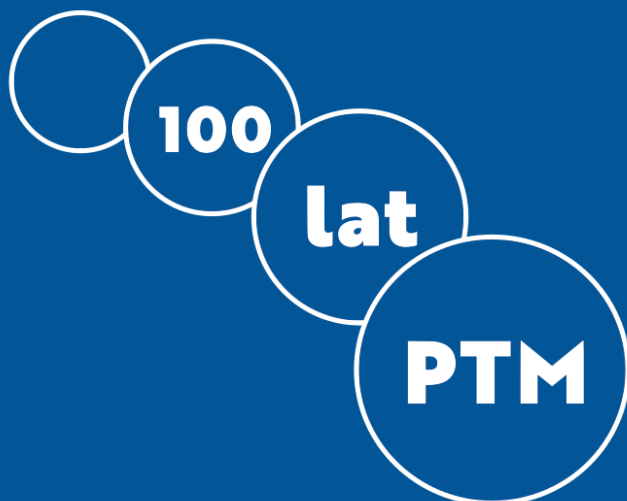
jest zanurzeniem dla generycznej pary złożonej z dyfeomorfizmu $T : M \rightarrow M$ oraz gładkiego odwzorowania $h : M \rightarrow \mathbb{R}$. Powyższy wynik, wraz z jego dalszymi rozszerzeniami, stanowi teoretyczne uzasadnienie wykorzystywanej w praktyce procedury odtwarzania układu dynamicznego na podstawie ciągu pomiarów jednowymiarowej obserwabli h . Przedstawię probabilistyczną wersję twierdzenia Takensa, która gwarantuje różnowartościowość odwzorowania Φ na zbiorze pełnej miary względem ustalonej miary probabilistycznej μ , o ile k jest większe od wymiaru Hasdorffa μ (zatem liczba wymaganych pomiarów może być zreduko-

wana dwukrotnie względem przypadku deterministycznego). Wyniki pochodzą ze wspólnej pracy [2] z Krzysztofem Barańskim oraz Yonatanem Gutmanem.

Bibliografia

- [1] F. Takens, *Detecting strange attractors in turbulence*, Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980 (Coventry, 1979/1980), Lecture Notes in Math. **898**: 366–381 (1981). Springer, Berlin–New York.
- [2] K. Barański, Y. Gutman, A. Śpiewak, *A probabilistic Takens theorem*, Preprint <https://arxiv.org/abs/1811.05959> (2019).

● [Początek sekcji](#)



zastosowania

patron sesji
Andrzej Lasota



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Mechanistyczny model tłumienia wzrostu populacji i jego konsekwencje dla mechanizmów doboru naturalnego

Krzysztof Argasinski argas1@wp.pl

Polska Akademia Nauk

Jednym z istotnych pytań rozważanych w ramach badań z zakresu ekologii i biologii ewolucyjnej są czynniki hamujące wzrost populacji oraz ich wpływ na procesy selekcji naturalnej analizowane w ramach tzw. Teorii Historii Życiowych (THŻ). Problematyka analizowana w ramach THŻ dotyczy analizy wpływu czynników środowiskowych na ewolucję takich cech cyklu życiowego organizmów jak na przykład czas dojrzewania do rozmnażania, wzorce wzrostu masy ciała czy alokacja zasobów w naprawę uszkodzeń. Wszystkie te cechy są kształtowane przez presję doboru naturalnego, co prowadzi do pytania o reguły jakimi rządzą się mechanizmy selekcji, i czym jest wielkość maksymalizowana przez selekcję, zwana w biologii miarą dostosowania. Odpowiedzi na to pytanie mogą dostarczyć modele matematyczne wzrostu populacji złożonych z konkurujących ze sobą organizmów stosujących różne strategie rozwojowo-reprodukcyjne. W referacie przedstawione będzie wyprowadzenie mechanistycznego modelu wzrostu populacji opartego na tzw. Modelu Loterii Siedliskowej, w którym czynnikiem limitującym wzrost populacji jest dostępność miejsc gniazdowania dla nowonarodzonych osobników młodocianych. Jest to model dwufazowy: w pierwszej fazie wolnych miejsc jest pod dostatkiem, natomiast gdy zaczną ich brakować zaczyna się druga faza tłumiona. Przeanalizujemy wersję ciągłą i dyskretną modelu. Pokaże różnice i potencjalne trudności związane z obydwoma podejściami, zwykle ignorowane w przypadku prostych modeli fenomenologicznych. Okazuje się, że w przypadku szczegółowych modeli nie jest takie proste, żeby napisać równanie różnicowe i różniczkowe z tą samą prawą stroną. Jest to możliwe tylko przy pewnych dość precyzyjnych założeniach. Np. modelach ciągłych bardzo istotny jest wpływ opóźnień czasowych wynikających z np. z czasu dojrzewania jaj do wyklucia. Jednak w pewnych przypadkach granicznych są one całkowicie pomijalne. Otrzymany model pozwoli na wyprowadzenie precyzyjnych funkcji opisujących kryteria doboru w poszczególnych fazach wzrostu populacji (miarę dostosowania), oraz ich związki z tempem wzrostu populacji i całożyciowym sukcesem reprodukcyjnym, wielkościami tradycyjnie przyjmowanymi w tej roli w ramach THŻ. Uogólnienie modelu do przypadku w którym zamiast stałej liczby gniazd mamy populację nosicieli pewnych pasożytów prowadzi do ciekawego wyniku gdy możliwych miar dostosowania jest nieskończenie wiele.

Bibliografia

- [1] K. Argasinski and Mark Broom, *The nest site lottery: How selectively neutral density dependent growth suppression induces frequency dependent selection*, *Theor Pop Biol* **90**: 82-90 (2013)
- [2] K Argasinski and R Rudnicki, *Nest site lottery revisited: Towards a me-*

- chanistic model of population growth suppressed by the availability of nest sites*, J Theor Biol **420**: 279–289 (2017)
- [3] D Roff, *Life History Evolution*, Sinauer, 2002
- [4] R Rudnicki, *Does a population with the highest turnover coefficient win competition?*, J Diff Eq Appl **23.9**: 1529–1541 (2017)
- [5] S Stearns, *The Evolution of Life Histories* Oxford, 1992

● [Początek sekcji](#)

Convergence of Quadratic Stochastic Operators

Krzysztof Bartoszek krzysztof.bartoszek@liu.se

Linköping University, Szwecja

The development of non-linear probabilistic models is an evolving area of research, driven by both mathematical interest and applications. Quadratic stochastic operators (QSOs) are a first step generalization of the well-studied linear Markov chains. Already they have a direct biological interpretation—they describe mixing of two populations, e.g. sexual reproduction, where one parent comes from the female class and the other from the male class. Studying the law, even in the limit, of a population evolving under a QSO is a challenging task due to the interaction between two classes of individuals component. In the situation, when the law of the trait is in L^1 , then one is able to obtain equivalent conditions for their stability [2] and that the set of so-called *norm quasi-mixing* operators is a dense and open set in the topology induced by the supremum metric [3]. However, if one restricts the class of QSO, to the so-called centred quadratic stochastic operators [1], then one is able to show that, in the case of hermaphroditic species, when the offspring's trait is equal to an additively perturbed arithmetic mean of the parents' traits, one can represent the law of trait in descendant populations through an appropriate sum of independent random variables. The construction of this representation is such that it allows one to study limit properties through characteristic functions. It turns out that for a weak limit to exist, rather mild conditions are required on the initial population and perturbation—finite variance or tails of distributions are controlled by a suitable power function. Furthermore, such a representation opens the possibility of more effective simulation algorithms.

Acknowledgements The work on QSOs was supported by Svenska Institutets Östersjösamarbete grant nrs. 00507/2012, 11142/2013, 19826/2014. KB's research is supported by the Swedish Research Council (Vetenskapsrådet) grant no. 2017-04951.

References

- [1] K. Bartoszek, J. Domsta and M. Pułka, *Weak Stability of Centred Quadratic Stochastic Operators*, B. Malays. Math. Sci. So. **42**: 1813–1830 (2019).
- [2] K. Bartoszek and M. Pułka, *Asymptotic properties of quadratic stochastic operators acting on the L^1 space*, Nonlinear Anal.–Theor. **114**: 26–39

(2015).

- [3] K. Bartoszek and M. Pułka, *Prevalence problem in the set of quadratic stochastic operators acting on L^1* , B. Malays. Math. Sci. So. 41: 159–173 (2018).

● [Początek sekcji](#)

O dyfuzji w cienkich warstwach oddzielonych półprzepuszczalnymi membranami i o „rozbryzgu”

Adam Bobrowski a.bobrowski@pollub.pl
Politechnika Lubelska

Pan Profesor Lasota często powtarzał, że matematyka stosowana jest o tyle trudniejsza od „czystej”, iż wymaga dostosowywania narzędzi matematycznych do problemu, z którym się chcemy uporać, a wtedy nasza ulubiona teoria i utarte ścieżki mogą się okazać zupełnie bezużyteczne. Zysk jest natomiast taki, że zmuszony do wysiłku umysł staje się bardziej giętki.

By poniekąd zilustrować tę tezę, podzieliłem swe wystąpienie na dwie części. W pierwszej opowiem o ostatnich wynikach dotyczących aproksymacji równań reakcji-dyfuzji w cienkich warstwach przedzielonych półprzepuszczalnymi membranami, równaniami opisującymi dyfuzję po obu stronach tychże membran. Efekywnie opiszę w szczególności fakt, że w granicy, gdy grubość warstw dąży do zera, warunki brzegowe, opisujące przenikanie cząstek przez membranę, stają się integralną częścią równania podstawowego.

O ile wyniki części pierwszej można z powodzeniem umieścić w ramach teorii półgrup operatorów czy też zaburzeń osobliwych, w części drugiej główną rolę odgrywać będzie pojęcie procesu punktowego. Opowiem o tym, że intensywnie studiowane w agrofizyce zjawisko rozbryzgu, to jest rozrzucania cząstek gleby przez spadającą na nią kroplę deszczu można skutecznie badać przy pomocy w.w. pojęcia. Przemieszczone na skutek uderzenia mikroskopijne drobinki tworzą losowy zbiór punktów na płaszczyźnie i udało się pokazać, że jeśli ograniczymy się do niezbyt dużych i niezbyt małych odległości od centrum, zbiór ten ma w przybliżeniu własności procesu Poissona. O cząstkach lądujących blisko powieść tego już nie można. Okazuje się, że jest to odzwierciedlenie faktu, iż rozbryzgu ma (co najmniej) dwie fazy: cząstki biorące udział w fazie wczesnej wyrzucane są niezależnie (to są te, które lądują na niezbyt duże i niezbyt małe odległości), te zaś z fazy drugiej silnie na siebie wzajemnie oddziałują (i to są te, które lądują blisko).

● [Początek sekcji](#)

Bifurkacja Hopfa w modelu ekspresji białka Hes1 z uwzględnieniem procesu tworzenia się dimerów i opóźnieniem

Marek Bodnar m.bodnar@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Współautorka:

Agnieszka Bartłomiejczyk m.bodnar@mimuw.edu.pl

Politechnika Gdańska

W 2003 N.A. Monka [2] zaproponował model ekspresji genu białka Hes1 składający się z dwóch równań z opóźnieniem, przeanalizowany później m. in w [1]. Będziemy rozważać rozszerzenie tego modelu uwzględniając oddzielne równanie opisujące stężenie dimerów — dwu białkowych kompleksów Hes1, które występują w opisywanym przez model procesie. Analizowany układ składa się z trzech równań różniczkowych zwyczajnych z opóźnieniem. Pokażemy, że bifurkacja Hopfa występuje dla pewnych zakresów parametrów w przypadku braku opóźnienia oraz dla wszystkich wielkości parametrów, gdy opóźnienie przekracza pewną krytyczną wielkość.

Bibliografia

- [1] M. Bodnar, A. Bartłomiejczyk, *Stability of delay induced oscillations in gene expression of Hes1 protein model*, Non. Anal. – Real. 13: 2227–2239 (2012),
doi:10.1016/j.nonrwa.2012.01.017.
- [2] N.A. Monk, *Oscillatory expression of Hes1, p53, and NF- κ B driven by transcriptional time delays*, Curr. Biol. 13: 1409–1413 (2003)
doi: 10.1016/S0960-9822(03)00494-9.

● [Początek sekcji](#)

Dyskretny model krzyżowy rozprzestrzeniania się gruźlicy w niejednorodnej populacji bezdomnych i niebezdomnych

Marcin Choiński m.choinski@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Współautorzy:

Mariusz Bodzioch mariusz.bodzioch@matman.uwm.edu.pl

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Urszula Forys urszula@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Zaprezentowany został dyskretny model krzyżowy rozprzestrzeniania się gruźlicy w niejednorodnej populacji, która składa się z bezdomnych i niebezdomnych. Model oparto na prostym modelu typu SIS z dwuliniową funkcją transmisji oraz statym napływem w obu populacjach. Dokonana została wstępna analiza stabilności stanów stacjonarnych. Parametry modelu zostały dopasowane do danych

z województwa warmińsko-mazurskiego. Praca jest oparta na podstawie wcześniejszych rezultatów, gdzie analizowane były analogiczne modele ciągłe.

Bibliografia

- [1] M. Bodzioch, M. Choiński and U. Foryś, *SIS criss-cross model of tuberculosis in heterogeneous population*, Discrete & Continuous Dynamical Systems - B, 24 (5): 2169–2188 (2019).
- [2] M. Choiński, M. Bodzioch, U. Foryś, *Analysis of a criss-cross model of tuberculosis for homeless and non-homeless subpopulations*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, (2018) (under review).
- [3] M. Choiński, M. Bodzioch, U. Foryś, *Simple discrete SIS criss-cross model of tuberculosis in heterogeneous population of homeless and non-homeless people*, Mathematica Applicanda, (2019) (under review).

● [Początek sekcji](#)

Stabilność i chaos dla równania Lasoty

Antoni Leon Dawidowicz Antoni.Leon.Dawidowicz@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Współautorka:

Anna Poskrobko a.poskrobko@pb.edu.pl
Politechnika Białostocka

Motto: *Matematyka, jak poezja*

Inskrypcja na nagrobku prof. Andrzeja Lasoty
Równanie

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c(x) \frac{\partial u}{\partial x} = f(u, x)$$

jest uogólnieniem klasycznego równania von Foerстера. W równaniu tym, w odróżnieniu od równania von Foerстера dojrzałość komórki nie jest tożsama z wekiem w sensie „metrykalnym”. Z punktu widzenia zastosowań naturalne jest założyć, że $c(0) = 0$ i, co za tym idzie wystarczy badać równanie

$$\frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial u}{\partial x} = \lambda u.$$

Zainteresowanie tym równaniem rozpoczęło się od pracy [1], w której dowód istnienia miary niezmienniczej dla układu dynamicznego przezeń generowanego posłużył jednocześnie, jako efektowny przykład na zastosowanie metody Aveza. Tematem referatu będą wyniki rozwijające ten rezultat, m.in. dotyczące stabilności i chaosu dla równania Lasoty w zależności od parametru λ , w szczególności przy różnych definicjach chaosu oraz w różnych przestrzeniach funkcyjnych.

Bibliografia

- [1] A. Lasota, *Invariant measures and a linear model of turbulence*. Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova 61: 39–48 (1979).

- [2] K. Łoskot, *Turbulent solutions of first order partial differential equation*, J. Differential Equations 58, 1, 1 - 14 (1985).
- [3] R. Rudnicki, *Invariant measures for the flow of a first order partial differential equation*, Ergodic Theory and Dynamical Systems, 5, 3, 437 - 443 (1985).

● Początek sekcji

Wpływ opóźnień czasowych na dynamikę relacji optymistów i pesymistów

Urszula Foryś urszula@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Zaprezentuję model interakcji pomiędzy dwoma osobami (zwanymi aktorami), z których każdy może być optymistą lub pesymistą. Wprowadzone zostaną opóźnienia czasowe do składników modelu albo odzwierciedlających wewnętrzną dynamikę aktorów, albo ich wzajemne oddziaływania (tzw. funkcja wpływu). Omawiany model został zaproponowany przez Rinaldiego i Gragnaniego [1] do opisu relacji romantycznych, natomiast Liebovitch *i in.* [2] zastosowali ten sam układ równań właśnie w kontekście pojedynczych spotkań dwóch aktorów, takim samym, jak rozważany przeze mnie.

W artykule [3] analizowaliśmy wpływ nastawienia aktorów (ich optymizmu/pesymizmu) na przebieg pojedynczego spotkania oraz związaną w tym możliwość kontynuowania znajomości i ewentualnego zaprzyjaźnienia się aktorów. Z kolei w [4] omówiliśmy wpływ dyskretnego opóźnienia czasowego na dynamikę modelu liniowego, przy czym lokalne własności stabilności przenoszą się na nieliniowy model Rinaldiego i Gragnaniego z pojedynczym opóźnieniem. Najnowsze wyniki dotyczą wpływu dwóch dyskretnych opóźnień na dynamikę relacji między aktorami w kontekście ich nastawienia do życia. Wyniki te zostały przedstawione w pracy magisterskiej moich studentek — Natalii Jankowskiej i Katarzyny Cytlak [5].

Bibliografia

- [1] S. Rinaldi and A. Gragnani, *Love dynamics between secure individuals: A modeling approach*, Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences 2(4): 283–301 (1998).
- [2] L. Liebovitch, V. Naudot, R. Vallacher, A. Nowak, L. Biu-Wrzosinska and P. Coleman, *Dynamics of two-actor cooperation-competition conflict models*, Physica A 387: 6360–6378 (2008).
- [3] M.J. Piotrowska, J. Górecka and U. Foryś, *The role of optimism and pessimism in the dynamics of emotional states*, Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B 23(1): 401–423 (2018).
- [4] N. Bielczyk, U. Foryś and T. Płatkowski, *Dynamical models of dyadic interactions with delay*, Journal Of Mathematical Sociology 37(4): 223–249 (2013).

[5] N. Jankowska and K. Cytlak, *Wpływ opóźnienia na dynamikę relacji pesymista–optymista*, praca magisterska, Uniwersytet Warszawski, Warszawa (2018).

● [Początek sekcji](#)

Od szybkich neurotransmiterów do lepkich dyfuzji na grafach

Adam Gregosiewicz a.gregosiewicz@pollub.pl

Politechnika Lubelska

Wychodząc od modelu szybkich neurotransmiterów, rozważamy proces, który na każdej krawędzi ustalonego grafu jest dyfuzją o zadanej wariancji. Komunikacja między krawędziami odbywa się przez półprzepuszczalne membrany umieszczone w wierzchołkach grafu. Opiszemy zachowanie asymptotyczne tego procesu w przypadku, gdy prędkości dyfuzji rosną do nieskończoności, a prawdopodobieństwa przejścia między krawędziami maleją do zera. Kluczowa w naszej analizie będzie postać warunków transmisji, od której w głównej mierze zależy zachowanie procesu granicznego.

● [Początek sekcji](#)

Informacja i energia w mózgu

Jan Karbowski jkarbowski@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski i Polska Akademia Nauk

Mikroskopowe składniki mózgu, tj. neurony i synapsy, przetwarzają i przechowują informację, potrzebną do funkcjonowania organizmu. Elementy te działają w stanie nierównowagi termodynamicznej z otoczeniem, co wymaga nieustannego dopływu energii. Opowiem o związkach energii z informacją w sieciach neuronów. W szczególności, ile energii potrzeba do aktywacji pojedynczego neuronu? Jak ma się dokładność kodowania informacji w synapsach do ilości zużytej energii? Wreszcie, czy dłuższe przechowywanie śladów pamięci musi wiązać się z większymi nakładami energetycznymi?

Bibliografia

- 1) C. H. Bennett, *Int. J. Theor. Physics* 21: 905–940 (1982)
- 2) S. B. Laughlin, et al, *Nature Neurosci.* 1: 36–40 (1998).
- 3) J. Karbowski, *J. Comput. Neurosci.* 27: 415–436 (2009).
- 4) J. Karbowski, (2019) *Metabolic constraints on synaptic learning and memory*, *J. Neurophysiol.* – in press.

● [Początek sekcji](#)

Krakowska szkoła równań różniczkowych

Jan Koroński jan.koronski@pk.edu.pl

Politechnika Krakowska

Przedmiotem rozważań jest krakowska szkoła równań różniczkowych, której głównym założycielem był Tadeusz Ważewski, a jego najwybitniejszym kontynuatorem był Jacek Szarski. Jednym z głównych filarów tej szkoły był Andrzej Lasota. Istotnym dopełnieniem krakowskiej szkoły równań różniczkowych była założona przez Mirosława Krzyżańskiego szkoła równań różniczkowych częściowych w Politechnice Krakowskiej. Władysław Zajęczkowski jako pierwszy z matematyków polskich od 1867 roku prowadził systematyczne badania w zakresie równań różniczkowych. Opublikował on ponad 20 prac z równań różniczkowych i pierwszą polską monografię z równań różniczkowych zwyczajnych i częściowych pt. *Wykład nauki o równaniach różniczkowych*, wydaną przez Towarzystwo Nauk Ścisłych w Paryżu w 1877 roku. Pierwsze pięćdziesiąt lat rozwoju teorii równań różniczkowych w Polsce było bardzo słabo znane (i praktycznie zapomniane). Początkom polskiej teorii równań różniczkowych poświęcona jest monografia [1].

Bibliografia

- [1] J. Koroński, *Równania różniczkowe zwyczajne i częściowe w publikacjach matematyków polskich do I wojny światowej na tle rozwoju teorii równań różniczkowych w świecie*, Monografie Politechniki Krakowskiej, Seria Nauki Podstawowe Matematyka, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2017, stron 225.

● [Początek sekcji](#)

Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression

Agnieszka Kozdęba Agnieszka.Kozdeba@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Co-author:

Andrzej Tomski Andrzej.Tomski@us.edu.pl

Uniwersytet Śląski

In this talk we analyse stochastic expression of a single gene with the deterministic part given by the classical Goodwin model with mRNA and protein contribution. We compare the effects of the presence of positive and negative feedback on the transcription regulation.

References

- [1] A. Kozdęba and A. Tomski, *Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression*, (2019).
- [2] J. Griffith, *Mathematics of cellular control processes: I. Negative feedback to one gene*, J. Theor. Biol. 20: 202–208 (1968).

- [3] J. Griffith, *Mathematics of cellular control processes: II. Positive feedback to one gene*, J. Theor. Biol. 20: 209–216 (1968).

● [Początek sekcji](#)

Gry ewolucyjne z opóźnieniami czasowymi zależnymi od strategii

Jacek Miękiś miekisz@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Zaprezentujemy mikroskopowy model populacji oddziałujących osobników z opóźnieniami czasowymi zależnymi od strategii. Opóźnienia czasowe prowadzą do nowego typu dynamiki replikatorowej. Omówiona zostanie gra z ewolucyjnie stabilną równowagą opisującą współistnienie dwóch typów zachowań. Pokażemy, że w odróżnieniu od wszystkich poprzednich modeli, stany stacjonarne dynamiki replikatorowej mogą zależeć od opóźnień czasowych. Ponadto, dla pewnych krytycznych opóźnień, wewnętrzny stan stacjonarny może zniknąć, może też się pojawić drugi stan stacjonarny.

Bibliografia

- [1] Alboszta and J. Miękiś, *Three-player games with strategy-dependent time delays*, J. Theor. Biol. 231: 175–179 (2004).
[2] M. Bodnar, J. Miękiś, and R. Vardanyan, *Three-player games with strategy-dependent time delays*, preprint (2019).
[3] J. Miękiś and Marek Bodnar, *Evolution of populations with strategy-dependent time delays*, preprint (2019).

● [Początek sekcji](#)

Fale wapniowe podtrzymywane napływem wapnia poprzez mechanicznie aktywowane kanały wapniowe w błonie komórkowej

Zbigniew Peradzyński zperadz@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Współautorzy:

Bogdan Kaźmierczak bkazmier@ippt.pan.pl
Polska Akademia Nauk

Sławomir Białecki sbialeck@ippt.pan.pl
Polska Akademia Nauk

Praca poświęcona jest modelowaniu szybkich fal wapniowych propagujących się w niektórych komórkach. Zgodnie z sugestią biologów ten rodzaj fal istnieje dzięki skomplikowanym mechanizmom napływu wapnia z przestrzeni pozakomórkowej poprzez mechanicznie otwierane kanały wapniowe w błonie komórkowej. Zmiana stężenia wapnia w komórce powoduje reorganizację sieci złożonej z włókien aktynowo- α miozynowych. Pod wpływem lokalnych sił wywieranych przez te

włókna otwierane są kanały jonowe w błonie komórkowej. Jednocześnie nadmiar wapnia wypompowywany jest z komórki przez kilka rodzajów pomp znajdujących się w błonie komórkowej. Wszystko to razem prowadzi do możliwości propagacji fal w postaci impulsów stężenia wapnia. Model teoretyczny zostanie również poparty obliczeniami numerycznymi. Praca była częściowo finansowana z projektu NCN 2016/21/B/ST1/03071.

● [Początek sekcji](#)

Zastosowanie półgrup stochastycznych w badaniu dwufazowych modeli cyklu komórkowego

Katarzyna Pichór katarzyna.pichor@us.edu.pl
Uniwersytet Śląski w Katowicach

Przedstawimy zastosowanie twierdzeń o asymptotycznych własnościach operatorów i półgrup stochastycznych w badaniu dwufazowych ciągłych i dyskretnych modeli cyklu komórkowego. Podamy warunki na asymptotyczną stabilność i wymiatanie każdego z modeli [1]. Porównamy asymptotyczne własności obu modeli.

Bibliografia

- [1] K. Pichór and R. Rudnicki, *Applications of stochastic semigroups to cell cycle models*, Discrete Contin. Dyn. Syst. B 24: 2365–2381 (2019).

● [Początek sekcji](#)

Metoda identyfikowania popularnych generatorów liczb pseudolosowych

Aleksandra Piotrowska piotrowska.ola96@gmail.com
Politechnika Białostocka

Przedstawiona zostanie propozycja autorskiej metody identyfikacji generatorów (MIG) liczb pseudolosowych, która nawiązuje do pomysłu badania śladu ludzkiego palca. Proponowana metoda została zaimplementowana w programie *wxMaxima*. Dane wykorzystywane przez MIG powinny być, z założenia, wytwarzane przez wcześniej nierozpoznany generator liczb pseudolosowych. MIG odwzorowuje te dane w ich ślad, czyli skończony zbiór punktów leżących w (dwuwymiarowej) płaszczyźnie i tworzących charakterystyczną dla generatora plamę. Po dopasowaniu parametrów MIG do wybranej rodziny generatorów PRNG metoda ta wydaje się umożliwiać ich rozróżnianie oraz ilościową charakterystykę ich unikalnych cech.

Bibliografia

- [1] D. E. Knuth, *Szuka programowania* tom 2, WNT, Warszawa, 2002.
[2] R. Wieczorkowski, R. Zieliński, *Komputerowe generatory liczb losowych*,

Modelling direct and indirect patient transfers within healthcare networks

Monika J. Piotrowska monika@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Co-authors:

Konrad Sakowski

Uniwersytet Warszawski, PAN i Kyushu University, Japonia

André Karch

University of Münster

Hannan Tahir

University Medical Center Utrecht, Holandia

Mirjam Kretzschmar

University Medical Center Utrecht i National Institute of Public Health and the Environment (RIVM), Holandia

Rafael Mikolajczyk

University Halle-Wittenberg, Niemcy

Recently, multidrug-resistant Enterobacteriaceae (MDR-E) have become a major public health threat in many countries. While traditional infection control strategies primarily target the containment of intra-hospital transmission of such pathogens, there is growing evidence that the patient traffic between hospitals is an important channel for the spread of MDR-E within healthcare systems. Therefore, movements of patients between hospitals and the effects on pathogen spread were studied using network models, but most of those models focus only on transfers of patients between hospitals (direct transfers). However, patients can be discharged from the hospital and after some time be admitted again to the same or different hospital (indirect transfers). If they still carry the pathogen, they can contribute to its spread. We propose a network model, combined with ODEs, focusing on assessing the importance of indirect transfers for the spread of MDR-E. In particular, we introduce a community of recent inpatients, waiting for re-admission or for admission to a different facility. Our estimates are based on an anonymized patients' data set provided by the insurance company AOK Lower Saxony (a healthcare provider in the respective federal state in Germany) covering a period of eight years (for details see [1]). Although we have no access to any epidemic spread history of a hospital-acquired infection in a healthcare system, we compare scenarios ignoring indirect transfers with those accounting for indirect transfers demonstrating that second approach results in a qualitatively different pattern of pathogen spread, particularly in a higher heterogeneity of prevalence between different network nodes.

References

- [1] M. J. Piotrowska and K. Sakowski, *Analysis of the AOK Lower Saxony hospitalisation records data (years 2008–2015)*, arXiv:1903.04701.

● [Początek sekcji](#)

Metoda przybliżeń wieloskalowych w analizie modeli molekularnych

Grzegorz A. Rempała rempala.3@osu.edu
The Ohio State University, USA

Metody analizy kilku skal fizycznych lub czasowych w stochastycznych układach dynamicznych aplikowanych do biologii zyskały ostatnio na popularności ze względu na dostępne dane eksperymentalne pozwalające na lepsze zrozumienie zachodzących procesów biologicznych. Ten krótki referat przedstawi najnowsze wyniki badań nad modelami (opartymi o procesy Markova) w których zastosowania metody przeskalowania części układu prowadzi do ciekawych uproszczeń w równaniach opisujących dynamikę wyjściowych systemów biologicznych, jak na przykład procesu transkrypcji–translacji lub dynamiki enzymatycznej typu Michelisa–Mentena.

Bibliografia

- [1] Kang, H. W., KhudaBukhsh, W. R., Koepl, H., & Rempała, G. A. *Quasi-steady-state approximations derived from the stochastic model of enzyme kinetics*, Bulletin of Mathematical Biology, 1–34, 2019.

● [Początek sekcji](#)

Z Andrzejem Lasotą tam i z powrotem

Ryszard Rudnicki rudnicki@us.edu.pl
Polska Akademia Nauk

Profesora Andrzeja Lasotę poznałem na II roku studiów matematycznych na Uniwersytecie Śląskim w 1977 roku. Miał wtedy z nami wykład z teorii równań różniczkowych. Pod jego kierunkiem napisałem pracę magisterską, a potem doktorską i przez wiele lat pracowałem w kierowanym przez niego Zakładzie Biomatematyki UŚ. Gdy w roku 1994 zostałem kierownikiem Oddziału Instytutu Matematycznego Polska Akademia Nauk w Katowicach, Andrzej pracował również na pół etatu w tymże oddziale i miałem przyjemność być jego przełożonym aż do jego śmierci w 2006 roku. Przez cały ten okres Andrzej intensywnie pracował naukowo, a jego tematyka badawcza była wyjątkowo urozmaicona. Swoją karierę naukową rozpoczynał w latach 50–tych pod kierunkiem profesora Tadeusza Ważewskiego zajmując się głównie równaniami różniczkowymi. W latach 70–tych nie porzucając równań różniczkowych, wspólnie z J. A. Yorke’em zajął

się własnościami ergodycznymi i chaotycznymi układów dynamicznych i udało im się opracować oryginalne metody badawcze oparte na analizie funkcjonalnej. Okazało się, że metody te mają dużo szersze zastosowania między innymi w równaniach ewolucyjnych, teorii procesów stochastycznych i teorii fraktali. Również w latach 70-tych rozpoczął współpracę najpierw z Marią Ważewską-Czyżewską, a następnie z M.C. Mackey’em nad badaniem modeli biologicznych. Ta różnorodność tematyki badawczej i używanych metod była niezmiernie inspirująca dla jego uczniów. W czasie wykładu mam zamiar przedstawić wpływ tych inspiracji na niektóre moje badania naukowe.

● [Początek sekcji](#)

Jak modelować ekspresję genów?

Andrzej Tomski andrzej.tomski@us.edu.pl
Uniwersytet Śląski

Współautorzy:

Agnieszka Kozdęba agnieszka.kozdeba@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Maciej Zakarczemny mzakarczemny@pk.edu.pl
Politechnika Krakowska

Referat dotyczy modelowania stochastycznej ekspresji genów. Zastosowano do tego celu kawałkami deterministyczny proces Markowa. Zaczniemy od modelu opartego o liniowy układ dynamiczny z czasem ciągłym, a następnie porównamy go z odpowiadającym mu iterowanym układem funkcyjnym (w oparciu o wspólne wyniki z M. Zakarczemnym) oraz modelem Goodwina (w oparciu o wspólne wyniki z A. Kozdębą), którego analiza będzie tematem kolejnego referatu.

References

- [1] R. Rudnicki, A. Tomski, *On a stochastic gene expression with pre-mRNA, mRNA and protein contribution*, J. Theor. Biol. 387, 54-67.
- [2] M. R. Zakarczemny, A. Tomski, *Stochastic gene expression revisited: discrete time approach* (in preparation).
- [3] A. Kozdęba, A. Tomski, *Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression* (in review).

● [Początek sekcji](#)

Modele probabilistyczne cyklu komórkowego

Marta Tyran-Kamińska mtyran@us.edu.pl
Uniwersytet Śląski

Cykl komórkowy to okres od narodzin komórki do jej podziału na komórki potomne. W modelach probabilistycznych czas trwania cyklu jest zmienną losową zależącą od wieku komórki. Rozkład stacjonarny wielkości komórek w momen-

tach narodzin w kolejnych pokoleniach był najpierw badany w [1], a następnie w [2]. W [3] wprowadzamy dwu-fazowy model z czasem ciągłym i ze strukturą wieku opisany za pomocą kawałkami deterministycznego procesu Markowa [4]. Okazuje się, że istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość pomiędzy rozkładami stacjonarnymi w tych modelach.

Bibliografia

- [1] K.B. Hannsgen, J.J. Tyson, L.T. Watson, *Steady-state size distributions in probabilistic models of the cell division cycle*, SIAM J. Appl. Math. 45: 523–540 (1985).
- [2] A. Lasota, M.C. Mackey, J. Tyrcha, *The statistical dynamics of recurrent biological events*, J. Math. Biol. 30: 775 – 800 (1992).
- [3] P. Gwóźdź, M. Tyran-Kamińska, *Positive semigroups and perturbations of boundary conditions*, Positivity (2019).
- [4] R. Rudnicki, M. Tyran-Kamińska, *Piecewise Deterministic Processes in Biological Models*, Springer Briefs in Applied Sciences and Technology, Springer International Publishing, Cham, 2017.

● [Początek sekcji](#)

Indywidualne modele stochastyczne populacji biologicznych

Radostaw Wieczorek radoslaw.wieczorek@us.edu.pl
Uniwersytet Śląski

Populacje biologiczne mogą być opisywane za pomocą różnych metod matematycznych i na różnym poziomie. Referat będzie poświęcony modelom populacyjnym na poziomie mikroskopowym, tj. takich, w których uwzględniony jest stan każdego pojedynczego osobnika, a ewolucja tego stanu jest losowa.

Ważną cechą modeli biologicznych – w odróżnieniu od fizycznych – jest zmienna liczba osobników, co wymusza użycie specyficznych narzędzi. Modele takie postępują się często procesami stochastycznymi na przestrzeniach miar singularnych. Pokazana będzie konstrukcja takich modeli za pomocą narzędzi probabilistycznych, przykłady i symulacje. Omówiony również zostanie związek takich modeli z opisem makroskopowym poprzez funkcjonalne twierdzenia wielkich liczb.

Bibliografia

- [1] V. Capasso, D. Morale, *A Multiscale Approach Leading to Hybrid Mathematical Models for Angiogenesis: The Role of Randomness* (2013)
- [2] P. Donnelly, T. G. Kurtz, *Particle representations for measure-valued population processes*, Ann. Probab. 27 (1999)
- [3] R. Rudnicki, R. Wieczorek) *Phytoplankton dynamics: from the behaviour of cells to a transport equation*, Math. Mod. Nat. Phenomena 1 (2006), 83–100.

Równanie populacji ze strukturą w przestrzeni miar Radona a teoria optymalnego żerowania

Dariusz Wrzosek darek@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Referat odnosi się do artykułu [1], w którym rozważamy rozwiązania w przestrzeni miar Radona równania populacji ze strukturą typu McKendricka-von Forsterera. Rozszerzenie przestrzeni rozwiązań na przestrzeń miar i zaopatrzenie jej w metrykę "bounded Lipschitz distance", będącą pewnym rozszerzeniem metryki Wassersteina, niesie wiele korzyści, bo np. umożliwia śledzenie rozwoju w czasie miar atomowych interpretowanych jako kohorty osobników, daje możliwość kontroli zbieżności naturalnego schematu numerycznego aproksymującego rozwiązanie, a także gwarantuje dobre postawienie problemu przy minimalnych założeniach na regularność danych funkcji nieliniowych występujących w równaniu. W pierwszej części pokazujemy jak uogólnienie metody charakterystyk umożliwia scharakteryzowanie regularności rozwiązania, a w drugiej konstruujemy model w którym śmiertelność w populacji opisanej tym równaniem wynika z działania optymalnie żerującego drapieżnika, którego prędkość przemieszczania się jest powiązana z dostępnością pokarmu. Rozwiązania numeryczne prowadzą do ciekawych interpretacji z biologicznego punktu widzenia.

Bibliografia

- [1] J. Jabłoński, D. Wrzosek, *Radon-measure-valued solutions to size-structured population model of prey controlled by optimally foraging predator harvester*, M3AS. ukaze się (2019).

Bifurkacje w zagadnieniu różniczkowym opisującym deformację wirującej kolumny z gazem

Anita Zgorzelska anita.wlodarczyk@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Zajmiemy się problemem deformacji wirującej kolumny wypełnionej gazem. Kolumna w stanie niezdeformowanym ma postać cienkościennego walca o wysokości H i promieniu R . Zakładamy, że promień R jest znacznie większy od wysokości H . Powierzchnia boczna kolumny jest wykonana z elastycznego materiału. Kolumna obraca się ze stałą prędkością względem swojej osi. Wnętrze kolumny napełnione jest sprężonym gazem. Ponadto zapobiega się jego wypływowi.

Głównym celem jest zbadanie bifurkacji form równowagi powierzchni bocznej kolumny, w zależności od ciśnienia gazu znajdującego się w środku.

References

- [1] J. Janczewska, A. Zgorzelska, H. Guze *On Von Karman Equations and the Buckling of a Thin Circular Elastic Plate*, *Advanced Nonlinear Studies*, vol. 15, no. 3 (2015), 613-628

● [Początek sekcji](#)

Postery

Jak uniknąć oceniania strategicznego?

Daria Boratyn daria.boratyn@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Poster poświęcony jest problemowi głosowania strategicznego w systemach sędziowskich, będących szczególnym typem procedur podejmowania decyzji zbiorowych, a jego głównym zagadnieniem jest charakteryzacja odpornych na to zjawisko funkcji agregacji ocen sędziów. Przedstawia matematyczny model tych systemów, będący uogólnieniem modelu sformułowanego przez Balinskiego i Larakiego oraz wskazuje te różnice pomiędzy systemami sędziowskimi a wyborczymi, z których wynika niespełnianie przez te pierwsze założeń słynnego twierdzenia Gibbarda-Satterthwaite'a o nieuchronności głosowania strategicznego. Bazując na znanym wyniku Balinskiego i Larakiego, zaprezentowane zostaje twierdzenie charakteryzujące ciągłe i odporne na ocenianie strategiczne funkcje agregacji ocen w przypadku spójnej dziedziny.

● [Początek sekcji](#)

Dwie skale czasowe w aktywności użytkowników StackOverflow

Agnieszka Geras a.geras@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

Przedstawimy wyniki badań, w których analizowaliśmy aktywność użytkowników serwisu *StackOverflow* – jednej z największych i najbardziej popularnych baz wiedzy o teorii i praktyce programowania, por. [2]. Skupiliśmy się modelowaniu czasów pomiędzy zdarzeniami (ang. *inter-event distribution*) polegającymi na przyznaniu oceny (pozytywnej bądź negatywnej) odpowiedzi na pytanie zadane przez użytkownika. Inaczej niż sugerowano w poprzednich pracach [1], badany przez nas rozkład okazuje się być mieszaniną rozkładów logarytmicznie normalnych. Dokonaliśmy estymacji parametrów rozkładu, zbadaliśmy zależności parametrów od numeru głosu w kolejności oraz rozkłady graniczne. Przedstawione badania zostały przeprowadzone we współpracy z Markiem Gągolewskim i Grzegorzem Siudemem oraz firmą *Stack Exchange* (w ramach *StackOverflow Academic Research Partnership Program*).

Bibliografia

- [1] Y. Gandica, J. Carvalho, F. Sampaio dos Aidos, R. Lambiotte, T. Carletti, *Stationarity of the inter-event power-law distributions*, PLoS ONE 12(3): e0174509 (2017).
- [2] A. Geras, G. Siudem, M. Gagolewski, *Should we introduce a dislike button for academic articles?*, Journal of the Association for Information Science and Technology, (2019)

● [Początek sekcji](#)

Konsensus w układach wieloagentowych w stanie ataku DoS (Denial-of-Service)

Ewa Girejko e.girejko@pb.edu.pl
Politechnika Białostocka

Współautorka:

Agnieszka Malinowska a.malinowska@pb.edu.pl
Politechnika Białostocka

W czasie prezentacji rozważone zostaną układy wieloagentowe znajdujące się w stanie ataku DoS (Denial-of-Service), czyli odmowy serwisu. Przedstawione zostaną warunki wystarczające na to, aby w rozważanym układzie pomimo ataków zachodził nadal konsensus. Ponieważ atak DoS jest zwykle nieprzewidywalny w odniesieniu do czasu, w którym trwa, badany problem zostanie przedstawiony przy użyciu skal czasowych. Zaprezentowane wyniki zostaną zilustrowane numerycznymi przykładami.

Bibliografia

- [1] Z. Feng and G. Hu, *Distributed secure leader-following consensus of multi-agent systems under DoS attacks and directed topology*, 2017 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA), DOI: 10.1109/ICInfA.2017.8078885, (2017).
- [2] M. P. Fantì, A. M. Mangini, W. Ukovich and V. Boschian, *New consensus protocols for networks with discrete time dynamics*, American Control Conference (ACC): 38–43, (2012).

● [Początek sekcji](#)

Analiza i aproksymacja zadania sterowania optymalnego opisanego pewnym nieliniowym równaniem drgającej belki

Andrzej Just
andrzej.just@p.lodz.pl
Politechnika Łódzka
Zdzisław Stępień
zdzislaw.stempien@p.lodz.pl
Politechnika Łódzka

W pracy rozważamy zadanie sterowania optymalnego opisane następującym równaniem drgającej wielowymiarowej belki

$$y_{tt} + \Delta_x^2 y + \alpha y - \mu(t)\Delta_x y + \beta|y|^\theta y + \gamma|y_t|^\rho y_t = f_1 + Bu \quad \text{na } Q \quad (24)$$

z warunkami początkowymi

$$y(x, 0) = y_0(x) \text{ i } y_t(x, 0) = y_1(x) \text{ na } \Omega$$

oraz jednorodnymi warunkami brzegowymi.

Funkcja $y = y(x, t)$ opisuje przemieszczenie punktu materialnego belki $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^3$ w chwili $t \in (0, T)$, $Q = \Omega \times (0, T)$. Przy odpowiednich założeniach podajemy twierdzenie o istnieniu słabego rozwiązania zagadnienia granicznego (24). Następnie formułujemy nasze zadanie sterowania optymalnego opisane przez równanie (24) dla ogólnego funkcjonału J określonego na całej przestrzeni sterowań U bądź na pewnym jej podzbiornie U_{ad} . Przy odpowiednich założeniach o funkcjonałach J (i zbiorze sterowań dopuszczalnych U_{ad}) dowodzimy twierdzenie o istnieniu co najmniej jednego sterowania u^0 realizującego minimum funkcjonału J .

W następnym kroku zajmujemy się aproksymacją Galerkiną tego zadania sterowania tylko ze względu na zmienną przestrzenną $x \in \Omega$. Formułujemy rodzinę zadań sterowania po takiej aproksymacji i dowodzimy, że każde zadanie z tej rodziny posiada też co najmniej jedno optymalne rozwiązanie. Zadania sterowania po aproksymacji są już zadaniami sterowania o parametrach skupionych (opisane są układem równań zwyczajnych drugiego rzędu względem czasu t). Zasadniczym twierdzeniem pracy jest twierdzenie mówiące o tym, że ze zbiorów rozwiązań optymalnych dla zadań tej rodziny można wybrać taki ciąg, który będzie słabo zbieżny (przy parametrach dyskretyzacji dążących do zera) do jakiegoś rozwiązania wyjściowego zadania sterowania.

References

- [1] A. Just, Z. Stempień, *Pareto Optimal Control Problem and its Galerkin Approximation for a Nonlinear One-dimensional Extensible Beam Equation*, *Opuscula Math.*, 36(2)(2016), 239–252.
- [2] A. Just, Z. Stempień, *Optimal control problem for a viscoelastic beam and its Galerkin approximation*, *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser., B* 23 (2018), no. 1, 263 – 274.

● [Początek sekcji](#)

Zastosowanie bayesowskich modeli hierarchicznych w statystycznej analizie danych chromatograficznych

Agnieszka Kamedulska agnieszka.kamedulska@gumed.edu.pl

Gdański Uniwersytet Medyczny

Współautorzy: Łukasz Kubik, Paweł Wiczling

W opracowywaniu każdej metody analitycznej w chromatografii cieczowej ważnym etapem jest optymalizacja warunków rozdzieleń. Zastosowanie modeli matematycznych do prognozowania czasów retencji analitów może znacznie usprawnić proces poszukiwania warunków prowadzących dożądanego rozdzielania. Celem tej pracy jest przedstawienie schematu postępowania przy budowie i analizie bayesowskiego modelu hierarchicznego przewidywań czasów retencji analitów [[1],[2]]. Prezentowany model opisuje ogólnodostępne dane chromatograficzne 1026 związków mierzonych w warunkach izokratycznych w różnych zawartościach acetonitrylu. Jako platformę do analizy danych wykorzystano program Stan sprzężony z R. Narzędzia te pozwalają na pełne wnioskowanie bayesowskie z próbkowaniem Monte Carlo łańcuchami Markowa.

Bibliografia

- [1] Gelman, A. B., B. Carlin, J., S. Stern, H., B. Rubin, D. (2003). *Bayesian Data Analysis*. In *The Statistician* (Vol. 45).
- [2] Kubik, Ł., Kaliszan, R., Wiczling, P. (2018). *Analysis of Isocratic Chromatographic Retention Data using Bayesian Multilevel Modeling*. *Analytical Chemistry*, 90(22), 13670–13679.

● [Początek sekcji](#)

Klatki wielościenne

Agnieszka Kowalczyk agnes.kowalczyk@student.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński i Małopolskie Centrum Biotechnologii UJ

Nieforemne wielościany, którym do regularności niewiele brakuje (tzw. bryły near-miss Johnson [[1], [3]]), zainspirowały nas do zbadania nowej rodziny struktur – klatek wielościennech. Są to spójne powierzchnie sferyczne powstałe poprzez odpowiednie sklejenie n kopii dowolnego wielokąta foremnego. Operacja klejenia często zniekształca budulcowe wielokąty, co nie zawsze jest widoczne gołym okiem. Niektóre klatki, dzięki nietypowej geometrii, mogą znaleźć zastosowanie m.in. w biotechnologii [[2]], wzornictwie czy sztuce. Zaprezentowane wyniki powstały we współpracy z Bernardem Piettem (Durham University, UK) w ramach grantu NCN (2016/20/W/NZ1 /00095) realizowanego przez Jonathana Heddle'a (MCB UJ).

Bibliografia

- [1] C. S. Kaplan, *Near Misses*, online – data dostępu 27.06.2019, <http://www.cgl.uwaterloo.ca/csk/projects/nearmisses/>.
- [2] A. D. Malay et al., *An ultra-stable gold-coordinated protein cage displaying reversible assembly*, *Nature* 569: 438–442 (2019).
- [3] J. McNeill, *Miscellaneous Polyhedra: Johnson Solid Near Misses*, online – data dostępu 27.06.2019, <http://www.orchidpalms.com/polyhedra/acrohedra/nearmiss/jsmn.htm>.

Analysis of minimal path and cut vectors in multistate monotone systems and use it for detection binary type multistate monotone systems

Paweł Marcin Kozyra pawel_m_kozyra@wp.pl
Uniwersytet Śląski

There will be presented algorithms finding all minimal path and cut vectors for a given multistate monotone system. Theorem on connections between all minimal cut vectors to level j and all minimal path vectors to level j in any multistate monotone system will be given. There will also be demonstrated characterizations of binary type multistate monotone systems and binary type multistate strongly coherent systems by minimal cut and path vectors and sets.

References

- [1] H. Federer, *Geometric measure theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [2] M. Omladič and P. Šemrl, *Matrix spaces with bounded number of eigenvalues*, Linear Algebra Appl. 249: 29–46 (1996).
- [3] Sinnamom RM and Andrews JD. *New approaches to evaluating fault trees*. Reliab Eng Syst Safe 1997; 58: 89–96
- [4] Vatn J. *Finding minimal cut sets in a fault tree*. Reliab Eng Syst Safe 1992; 36: 59–62.
- [5] Rauzy A. *New algorithms for fault trees analysis*. Reliab Eng Syst Safe 1993; 40: 203–211.
- [6] Jung WS, Han SH and Ha J. *A fast BDD algorithm for large coherent fault trees analysis*. Reliab Eng Syst Safe 2004; 83: 369–374.
- [7] Bollig B and Wegener I. *Improving the variable ordering of OBDDs is NP-complete*. IEEE T Comput 1996; 45: 993–1002.
- [8] Rochdi Z, Driss B and Mohamed T. *Industrial systems maintenance modelling using Petri nets*. Reliab Eng Syst Safe 1999; 65: 119–124.
- [9] Liu TS and Chiou SB. *The application of Petri nets to failure analysis*. Reliab Eng Syst Safe 1997; 57: 129–142.
- [10] Ahmad SH. *Simple enumeration of minimal cutsets of acyclic directed graph*. IEEE T Reliab 1988; 37: 484–487.
- [11] Singh B. *Enumeration of node cutsets for an s-t network*. Microelectron Reliab 1994; 34: 559–561.
- [12] Yan L, Taha HA and Landers TL. *A recursive approach for enumerating minimal cutsets in a network*. IEEE T Reliab 1994; 43: 383–388.
- [13] Abel U, Bicker R. *Determination of All Minimal Cut-Sets between a Vertex Pair in an Undirected Graph*. IEEE Transactions on Reliability 1982; R-31(2):167 - 171.
- [14] Fard NS and Lee T-H. *Cutset enumeration of network systems with link and node failures*. Reliab Eng Syst Safe 1999; 65: 141–146.

- [15] Yeh WC. *Search for all MCs in networks with unreliable nodes and arcs*. Reliab Eng Syst Safe 2003; 79: 95-101.
- [16] Emadi A and Afrakhte H. *A novel and fast algorithm for locating minimal cuts up to second order of undirected graphs with multiple sources and sinks*. Int J Elec Power 2014; 62: 95-102.
- [17] Rebaiaia ML and Ait-Kadi D. *New technique for generating minimal cut sets in nontrivial network*. AASRI Procedia 2013; 5: 67-76.
- [18] Shen Y. *A new simple algorithm for enumerating all minimal paths and cuts of a graph*. Microelectron Reliab 1995; 35: 973-976.
- [19] Ramirez-Marquez JE, Coit DW, Tortorella M. *A generalized multistate-based path vector approach to multistate two-terminal reliability*. IIE Transactions 2006; Volume 38,2006 - Issue 6
- [20] Yeh WC. *A Fast Algorithm for Searching All Multi-State Minimal Cuts*. IEEE Transactions on Reliability 2009; 57(4):581 - 588.
- [21] Bai G, Tian Z, Zuo MJ. *Search for all d-MPs for all d levels in Multistate Two-Terminal Networks* Reliability Engineering & System Safety 2015, 142.
- [22] Niu YF, Sun H, Gao Z. *An improved algorithm for solving all d-MPs in multi-state networks*. Journal of Systems Science and Systems Engineering 2017; 26(6).
- [23] Hao Z, Hu CF, Yeh WC. *A Novel Multistate Minimal Cut Vectors Problem and Its Algorithm*. IEEE Transactions on Reliability 2018; PP(99):1-11.
- [24] Natvig B. *Multistate Systems Reliability Theory with Applications*. John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- [25] Kvassay M, Levashenko V, Zaitseva E. *Analysis of minimal cut and path sets based on direct partial Boolean derivatives*. Proc IMechE Part O: J Risk and Reliability, 2015.
- [26] Mihova M, Popeska Z. *Estimation of Minimal Path Vectors of Multi-state Systems from Failure Data*. Advances in Intelligent and Soft Computing, 2011.
- [27] Mihova M, Popeska Z. *Minimal path and cut vectors of binary type multi-state monotone systems*. Math. Maced., 2006, Vol. 4, 75-80.

● [Początek sekcji](#)

Pochodne i różnice niecałkowitego rzędu i ich funkcje własne

Dorota Mozyrska d.mozyrska@pb.edu.pl

Politechnika Białostocka

Współautorka:

Małgorzata Wyrwas m.wyrwas@pb.edu.pl

Politechnika Białostocka

Przedstawione zostaną podstawowe definicje pochodnych i różnic niecałkowitych rzędów. Dokonane zostanie porównanie rozwiązań podstawowych równań różniczkowych oraz równań różnicowych z operatorami niecałkowitego rzędu.

Omówione zostanie uogólnienie funkcji wykładniczej w postaci funkcji Mittag-Lefflera wraz z jej właściwościami. Zaprezentowane zostaną przykłady i wykresy jak również wspomniane wybrane zastosowania techniczne.

Badania zostały częściowo zrealizowane w ramach pracy nr S/WI/1/2016 i sfinansowane ze środków na naukę MNiSW.

● [Początek sekcji](#)

Oscillations in bats population size: mathematical model

Anna Poskrobko a.poskrobko@pb.edu.pl

Politechnika Białostocka

Co-author:

Antoni Leon Dawidowicz Antoni.Leon.Dawidowicz@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

We present the construction of mathematical model describing the growth of bats' population. The model is based on the system of ordinary differential equations. We consider some natural bats' abilities and a location of natural roosts in the area, what determine searching and populating tree cavities. Bats' roost searching strategy determines the development of subpopulations and fission-fusion societies. We also consider some limiting factors which can influence on the oscillations in bats population size. We present some properties of the model. Presented results are illustrated by a computer simulations.

Acknowledgements: This work is supported by Białystok University of Technology (Grant No. S/WI/1/2016) and founded by the resources for research by Ministry of Science and Higher Education.

● [Początek sekcji](#)

Sługa dwóch panów: interesy narodowe w Parlamencie Europejskim

Wojciech Słomczyński wojciech.slomczynski@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Współautor:

Dariusz Stolicki dariusz.stolicki@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Postowie do Parlamentu Europejskiego zazwyczaj głosują zgodnie ze swoimi ponadnarodowymi grupami politycznymi, ale w rzadkich (aczkolwiek istotnych) przypadkach postępują inaczej i wtedy często kierują się w głosowaniu interesami narodowymi. Wprowadzamy *wskaźnik przesunięcia narodowego*, który pozwala identyfikować te interesy i mierzyć ich wpływ na zachowanie postów tylko w oparciu o imienne wyniki głosowań. Postępując się nim, pokazujemy, które delegacje narodowe w PE najczęściej kierują się interesami narodowymi oraz w

jakich głosowaniach interesy te ujawniają się w największym stopniu.

Bibliografia

- [1] W. Słomczyński, D. Stolicki, *National Interests in the European Parliament: Roll Call Vote Analysis*, Transactions on Computational Collective Intelligence XXIII: 51–67 (2016).

● [Początek sekcji](#)

Podział mandatów w systemie Jeffersona-D’Hondta

Dariusz Stolicki dariusz.stolicki@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Współautorzy:

Wojciech Słomczyński wojciech.slomczynski@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Jarosław Flis jaroslaw.flis@uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Przedstawiamy analityczny wzór pozwalający przybliżyć podział mandatów w systemach wyborczych stosujących metodę Jeffersona-D’Hondta (np. do polskiego Sejmu) jedynie w oparciu o ogólnokrajowe wyniki wyborów (bez restrykcyjnych założeń o rozkładzie poparcia między okręgi wyborcze). Pokazujemy, przy jakich założeniach można pokazać dokładną i przybliżoną poprawność wzoru. Przedstawiamy również wyniki empirycznych testów poprawności wzoru dla rzeczywistych wyników wyborów z dziewięciu krajów europejskich.

Bibliografia

- [1] J. Flis, W. Słomczyński, D. Stolicki, *Pot and Ladle: Modeling the Effects of the Jefferson-D’Hondt Method*, Public Choice, doi: 10.1007/s11127-019-00680-w (2019).
- [2] J. Flis, W. Słomczyński, D. Stolicki, *Seat Allocation and Seat Bias under the Jefferson-D’Hondt System*, arXiv: 1805.08291 [physics.soc-ph] (2019).

● [Początek sekcji](#)

Gerrymandering: manipulacje granicami okręgów wyborczych i ich wykrywanie

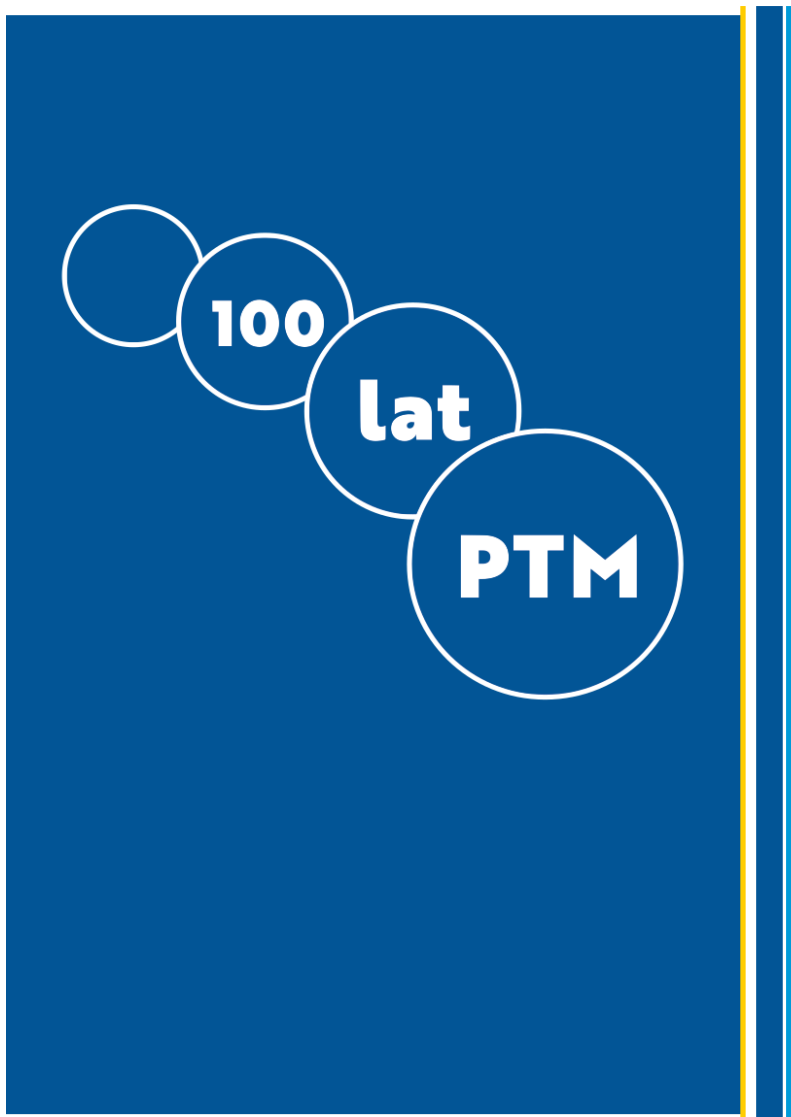
Stanisław Szufa s.szufa@gmail.com

Uniwersytet Jagielloński

Gerrymanderingiem nazywa się manipulację okręgami wyborczymi w celu uzyskania korzyści politycznej. Pokazujemy podstawowe techniki takiej manipulacji oraz wyniki symulacji pokazujących, jak znaczne skrzywienie wyniku wybo-

rów można uzyskać. Przedstawiamy również przegląd oryginalnych metod wykrywania gerrymanderingu.

- [Początek sekcji](#)



pogromcy Enigmy



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**
Kraków 3 -7 września 2019

● [Powrót do spisu treści](#)

Tam, z powrotem i ponownie tam

Marek Grajek mjg@interia.eu

W trakcie swego ataku na szyfry Enigmy kryptolodzy polskiego Biura Szyfrów sformułowali kilka pionierskich idei, które z czasem zrewolucjonizowały kryptologię, i nie tylko kryptologię. Jednak ich droga do powszechnej akceptacji i zastosowania była długa i wyboista. Kiedy w pierwszych miesiącach II wojny światowej inicjatywę przejęli brytyjscy kryptolodzy, odnieśli spektakularny sukces w wymiarze praktycznym, jednak za cenę pewnego regresu w warstwie teorii. A po wojnie przyszło czekać kilkadziesiąt lat na powrót badań kryptologicznych do idei Rejewskiego i jego kolegów.

● [Początek sekcji](#)

X, Y and Z. The real story of how Enigma was broken

Dermot Turing dermotturing@btinternet.com

Kellogg College Oxford

Sir Dermot Turing will talk about his book "X, Y and Z" which explains how the internal structure of the German Enigma cipher machine was solved by Polish mathematicians in the early 1930s. But that was only part of the problem: to read the enciphered messages it was necessary to discover the way the Germans had set up their machines. Dermot will also discuss the machine techniques invented in Poland for this challenge, and how a similar idea was adopted by Alan Turing at Bletchley Park. Finally he will talk about what happened to the Polish code-breakers during and after World War 2.

● [Początek sekcji](#)

Sponsorzy Zjazdu

Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich w Stulecie PTM został dofinansowany przez następujące instytucje i firmy:



Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego

Główny Sponsor
Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego



Główny Sponsor
MNiSW Program Dialog

BROWN =
BROTHERS
HARRIMAN

Złoty sponsor
Brown Brothers Harriman



Srebrny sponsor
Polska Akademia Nauk



Srebrny sponsor
Sokołów



Kraków

Miasto Kraków



BNP PARIBAS

BNP Paribas
Bank Polska S.A.



Jane Street

Jane Street

Każdemu Sponsorowi składamy serdeczne podziękowania za jego wsparcie.

Organizatorzy Zjazdu:



Sponsorzy Zjazdu:



Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego



BROWN =
BROTHERS
HARRIMAN



Kraków



BNP PARIBAS



Jane Street