100 lat PTM

wykłady zaproszonych gości

rok zał. 1919

Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich

w stulecie

Polskiego Towarzystwa Matematycznego

Kraków 3 -7 września 2019

Spis treści

36 Paweł Strzelecki

Od Gaussa do rozwiązania rzeczywistej hipotezy Fatou, czyli o miejscu jakie możemy mieć w świecie

37 Stanisław Szarek

Kiedy Alicja i Bob spotkali Banacha

38 Piotr Śniady

Teoria reprezentacji grup permutacji. Nowa nadzieja

40 Grzegorz Świątek

Rozbieżne pojęcia typowości w układach dynamicznych

42 Nicole Tomczak-Jaegermann

Struktura liniowa i geometria podprzestrzeni i przestrzeni ilorazowych dla przestrzeni unormowanych dużego wymiaru

43 Jarosław Włodarczyk

Rozwiązywanie osobliwości rozmaitości algebraicznych i ich przekształceń

45 Jerzy Zabczyk

Sterowalność ze znikającą energią

Typy homotopii w geometrii algebraicznej

Piotr Achinger
pachinger@impan.pl
Instytut Matematyczny PAN

Metody topologii algebraicznej są bardzo pomocne w badaniu rozmaitości algebraicznych, ponieważ odpowiednie niezmienniki (grupy kohomologii, grupa podstawowa) mają dużo więcej struktury niż w topologii (struktury Hodge'a, działanie grupy Galois). Jedne z najgłębszych hipotez w geometrii algebraicznej (hipotezy Hodge'a – jeden z problemów milenijnych, Tate'a i Grothendiecka) postulują, że z tych niezmienników można odczytać istotne geometryczne i arytmetyczne informacje.

Na wykładzie zaprezentuję kilka konstrukcji typów homotopii w geometrii algebraicznej nad dowolnymi ciałami [2, 3] oraz związki pomiędzy nimi, oraz omówię kilka zjawisk, które odróżniają je od typów homotopii przestrzeni topologicznych [1, 4].

Bibliografia

[1] P. Achinger, *Wild ramification and $K(\pi, 1)$ spaces*, Invent. Math. 210 (2017), no. 2, 453 – 499

[2] P. Achinger and M. Talpo *Betti realization of varieties defined by formal Laurent series*, w przygotowaniu.

[3] M. Artin and B. Mazur, *Étale homotopy*, Lecture Notes in Mathematics, No. 100, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1969.

[4] M. Raynaud, *Revêtements de la droite affine en ca-*

ractéristique $p > 0$ et conjecture d' Abhyankar, Invent. Math. 116 (1994), no. 1-3, 425 – 462.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Sterowanie optymalne oraz inkluzje różniczkowe

Hélène Frankowska
helene.frankowska@imj-prg.fr
Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, Francja

Celem wykładu jest dyskusja na temat znanych i mniej znanych powiązań między układami sterowania, a inkluzjami różniczkowymi. Dla ilustracji, niektóre pytania dotyczące problemów sterowania optymalnego zostaną przedstawione z perspektywy analizy wielowartościowej.

Bibliografia

[1] Aubin J.-P. & Frankowska H., *Set-Valued Analysis*, Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin (Modern Birkhäuser Classics, reprint 2008).

[2] Frankowska H. and Osmolovskii N. P., *Second-order necessary conditions for a strong local minimum in optimal control with general control constraints*, Appl. Math. Optim. **80**: 135–164 (2019).

[3] Ważewski T., *Sur une condition équivalente à l'équation au contingent*, Bull. Acad. Pol. Sc., **9**: 865–867 (1961).

[4] Zaremba S., *Sur les équations au paratingent*, Bull. Sc. Math., **60**: 139–160 (1936).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Druga zasada termodynamiki dla procesów stochastycznych a transport optymalny, czyli ile kosztuje puszczenie w niepamięć

Krzysztof Gawędzki
kgawedzk@ens-lyon.fr
Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon, Francja

Relacje miedzy informacją i termodynamiką mają długą historię sięgającą ekperymentu myślowego Maxwella z demonem walczącym z drugą zasadą termodynamiki (1867). W 1961 r. Landauer sformułował prawo stwiedzające, że wymazanie jednego bitu informacji w temperaturze pokojowej rozprasza co najmniej 2.8×10^{-21} dżuli energii cieplnej. Przedstawię analizę prostego modelu stochastycznego wymazywania informacji, dla którego można otrzymać dolną granicę dla dodatkowego ciepła rozproszonego, jeśli proces wymazywania pamięci przebiega w określonym przedziale czasowym. Oszacowanie bazuje na teorii optymalnego transportu masy Monge'a-Kantorowicza. Pozwala też opisać protokół z minimalnym rozpraszaniem energii oparty na rozwiązaniu równania różniczkowego Burgersa. Przykład prostego problemu łączącego teorię informacji, fizykę statystyczną i matematykę.

Bibliografia

[1] R. Landauer, *Irreversibility and heat generation in the computing process*, IBM Journal of Res. and Dev. **5:3**: 183–191 (1961).

[2] C. Villani, *Topics in Optimal Transportation*, Graduate Studies in Mathematics Vol. 38, American Mathemati-

cal Society, Providence R.I. 2003

[3] E. Aurell, K. Gawędzki, C. Mejía-Monasterio, R. Mohayaee and P. Muratore-Ginanneschi, *Refined second law of thermodynamics for fast random processes*, J. Stat. Phys. **147**: 487-505 (2012)

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Granice grafów rzadkich i ich zastosowania

Łukasz Grabowski

Lancaster University, Wielka Brytania

Limits of Sobolev Homeomorphisms and Energy-minimal Deformations

Tadeusz Iwaniec

tiwaniec@syr.edu

Syracuse University, Stany Zjednoczone

Limits of Sobolev Homeomorphisms and Energy-minimal Deformations

Sobolev homeomorphisms and their limits are widely studied in Geometric Function Theory (GFT) and mathematical models of Nonlinear Elasticity (NE). It is at the heart of the present lecture to convince you that the weak limits of Sobolev homeomorphisms are legitimate deformations of hyperelastic materials. As we seek greater knowledge about the energy-minimal deformations in NE, the questions of existence and injectivity (motivated by the principle of non-interpenetration of matter) become ever more quintessential. Nonlinear PDEs and topology of monotone mappings come into play. Theoretical prediction of failure of bodies, caused by cracks, should appeal to both: **Mathematical Analysts and Researchers in the Engineering Fields** In case of the materials with Dirichlet stored-energy, to illustrate, cracks propagate along vertical trajectories of the associated Hopf quadratic differential. I will summarize, in the briefest possible terms, our recent advances with Jani Onninen. It goes back to the concept of Direct Method in the Calculus of Variations introduced by David Hilbert and Stanisław Zaremba the first President of the Polish Mathematical Society whose 100-anniversary we celebrate today.

Bibliografia

[1] T. Iwaniec, L. Kovalev, J. Onninen, *The Nitsche Conjecture*, J. Amer. Math. Soc., 24, no.2 (2011)

[2] T. Iwaniec, L. Kovalev, J. Onninen, *Diffeomorphic Approximation of Sobolev Homeomorphisms*, , Arch. Rat. Mech. Anal. 201, no.3 (2011)

[3] T. Iwaniec, N-T. Koh, L. Kovalev, J. Onninen, *Existence of Energy-minimal Diffeomorphisms Between Doubly Connected Domains*, Invent. Math. 186, no. 3 (2011)

[4] T. Iwaniec, J. Onninen, *Monotone Sobolev Mappings of Planar Domains and Surfaces*, Arch. Rat. Mech. Anal., no.1 (2016)

[5] T. Iwaniec, J. Onninen, *Limits of Sobolev Homeomorphisms*, J. Eur. Math. Soc. 19, no. 2 (2017)

[6] T. Iwaniec, J. Onninen, *Radó-Kneser-Choquet Theorem for Simply Connected Domains*, Transactions of Amer. Math. Soc. 371, no. 4 (2019)

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Topologia toryczna i geometryczna teoria grup

Tadeusz Januszkiewicz
T.Januszkiewicz@impan.pl
Instytut Matematyczny PAN

Topologia toryczna to dziedzina usytuowana na pograniczu topologii działań grup, algebraicznej, symplektycznej i różniczkowej geometrii, teorii reprezentacji i kombinatoryki. Jej obiekty (rozmaitości z działaniem torusa, często wyposażone w dodatkowe struktury: algebraiczną, symplektyczną, metryczną) mają często jawny opis kombinatoryczny, który pozwala na ich głębsze przebadanie.

Istnieje mocna analogia między tą teorią i ważną klasą objektów geometrycznej teorii grup, gdzie przestrzenie i ich (dyskretne) grupy symetrii badane są przy użyciu (zazwyczaj radykalnie) geometrycznych metod. Główne przykłady pochodzą z teorii grup odbić i budynków.

W wykladzie przedstawię ogólny zarys przyczyn oraz szczególnie interesujące przykłady tej analogii.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Analiza zespolona na usługach arytmetyki, czyli o analitycznej teorii liczb

Jerzy Kaczorowski
kjerzy@amu.edu.pl
Uniwersytet Adama Mickiewicza

Głównym celem wykładu jest pokazanie w jaki sposób środki analizy zespolonej mogą być użyte w zagadnieniach teorii liczb, a także – przynajmniej częściowe – wytłumaczenie dlaczego jest to możliwe. Mowa będzie o funkcjach typu L, w szczególności o funkcji dzeta, słynnej Hipotezie Riemanna, rozmieszczeniu liczb pierwszych oraz innych zagadnieniach pokrewnych. Wykład adresowany będzie do szerokiej publiczności, a do jego zrozumienia nie zakłada się posiadania żadnej głębszej wiedzy specjalistycznej.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Równanie Monge'a-Ampere'a w geometrii zespolonej

Sławomir Kołodziej

Slawomir.Kolodziej@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Wykład przedstawia wyniki dotyczące rozwiązań zespolonego równania Monge'a-Ampère'a, metody ich uzyskania oraz geometryczne zastosowania w problemach związanych z istnieniem kanonicznych metryk na zwartych rozmaitościach Kählera, a także z opisem granic potoku Kählera-Ricciego. W dalszym ciągu podobna dyskusja zostanie przeprowadzona dla ogólniejszej rodziny równań typu hesjanowego.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Aproksymacja algebraiczna odwzorowań

Wojciech Kucharz
Wojciech.Kucharz@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Zgodnie z klasycznym twierdzeniem aproksymacyjnym Stone'a–Weierstrassa, każde odwzorowanie ciągłe pomiędzy rzeczywistymi przestrzeniami afinicznymi można aproksymować jednostajnie na zbiorach zwartych odwzorowaniami wielomianowymi. Jednak algebraiczna aproksymacja odwzorowań ciągłych pomiędzy rzeczywistymi zbiorami algebraicznymi stanowi trudny problem, nawet gdy rozważane zbiory są sferami jednostkowymi. Wyniki zależą od interpretacji pojęcia algebraicznej aproksymacji. Przedstawię wyniki dotyczące aproksymacji odwzorowaniami wielomianowymi, regularnymi, regularnymi na płatach stratyfikacji, lub kawałkami regularnymi.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Hipotezy Seiferta

Krystyna Kuperberg
kuperkm@auburn.edu
Auburn University, Stany Zjednoczone

Znane od dawna twierdzenie o zaczesaniu kuli mówi, że żadna sfera o wymiarze parzystym nie dopuszcza stycznego do niej ciągłego pola wektorowego bez wektorów zerowych. Sfery o nieparzystym wymiarze, dzięki ich zerowej charakterystyce Eulera, dopuszczają takie pola wektorowe. W roku 1950 H. Seifert udowodnił, że małe zaburzenie pola wektorowego bez wektorów zerowych, równoległego do rozwłóknienia Hopfa, musi posiadać zamkniętą trajektorię. Hipoteza o istnieniu zamkniętej trajektorii dla wszystkich takich pól wektorowych na sferze trójwymiarowej przyjęła nazwę Hipotezy Seiferta. W roku 1966 F. W. Wilson obalił analogiczną hipotezę dla sfer o nieparzystym wymiarze od piątego wzwyż.

Przypadek wymiaru trzeciego przez dłuższy czas był nierozstrzygnięty. W roku 1974 P. A. Schweitzer znalazł piękny kontrprzykład do Hipotezy Seiferta klasy C^1. W roku 1993 H. Hofer udowodnił hipotezę w przypadku rozmaitości kontaktowych. Wkrótce potem skonstruowany został (przez prelengentkę) kontrprzykład nieskończenie różniczkowalny. W rezultacie, dzięki pracy G. Kuperberga ukazały się kontrprzykłady w dwóch bardzo ważnych kategoriach: analitycznych oraz kawałkami liniowych. W roku 1996 G. Kuperberg podał również kontrprzykład w wymiarze trzecim zachowujący objętość. W roku 2003 V. Ginzburg i B. Gürel skonstruowali potok Hamiltona bez zamkniętych orbit.

W wykładzie zostanie przedstawiona historia rozwiązań Hipotezy Seiferta oraz Zmodyfikowanej Hipotezy Seiferta. Dzięki pracom E. Ghysa, Sh. Matsumoto, S. Hurdera, A. Rechtman i innych, pewne ważne właściwości algebraiczne i ergodyczne można opisać dla dużej klasy kontrprzykładów.

Bibliografia

[1] V. L. Ginzburg and B. Z. Gürel, *C^2-smooth counterexample to the Hamiltonian Seifert conjecture in $\mathbb{R}^4$*, Ann. of Math. 158 (2003), 953–976.

[2] H. Hofer, *Pseudoholomorphic curves in symplectizations with applications to the Weinstein conjecture in dimension three*, Invent. Math. 114 (1993), 515–563.

[3] S. Hurder and A. Rechtman, *The dynamics of generic Kuperberg flows*, Astérisque 377 (2016), 1–250.

[4] G. Kuperberg, *A volume-preserving counterexample to the Seifert conjecture*, Comment. Math. Helvetici 71 (1996), 70–97.

[5] K. Kuperberg, *A smooth counterexample to the Seifert conjecture*, Ann. of Math., 140 (1994), 723–732.

[6] K. Kuperberg and G. Kuperberg, *Generalized counterexamples to the Seifert conjecture*, Ann. Math.144 (1996), 239–268.

[7] P. A. Schweitzer, *Counterexamples to the Seifert conjecture and opening closed leaves of foliations*, Ann. Math. 100 (1974), 386–400.

[8] H. Seifert, *Closed integral curves in 3-space and two-dimensional deformations*, Proc. Amer. Math. Soc. 1 (1950), 287–302.

[9] F. W. Wilson, *On the minimal sets of non-singular vector fields*, Ann. Math. 84 (1966), 529–536.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

O nierównościach dla trajektorii gradientu

Krzysztof Kurdyka
Krzysztof.Kurdyka@univ-savoie.fr
Université de Savoie, Francja

Gdy f jest funkcją analityczną przełomowe odkrycie S. Łojasiewicza [1] nierówności $\nabla f \geqslant c|f|^\rho$, z wykładnikiem $\rho < 1$, pozwala udowodnić, że długość trajektorii ∇f między dwoma poziomicami f jest skończona. Wynika stąd istnienie granicy dowolnej trajektorii ∇f. W [2] podałem jej uogólnienie dla szerokiej klasy funkcji definiowalnych w strukturach o-minimalnych. Pod nazwą nierówności (warunku) K-L jest stosowana do wykazywania zbieżności algorytmów w teorii optymizacji. Ogólniejsza metoda oszacowania długości trajektorii ∇f przez długość talwegu (linii dna doliny) ma potencjalnie jeszcze szersze pole zastosowań, np. [3]. W [4] wykazaliśmy istnienie granicy siecznych w punkcie krytycznym trajektorii gradientu funkcji analitycznej f. Bardziej subtelny opis trajektorii w pobliżu punktów krytycznych f pozostaje dalej otwarty.

Bibliografia

[1] S. Łojasiewicz, *Une propriété topologique des sous-ensembles analytiques réels*, Coll. Internat. du CNRS **117**: 87–89 (1962).

[2] K. Kurdyka, *On gradients of functions definables in o-minimal structures*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **48**: 769–783 (1998).

[3] K. Kurdyka and S. Spodzieja, *Convexifying polynomials*

and SOS approximation, SIAM J. of Opt. **25**: 2512–2536 (2015).

[4] K. Kurdyka, T. Mostowski, A. Parusiński, *Proof of the Gradient Conjecture of R. Thom*, Annals of Math. **152**: 763–792 (2000).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Logarytmicznie wklęsłe wektory losowe

Rafał Latała
rlatala@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Rozkłady jednostajne na ciałach wypukłych pojawiają się w wielu zagadnieniach geometrii wypukłej, rachunku prawdopodobieństwa i analizy. Z uwagi na to, że klasa takich rozkładów nie jest zamknięta ani na sploty ani na rzuty, wygodniej jest badać ogólniejszą klasę logarytmicznie wklęsłych miar probabilistycznych (tzn. miar z logarytmicznie wklęsłymi gęstościami). Wektory losowe o rozkładach z tej klasy nazywa się logarytmicznie wklęsłymi. Badanie miar i wektorów logarytmicznie wklęsłych przyciągnęło w ostatnich latach uwagę wielu badaczy [1,2].

Szereg wyników pokazuje, że logarytmicznie wklęsłe miary o diagonalnej macierzy kowariancji zachowują się podobnie do miar produktowych. Dwa ważne przykłady takiego zachowania to centralne twierdzenie graniczne Klartaga [4] i udowodniona przez Paourisa koncentracja normy euklidesowej [6]. Jednak wiele ważnych pytań dotyczących logarytmicznie wklęsłych wektorów losowych pozostaje otwartych. Do jednych z ważniejszych należy hipoteza Kannana, Lovásza i Simonovitsa [3] o wykładniczej koncentracji izotropowych wektorów logarytmicznie wklęsłych.

W czasie wykładu przedyskutujemy związki między różnymi problemami dotyczącymi miar i wektorów logarytmicznie wklęsłych oraz omówimy pewne metody, które są wykorzystywane przy ich badaniu.

Bibliografia

[1] S. Artstein-Avidan, Shiri, A. Giannopoulos and V. D. Milman, *Asymptotic Geometric Analysis. Part I*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2015.

[2] S. Brazitikos, A. Giannopoulos, P. Valettas and B. H. Vritsiou, *Geometry of isotropic convex bodies*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2014

[3] R. Kannan, L. Lovász and M. Simonovits, *Isoperimetric problems for convex bodies and a localization lemma*, Discrete Comput. Geom. **13**: 541–559 (2005).

[4] B. Klartag, A central limit theorem for convex sets, *Invent. Math.* **168**: 91–131 (2007).

[5] R. Latała, *On some problems concerning log-concave random vectors*, in: Convexity and Concentration, 525–539, Springer, New York, 2017

[6] G. Paouris, *Concentration of mass on convex bodies*, Geom. Funct. Anal. **16**: 1021–1049 (2006).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Losowość i pseudolosowość

Tomasz Łuczak
tomasz@amu.edu.pl
Uniwersytet Adama Mickiewicza

Pierwsze zastosowania narzędzi probabilistycznych do rozwiązywania zagadnień matematycznych i informatycznych pojawiły się w pierwszej połowie dwudziestego wieku, a w 1947 Paul Erdős opublikował w Biuletynie Amerykańskiego Towarzystwa Matematycznego trzystronicową notkę, która stała się kamieniem węgielnym teorii struktur losowych. W czasie wykładu zaprezentujemy niektóre z wyników i idei, które w ciągu ostatnich 70 lat wpłynęły na obecny kształt tej dziedziny, a także postaramy się odgadnąć przyszłe kierunki jej rozwoju.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Rola mechanistycznych modeli matematycznych w medycynie na przykładzie modelowania białaczek

Anna Marciniak-Czochra
Anna.Marciniak@iwr.uni-heidelberg.de
Heidelberg University

Prezentacja poświęcona jest modelowaniu matematycznemu ostrych białaczek, które są nowotworowymi chorobami układu krwiotwórczego. Pochodzą one z niewielkiej populacji białaczkowych komórek macierzystych (LSC), które konkurują z hematopoetycznymi komórkami macierzystymi (HSC), niezbędnymi do tworzenia komórek krwi. Eksperymenty sugerują, że różnice w interakcjach między komórkami zdrowymi a złośliwymi przyczyniają się do obserwowanej heterogeniczności pacjentów. Te interakcje obejmują odpowiedź komórek białaczkowych na sprzężenia zwrotne dalekiego zasięgu, np. na hematopoetyczne czynniki wzrostu oraz współzawodnictwo komórek macierzystych o dostęp do nisz wspierających komórki macierzyste. W naszych badaniach używamy modeli matematycznych w postaci równań różniczkowych i różniczkowo-całkowych, ich analizy i symulacji komputerowej połączonej z analizą danych pacjentów, aby uzyskać wgląd w istotne klinicznie pytania dotyczące różnic między pacjentami i heterogeniczności komórek nowotworowych oraz ich wpływu na prognozę.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Teoria modeli i dynamika topologiczna

Ludomir Newelski
Ludomir.Newelski@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

Metody topologiczne są obecne w teorii modeli niemal od początku. W przełomowym twierdzeniu Morleya (1964) kluczowym pomysłem było mierzenie wielkości zbiorów definiowalnych w modelu przy pomocy rangi Morleya, która jest wariantem rangi Cantora-Bendixsona w przestrzeni typów. Shelah badał następnie warianty rangi Morleya metodami kombinatorycznymi, co doprowadziło go do odkrycia forkingu i rozwoju geometrycznej teorii modeli (Zilber, Hrushovski, Pillay).

W latach 2000 zaproponowałem stosowanie dokładniejszych narzędzi do badania wielkości zbiorów definiowalnych i typów (zwłaszcza w grupach definiowalnych w modelu), mających swe źródła w dynamice topologicznej.

Dynamika topologiczna bada ciągłe działania grupy G na przestrzeni zwartej X, zwanej G-potokiem. Rozważa się tu potoki minimalne, punkty prawie okresowe, półgrupy i grupy Ellisa dla G-potoku X. W teorii modeli rozważa się dwie sytuacje tego typu.

1. G jest grupą definiowalną w modelu M działającą na przestrzeni G-typów $S_G(M)$ przez lewe przesunięcia.

2. G jest grupą automorfizmow modelu monstrum $\mathcal{M}$ działająca na przestrzeni typów globalnych $S(\mathcal{M})$.

W obu przypadkach metody dynamiki topologicznej prowadzą do nowych wyników na temat kombinatoryki zbiorów definiowalnych [1, 2, 3, 4]. Interakcja między teorią modeli a dynamiką topologiczną prowadzi też do wyników ciekawych w dynamice topologicznej. Np. grupa Ellisa dla potoku βG okazuje się być algebraicznie związana z G.

W odczycie przypomnę źródła teorii modeli (ze szczególnym uwzględnieniem jej polskich korzeni) oraz wyjaśnię, jak stosujemy w niej pojęcia dynamiki topologicznej.

Bibliografia

[1] K. Krupiński, A. Pillay, T. Rzepecki, *Topological dynamics and the complexity of strong types*, Israel J. Math. **228**: 863–932 (2018).

[2] K. Krupiński, L. Newelski, P. Simon, *Boundedness and absoluteness of some dynamical invariants in model theory*, J. Mathematical Logic, przyjęte.

[3] L. Newelski, *Topological dynamics of definable group actions*, J. Symbolic Logic **74**: 50–72 (2009).

[4] L. Newelski, *Topological dynamics of stable groups*, J. Symbolic Logic **79**: 1199–1223 (2014).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

p-adyczna teoria Hodge'a

Wiesława Nizioł
wieslawa.niziol@ens-lyon.fr
École Normale Supérieure de Lyon, Francja

p-adiczna teoria Hodge'a jest analogiem klasycznej teorii Hodge'a dla p-adycznych rozmaitości algebraicznych. W ostatnich trzech dekadach zastosowano ją do rozwiązania wielu otwartych problemów w teorii liczb: wielkie twierdzenie Fermata, hipoteza Sato-Tate'a, itd.

Zaprezentuję krótkie wprowadzenie do tematu.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Analiza na grupach: operatory Laplace'a, reprezentacje i sztywność

Piotr Nowak
pnowak@impan.pl
Instytut Matematyczny PAN

Grupa posiada własność (T) gdy jej dowolne działanie przez afiniczne izometrie na przestrzeni Hilberta posiada punkt stały. Własność (T) została wprowadzona przez Kazhdana w 1966 r. w terminach struktury topologicznej przestrzeni reprezentacji unitarnych grupy, aby pokazać, że kraty w półprostych grupach Liego wyższej rangi są skończenie generowane. Od tego czasu własność (T) zyskała szereg nowych zastosowań w formie różnych form sztywności dla algebr operatorów czy działań grup oraz bardzo istotne miejsce w teorii grup.

Celem wykładu będzie omówienie własności (T), jej wybranych zastosowań oraz przykładów. W szczególności, przedstawiona zostanie nowa metoda pokazywania własności (T) przy użyciu metod optymalizacji wypukłej w pierścieniu grupowym oraz wykorzystujący ją niedawny dowód własności (T) dla grup automorfizmów grup wolnych.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Hamiltonian Markov Chains: sampling, dynamics and stability

Tomasz Nowicki

tnowicki@us.ibm.com

IBM, Stany Zjednoczone

HMC is an approach to a problem of finding a normalizing constant when a distribution is known only up to a proportionality factor. The normalization becoms crucial when a sampling is needed. For example when a set is given by some constraints a characteristic function represents a uniform distribution on this set up to a constant which is the volume of the set, usually difficult to compute. Several algorithms were developed and HMC is doing very well among them. We provide an explanation of the phenomenon in terms of pure functional-analytical methods.

Co-authors:

Soumyadib Ghosh

ghoshs@us.ibm.com

IBM TJ Watson Research Center

Yingdong Lu

yingdong@us.ibm.com

IBM TJ Watson Research Center

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Iteracje przekształceń, fraktale, metody formalizmu termodynamicznego

Feliks Przytycki
feliksp@impan.gov.pl
Instytut Matematyczny PAN

Wykład będzie dotyczył iteracji funkcji wymiernych na sferze Riemanna. Opowiem o fraktalności zbiorów Julii dla tych funkcji, w tym o wymiarze Hausdorffa, miarach niezmienniczych (stanach Gibbsa), o porównaniu ich z miarami Hausdorffa, o mierze harmonicznej na brzegu basenu przyciągania. Użyta do tego będzie tzw. funkcja geometrycznego ciśnienia w zależnosci od temperatury. Wspomnę o analogicznej teorii dla iteracji przekształceń odcinka i przykładach niekonforemnych.

Wykład opiera się na teorii stworzonej przez autora, a także A. Zdunik, M. Urbańskiego, J. Rivery-Leteliera, J. Graczyka, S. Smirnova, S. Rohde i innych, począwszy od lat 80-tych XX wieku, patrz: F. Przytycki, Proc. ICM Rio de Janeiro 2018 oraz Wiad. Mat. 54.1 (2018), 23-53, a także F. Przytycki, M. Urbański, *Conformal Fractals: Ergodic Theory Methods*, Cambridge, 2010.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Pewne kierunki nowoczesnej analitycznej teorii liczb

Maksym Radziwill
maksym.radziwill@gmail.com
Caltech, Stany Zjednoczone

Celem wykładu będzie omówienie trzech nowoczesnych branż analitycznej teorii liczb i przełomów, które w nich zostały dokonane w ostatnich latach: problem „subconvexity" w analitycznej teorii L-funkcji, nowe techniki analizy harmonicznej w adytywnej teorii liczb, i postęp w multiplikatywnej teorii liczb.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Matrix rings and the Yang-Baxter equation

Agata Smoktunowicz
A.Smoktunowicz@ed.ac.uk
University of Edinburgh, Wielka Brytania

The Yang-Baxter equation is an important equation in mathematics and physics. It is relevant to statistical mechanics, quantum information science and numerous other research areas. Following Drinfeld's suggestion, the study of set-theoretic solutions to the Yang-Baxter equation (YBE) have been developed and several interesting connections have been found. In pure mathematics, some of these connections are with braid and Garside groups, regular subgroups and Hopf-Galois extensions, affine manifolds, Knot theory, Hopf algebras, quantum groups, orderability and factorizable groups. In mathematical physics the connections include Yang-Baxter maps, discrete integrable systems, cellular automata, crystals and tropical geometry. Due to this abundance of relationships set-theoretic solutions to the quantum Yang-Baxter equation have been intensively studied.

In 2007, Rump presented some surprising connections between nilpotent rings and set-theoretic solutions of the Yang-Baxter equation. In particular, he showed that every nilpotent ring yields a solution to the Yang-Baxter equation, and every non-degenerate, involutive set-theoretic solution of the Yang-Baxter equation can be obtained from a nilpotent ring, or more generally from a brace (a structure which generalises nilpotent rings). In this talk we look at how to use Rump's method to construct solutions of YBE from sets of nilpotent matrices, and which open problems on nilpotent matrices appear in this context. The set-theoretic reflection equation with the first examples of solutions first appeared in the work of Caudrelier and Zhang.

In this talk we investigate set-theoretic solutions to the Yang-Baxter equation (YBE) and the reflection equation. Amongst other things, we show that for a finite, non-degenerate involutive solution to YBE one only needs to check one of the coordinates to prove that a certain map is a reflection. We give examples of invertible solutions to the reflection equations coming from sets of nilpotent matrices. We also use set-theoretic solutions to construct solutions to the parameter dependent reflection equation (which appears in integrable systems).

For the research topics that we consider in this talk it is sufficient to consider solutions coming from sets of nilpotent matrices. We list some open questions which appear in this context. We also mention connections with other research areas.

This talk will be mainly based on collaborative work with Leandro Vendramin, Robert Weston and Alicja Smoktunowicz.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Dynamika grup polskich, koncentracja miary i podmiary

Sławomir Solecki

ssolecki@cornell.edu

Cornell University, Stany Zjednoczone

Dynamika topologiczna grup polskich posiada pewne cechy nieobecne w dynamice grup lokalnie zwartych. Na przykład istnieją grupy polskie, których wszystkie działania ciągłe na przestrzeniach zwartych mają punkty stałe; grupa unitarna ośrodkowej nieskończenie wymiarowej przestrzeni Hilberta jest taką grupą. Grupy tego typu, zwane ekstremalnie średniowalnymi, były pierwszy raz skonstruowane przez Herera i Christensena za pomocą pewnych podmiar. Później Gromov i Milman znaleźli związek między grupami ekstremalnie średniowalnymi i zjawiskiem koncentracji miary w teorii prawdopodobieństwa.

W tym kontekscie, który zarysuję, zaprezentuję nowe twierdzenie o koncentracji miary zainspirowane przez geometryczne idee pochodzące z twierdzenia Loomisa i Whitneya. Opiszę dynamiczne konsekwencje, w duchu Gromova i Milmana, owej koncentracji miary. Wszystkie te rozważania opierają się na nowej „geometrycznej” klasyfikacji podmiar.

Jest to wspólna praca z F. Martinem Schneiderem.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Od Gaussa do rozwiązania rzeczywistej hipotezy Fatou, czyli o miejscu jakie możemy mieć w świecie

Paweł Strzelecki
P.Strzelecki@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Wkrótce po roku 1820 Carl Friedrich Gauss stwierdził, że wprowadzenie na powierzchni współrzędnych izotermicznych – takich, w których metryka jest wielokrotnością zwykłej metryki euklidesowej – wymaga rozwiązania tzw. równania Beltramiego. Gauss potrafił to zrobić przy założeniu, że sama powierzchnia i metryka na niej są analityczne w sensie rzeczywistym. To założenie osłabiali później m.in. Korn i Lichtenstein oraz Morrey. W 1955 roku Bogdan Bojarski wykazał, że wyłącznie przy założeniu mierzalności metryki równanie Beltramiego ma rozwiązania homeomorficzne, których pochodne są całkowalne z pewną potęgą większą od 2. Brzmi to dość technicznie, niemniej jednak twierdzenie Bojarskiego i metody użyte w jego dowodzie łączą się różnymi nitkami z historią analizy w XX wieku, z pracami Ahlforsa oraz Calderona i Zygmunda, a także z późniejszym rozwojem układów dynamicznych, m.in. z rozwiązaniem tak zwanej hipotezy Fatou przez Jacka Graczyka i Grzegorza Świątka.

Postaram się opowiedzieć tę historię w sposób możliwie pełny, a jednocześnie zrozumiały dla niespecjalistów.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Kiedy Alicja i Bob spotkali Banacha

Stanisław Szarek
szarek@cwru.edu
Case Western Reserve University, Stany Zjednoczone

Jak było wiadomo już w pierwszej połowie XX wieku, mają miejsce bardzo bliskie związki między różnymi dziedzinami analizy funkcjonalnej i teorią kwantową. Celem tego wykładu jest naszkicowanie koneksji, która skrystalizowała się w ciągu ostatnich 10–15 lat, a mianowicie interakcji między geometrią przestrzeni Banacha, teorią macierzy losowych, czy bardziej ogólnie teorią obiektów wysoko-wymiarowych, a kwantową teorią informacji, która tworzy teoretyczną bazę nowych technologii kwantowych i prób zbudowania komputera kwantowego.

Jednym ze źródeł tej koneksji jest fakt, że systemy kwantowe składające się z zaledwie kilku cząstek prowadzą do modeli matematycznych, których wymiar może być mierzony w tysiącach czy miliardach. Po zdefiniowaniu kilku pojęć i niezmienników używanych do jakościowej analizy rozmiaru i złożoności wysoko wymiarowych obiektów, naszkicujemy, jak mogą być one użyte do studiowania splatania i innych zjawisk pojawiających się w teorii kwantowej.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Teoria reprezentacji grup permutacji. Nowa nadzieja

Piotr Śniady
psniady@impan.pl
Instytut Matematyczny PAN

Teoria reprezentacji jest nadzwyczaj wszędobylska i pojawia się w wielu działach matematyki, na przykład w analizie harmonicznej na grupach, geometrii algebraicznej i teorii niezmienników.

Mogłoby się wydawać, że niemal wszystkie problemy *teorii reprezentacji grup permutacji* S_n zostały już rozwiązane, a najlepsza możliwa odpowiedź została już dawno znaleziona w kombinatorycznym języku *diagramów i tableaux Younga*. Niestety, język ten źle się nadaje do badania *problemów asymptotycznych*, w których rozmiar grupy $n \to \infty$ dąży do nieskończonooości.

Podczas mojego odczytu przedstawię *nowe spojrzenie na teorię reprezentacji grup permutacji* S_n [1], które zostało zainicjowane w latach 1990. przez matematyków ze szkoły leningradzkiej, zgodnie z którym obiekty teorii reprezentacji należy oglądać nie każdy z osobna, ale naraz. Zgodnie z tą optyką teoria reprezentacji bada różne *algebry funkcji*. To nowe spojrzenie zaowocowało nowymi rodzajami pytań, jakie zaczęto stawiać w teorii reprezentacji oraz odkryciem związków z teorią macierzy losowych.

Bibliografia

[1] Pierre-Loïc Méliot, *Representation theory of symme-*

tric groups Discrete Mathematics and its Applications (Boca Raton) CRC Press, Boca Raton, FL, 2017.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Rozbieżne pojęcia typowości w układach dynamicznych

Grzegorz Świątek

g.swiatek@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

W badaniu układów dynamicznych na ogół nie jest możliwe opisanie dowolnej orbity dla dowolnej wartości parametru i dlatego interesują nas własności typowe w sensie wyboru warunku początkowego lub parametru. Używane są różne pojęcia typowości, które można podzielić na topologiczne w duchu teorii kategorii oraz metryczne wywodzące się z teorii miary. Okazuje się raczej regułą niż wyjątkiem, że wzajem sprzeczne własności są typowe w jednym albo drugim sensie. Przedyskutujemy tego rodzaju wyniki, które zostały udowodnione dla iteracji funkcji w wymiarze 1, a w szczególności problem atraktora dla przekształceń odcinka oraz typowe zachowania ze względu na wybór parametru w rodzinie logistycznej oraz na brzegu zbioru Mandelbrota. Na podstawie tych ściśle przeanalizowanych przykładów podejmiemy mniej formalną dyskuję nad tym, jak rozumieć tego typu rozbieżność – co właściwie się zaobserwuje badając odpowiedni model choćby numerycznie. Wreszcie przedstawimy hipotezy dotyczące zachowań układów znacznie bardziej skomplikowanych, o których niewiele ściśle wiadomo, ale za to wypływają bezpośrednio z modeli zjawisk naturalnych.

Bibliografia

[1] H. Bruin, G. Keller, T. Nowicki, S. Van Strien, *Wild*

Cantor attractors exist, Ann. Math. **143**, 97–130 (1996)

[2] J. Graczyk, G. Świątek, *Generic hyperbolicity in the logistic family*, Ann. of Math **146**, 1–56 (1997)

[3] J. Graczyk, G. Świątek, *Fine structure of connectedness loci*, Math. Ann., **369**, 49–108 (2017)

[4] M.-V. Jakobson, *Absolutely continuous invariant measures for one-parameter families of one-dimensional maps*, Comm. Math. Phys., **81**, 39–88 (1981)

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Struktura liniowa i geometria podprzestrzeni i przestrzeni ilorazowych dla przestrzeni unormowanych dużego wymiaru

Nicole Tomczak-Jaegermann
nicole.tomczak@ualberta.ca
University of Alberta, Kanada

Pośród dziedzin matematyki gdzie znaczący wpływ mieli polscy matematycy analiza funkcjonalna zajmuje znaczącą pozycję. W kontekście tej dziedziny można było zaobserwować w ostatnich latach znaczący wzrost liczby prac na temat ilościowych charakterystyk geometrycznych i liniowych właściwości skończenie wymiarowych obiektów gdzie wymiar dąży do nieskończoności. Ta teoria jest znana dzisiaj jako Asymptotyczna Analiza Geometryczna (w skrócie z angielskiego – AGA). AGA poprzez swoje ogólne założenia, metody i wpływy na spokrewnione dziedziny zazębia się z wieloma innymi działami matematyki; jak z analizą funkcjonalną, wypukłą i dyskretną geometrią, wieloma sekcjami rachunku prawdopodobieństwa, jak na przykład z teorią macierzy losowych i innymi. W tej prezentacji pokażemy AGA poprzez przykłady wyników i dowodów.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Rozwiązywanie osobliwości rozmaitości algebraicznych i ich przekształceń

Jarosław Włodarczyk
wlodarcz@purdue.edu
Purdue University, Stany Zjednoczone

Przedstawimy najnowsze wyniki z teorii rozwiązywania osobliwości rozmaitości i przekształceń. We wspólnej pracy wraz z Abramowichem i Temkinem dowodzimy istnienia rozwiązywania osobliwości rozmaitości w charakterystyce zero, które jest niezmiennicze ze względu na logarytmicznie gładkie przekształcenia. Te wyniki i metoda są następnie uogólnione w kolejnych pracach zawierających rozwiązywanie osobliwości morfizmów (przekształceń) rozmaitości. Metoda ta wymaga w szczególności użycia bardziej ogólnych centrów rozdmuchań. W najnowszej pracy jest ona zastosowana do dowodu rozwiązywania osobliwości rozmaitości przy pomocy gładkich centrów z wagami. Pozwala to na stosunkowo proste i efektywne rozwiązywanie osobliwości w charakterystyce zero.

Z drugiej strony łącząc funktorialne rozwiązywanie osobliwości rozmaitości logarytmicznych z metodą rozwiązywania osobliwości dwumianowych można udowodnić tak zwane częściowe rozwiązywanie osobliwości. Mając rozmaitość posiadającą osobliwości toroidalne na podzbiorze otwartym, w częściowym rozwiązaniu osobliwości poprawiamy osobliwości w uzupełnieniu tego zbioru tak żeby uzyskać rozmaitość z osobliwościami toroidalnymi tego samego typu jak na podzbiorze otwartym. Twierdzenie to pozwala, między innymi, budować toroidalne kompaktyfikacje rozmaitości toroidalnych.

Bibliografia

[1] J. Włodarczyk, *Simple Hironaka resolution in chareacteristic zero.*, J.Amer. Math. Soc., vol. 18, no 4, 779–822, 2005.

[2] D. Abramovich, M.Temkin, and J. Włodarczyk, *Principalization of ideals on toroidal orbifolds arXiv:1709.03185*

[3] J. Włodarczyk, *Desingularization except of log smooth locus. Toroidal compactification, preprint 2019.*

[4] D. Abramovich,M. Temkin, M.and J. Włodarczyk: *Functorial embedded resolution via weighted blowings up*, preprint 2019, arXiv:1906.07106.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Sterowalność ze znikającą energią

Jerzy Zabczyk
J.Zabczyk@impan.pl
Instytut Matematyczny PAN

Przedmiotem wykładu są liniowe układy sterowane postaci

$$\frac{d}{dt}y(t) = Ay(t) + Bu(t), \quad y(0) = x \in E, \tag{1}$$

w których $A : E \to E$ i $B : U \to E$ są operatorami liniowymi, niekoniecznie ograniczonymi, a E i U przestrzeniami Hilberta. Należą do nich klasyczne układy skończenie wymiarowe jak również sterowane układy paraboliczne i hiperboliczne.

Układ (1) jest *sterowalny do zera ze znikającą energią* (null controllable with vanishing energy (NCVE)), gdy dla dowolnego stanu początkowego x i dla dowolnego $\epsilon > 0$ istnieje liczba $T(\epsilon) > 0$ i funkcja $u : [0, T(\epsilon)] \to U$ taka, że dla rozwiązania y równania (1), stan końcowy $y(T(\epsilon)) = 0$ oraz

$$\int_0^{T(\epsilon)} |u(t)|^2 dt < \epsilon. \tag{2}$$

Podobnie, układ (1) jest *sterowalny ze znikającą energią* (controllable with vanishing energy (CVE)), gdy takie sterowania istnieją dla dowolnych stanów początkowych i końcowych.

W wykładzie podamy różne charakteryzacje układów CVE i NCVE, (prace [1] i [4]) i związki tych charakteryzacji z zagadnieniem Liouville'a istnienia ograniczonych funkcji harmonicznych dla pewnej klasy operatorów hipoeliptycznych (praca [2]). Wyniki zilustrujemy zagadnieniem zmiany orbity pojazdu kosmicznego (praca[3])

Bibliografia

[1] E. Priola and J. Zabczyk, *Null controllability with vanishing energy*, SIAM J. Control Optim 42 (2003), 1013–1032.

[2] E. Priola and J. Zabczyk, *Liouville theorems for non-local operators*, J. Funct. Anal., 216 (2004), 455–490.

[3] M. Shibata and A. Ichikawa, *Orbital rendezvous and flyaround based on null controllability with vanishing energy*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 30(2007), 934–945.

[4] L. Pandolfi, E. Priola and J. Zabczyk, *Linear operator inequality and null controllability with vanishing energy for unbounded control systems*, SIAM J. Control Optim 51 (2013), 629–659.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji