100 lat PTM

# analiza funkcjonalna

patroni sesji

Stefan Banach, Stanisław Mazur, Aleksander Pełczyński

ptm rok zał. 1919

Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

Indeks abstraktów

## Asymptotyczne własności losowych operatorów splotu na grupach skończonych

**Radosław Adamczak** R.Adamczak@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Przedstawię niedawne wyniki dotyczące własności spektralnych operatorów splotu na grupach skończonych o rozmiarze dążącym do nieskończoności, zadanych przez funkcje losowe (o stochastycznie niezależnych, jednakowo rozłożonych zespolonych wartościach). Wykażę, że przy odpowiednich założeniach dot. struktury kowariancji rozkładu generującego, asymptotycznie miary empiryczne zadane przez wartości szczególne takich operatorów z prawdopodobieństwem dążącym do jeden są z dowolną dokładnością przybliżane przez mieszankę średnich miar spektralnych macierzy losowych typu Laguerra z wagami zadanymi przez miarę Plancherela grupy. Dla zmiennych gaussowskich wykażę analogiczną aproksymację miar empirycznych zadanych przez wartości własne przez mieszankę średnich miar spektralnych macierzy Ginibre'a.

W szczególności dla ciągów grup, których miara Plancherela po zrzutowaniu na liczby naturalne zbiega do delty Diraca w nieskończoności, rozważane miary empiryczne zbiegają wg prawdopodobieństwa do rozkładu Marchenki-Pastura (a w przypadku wartości własnych do rozkładu jednostajnego na kole jednostkowym), podobnie jak dla macierzy losowych o niezależnych współczynnikach. W tym przypadku (obejmującym m. in. ciąg grup symetrycznych oraz ciągi grup liniowych nad ciałami skończonymi) okazuje się, że rodziny niezależnych operatorów splotu są asymptotycznie wolne w sensie Voiculescu.

Dowody oparte są o połączenie elementarnej teorii reprezentacji grup skończonych z klasycznymi metodami teorii macierzy losowych i nierównościami koncentracyjnymi. Otrzymane wyniki są uogólnieniem na przypadek nieprzemienny twierdzenia uzyskanego dla grup abelowych przez Marka Meckesa.

W trakcie odczytu przedstawię także kilka problemów otwartych dotyczących losowych operatorów splotu, nawiązujących do klasycznej teorii macierzy losowych.

### Bibliografia

[1] R. Adamczak, *Random non-Abelian G-circulant matrices. Spectrum of random convolution operators on large finite groups*, preprint
[2] M. Meckes, *The spectra of random Abelian G-circulant matrices*, ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat. 9 (2012), no. 2

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Nierówność typu A. Markowa na pewnych zbiorach z ostrzami

**Tomasz Beberok** tomasz.beberok@urk.edu.pl
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

W przypadku norm całkowych najlepszy ogólny i dokładny (jeśli chodzi o wykładnik) wynik dotyczący nierówności Markowa pochodzi od Pierra Goetghelucka (zob. [1]) i dotyczy przypadku obszarów ograniczonych z brzegiem Lipschitza, który nie może mieć ostrzy zerowych. Mimo upływu lat, dotychczas nie był znany przykład zbioru zwartego z ostrzami zerowymi, dla którego wykładnik Markowa w przestrzeni $L^p$ $(1 \leqslant p < \infty)$ z miarą Lebesgue'a jest wyznaczony. Celem referatu jest podanie takiego zbioru.

### Bibliografia

[1] P. Goetgheluck, *Markov's inequality on locally Lipschitzian compact subsets of $R^N$ in $L^p$-spaces*, J. Approx. Theory 49: 303–310 (1987)

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Operator śladu na śnieżynce von Kocha

**Krystian Kazaniecki** krystian.kazaniecki@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Dla obszaru $\Omega$ z regularnym brzegiem E. Gagliardo wykazał, że operator śladu z przestrzeni $W_1^1(\Omega)$ jest surjekcją na przestrzeń $L^1(\partial\Omega)$. Pod koniec lat siedemdziesiątych J. Peetre wykazał, że nie istnieje prawy odwrotny do operatora śladu t.zn. nie istnieje liniowy i ograniczony operator $S : L^1(\partial\Omega) \to W_1^1(\Omega)$ taki, że $Tr \circ S = Id_{L^1(\partial\Omega)}$. W wspólnej pracy z M. Wojciechowskim badaliśmy własności operatora śladu dla obszaru będącego śnieżynką von Kocha. Wykazaliśmy, że operator śladu jest surjekcją na przestrzeń izomorficzną z przestrzenią Arensa-Eelsa. Co więcej udowodniliśmy, że w przypadku śnieżynki von Kocha istnieje prawy odwrotny do operatora śladu.

### Bibliografia

[1] E. Gagliardo, *Caratterizzazioni delle tracce sulla frontiera relative ad alcune classi di funzioni in n variabili*, Rendiconti del Seminario Matematico della Universitá di Padova. 27: 284-305 (1957).

[2] J. Peetre, *A counterexample connected with Gagliardo's trace theorem*, Commentationes Mathematicae. Special Issue.2: 277-282 (1979)

[3] K. Kazaniecki, M. Wojciechowski, *Trace operator on von Koch's snowflake*, preprint, https://arxiv.org/abs/1903.01100, (2019)

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Pewne własności abstrakcyjnych funkcyjnych przestrzeni Cesàro

**Tomasz Kiwerski** `tomasz.kiwerski@gmail.com`
Uniwersytet Zielonogórski i Politechnika Poznańska

Niech $X = X(I)$ będzie funkcyjną przestrzenią Banacha złożoną z rzeczywistych funkcji mierzalnych w sensie Legesgue'a na $I = [0, 1]$ lub $I = [0, \infty)$. Wtedy przez *abstrakcyjną funkcyjną przestrzeń Cesàro* $CX = CX(I)$ rozumiemy

$$CX := \{f \in L^0(I) \colon C|f| \in X\} \quad \text{z normą} \quad \|f\|_{CX} = \|C|f|\|_X ,$$

gdzie $C$ oznacza *operator Cesàro* (operator Hardy'ego) zdefiniowany jako

$$C \colon f \mapsto Cf(x) := \frac{1}{x} \int_0^x f(t) \mathrm{d}t \quad \text{dla} \quad 0 < x \in I,$$

zob. [[1]], [[4]], [[5]] i [[6]]. W szczególności, biorąc $X = L^p$, gdzie $1 < p \leqslant \infty$, otrzymujemy klasyczne funkcyjne przestrzenie Cesàro $Ces_p$, którym poświęcono wiele prac, zob. [[2]] i [[3]] oraz odnośniki tam zawarte.

Leśnik i Maligranda postawili w pracy [[7], Remark 3] hipotezę, że abstrakcyjne funkcyjne przestrzenie Cesàro $CX$ nigdy nie są przestrzeniami symetrycznymi a nawet nie mogą zostać przenormowane w taki sposób aby były symetryczne. Pod pewnym założeniem, które okaże się istotne, odpowiemy na to pytanie w sposób pozytywny. Ponadto, nasze rozważania obejmą także własność Dunforda–Pettisa i Radona–Nikodyma.

Referat ten bazuje na wspólnej pracy z Pawłem Kolwiczem i Lechem Maligrandą oraz z Jakubem Tomaszewskim.

### Bibliografia

[1] S. V. Astashkin, K. Leśnik and M. Maligranda, *Isomorphic structure of Cesàro and Tandori spaces*, Canad. J. Math. **71**: 501–532 (2019).

[2] S. V. Astashkin, L. Maligranda, *Structure of Cesàro function spaces*, Indag. Math. **20**: 329–379 (2009).

[3] S. V. Astashkin, L. Maligranda, *Structure of Cesàro function spaces: a survey*, Banach Center Publ. **102**: 13–40 (2014).

[4] G. P. Curbera, W. J. Ricker, *Abstract Cesàro spaces: integral representation*, J. Math. Anal. Appl. **441**: 25–44 (2016).

[5] O. Delgado, J. Soria, *Optimal domain for the Hardy operator*, J. Funct. Anal. 244: 119–133 (2007).

[6] T. Kiwerski, J. Tomaszewski, *Local approach to order continuity in Cesàro function spaces*, J. Math. Anal. Appl. 455: 1636–1654 (2017).

[7] K. Leśnik, M. Maligranda, *On abstract Cesàro spaces. I. Duality*, J. Math. Anal. Appl. 424: 932–951 (2015).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Characterizing compactness via the Laplace transform

**Mateusz Krukowski** krukowski.mateusz13@gmail.com
Politechnika Łódzka

Charazterization of compact families in function spaces is a topic that we encounter in virtually every course in functional analysis. Arzelà-Ascoli theorem describes the compact families in the space of continuous functions on a compact domain, while Fréchet-Kolmogorov theorem does the same in the space of functions, which are integrable with the $p-$th power. Furthermore, in 1985 Robert Pego explained the relation between compact families in $L^2(\mathbb{R})$ and the Fourier transform.

In the presentation, we will expand on the ideas of Robert Pego by incorporating the Laplace transform, which is a close relative of the Fourier transform. Inspired by the works of Przemysław Górka and Tomasz Kostrzewa, we will characterize the compact families (in a certain class of functions) via the Laplace transform.

**References**

[1] A. Deitmar, *A First Course in Harmonic Analysis*, Springer-Verlag, New York, 2005.
[2] A. Deitmar, S. Echterhoff, *Principles of Harmonic Analysis*, Springer, New York, 2009.
[3] P. Górka, Pego theorem on locally compact abelian groups, *Journal of Algebra and Its Applications*, 14: (2014).
[4] P. Górka, T. Kostrzewa, Pego everywhere, *Journal of Algebra and Its Applications*, 15: (2016).
[5] P. Górka, H. Rafeiro, From Arzelà-Ascoli to Riesz-Kolmogorov, *Nonlinear Analysis*, 144: (2016).
[6] H. Hanche-Olsen, H. Holden, The Kolmogorov-Riesz compactness theorem, *Expositiones Mathematicae*, 28: (2010).
[7] H. Hanche-Olsen, H. Holden, E. Malinnikova, An improvement of the Kolmogorov-Riesz compactness theorem, *Expositiones Mathematicae*: (2018).
[8] R. L. Pego, Compactness in $L^2$ and the Fourier transform, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 95: (1985).
[9] J. L. Schiff, *The Laplace Transform. Theory and applications*, Springer-Verlag, New York, 1999.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Transfunkcje

**Piotr Mikusiński** piotr.mikusinski@ucf.edu
University of Central Florida, USA

Przez transfunkcję $\Phi : (X, \Sigma_X) \to (Y, \Sigma_Y)$ rozumiemy odwzorowanie między przestrzeniami miar. Transfunkcje interpretujemy jako funkcje uogólnione z $X$ do

$Y$. Interesuje nas analiza transfunkcji a także ich zastosowania. Jako przykłady zastosowań transfunkcji rozważamy dynamikę populacji i transport masy.

**Bibliografia**


[1] P. Mikusiński, *Transfunctions*, arXiv:1507.03441.

[2] J. Bentley and P. Mikusiński, *Localized Transfunctions*, International Journal of Applied Mathematics 31 (2018), 689–707.


● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Iloczyny Hadamarda i normy $p$-sumujące


Piotr Nayar    nayar@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski


Wykażemy, że dla $p \geqslant 2$ oraz dla dowolnego wektora losowego $X$ w $\mathbb{R}^n$ i dowolnego niepustego podzbioru $T \subseteq \mathbb{R}^n$ mamy

$$\left(\mathbb{E}\sup_{t\in T}|\langle t, X\rangle|^p\right)^{1/p} \leqslant\ 2\sqrt{e}\sqrt{\frac{n+p}{p}}\ \sup_{t\in T}\left(\mathbb{E}|\langle t, X\rangle|^p\right)^{1/p}.$$

Przedstawione zostanie również zastosowanie tego wyniku do teorii $p$-sumujących operatorów na skończenie wymiarowych przestrzeniach Banacha. Praca wspólna z Rafałem Latałą.

**Bibliografia**


[1] R. Latała, *On $\mathcal{Z}_p$-norms of random vectors*, Zapiski Nauchnyh Seminarov POMI **457**: 211–225 (2017).

[2] R. Latała, P. Nayar, *Hadamard products and moments of random vectors*, preprint (2019).


● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## The evanescent part of two-parametric weakly stationary stochastic process


Patryk Pagacz    patryk.pagacz@gmail.com

Uniwersytet Jagielloński


We focus on application of recent geometrical decompositions of a pair of isometries to weakly stationary random fields. The classical result due to Helson and Lowdenslager divides a two-parametric weakly stationary stochastic process into three parts. In this talk we describe the most untouchable one - the evanescent part. Moreover, we will point how this part depends on the shape of the past and when it vanishes.

**Bibliografia**


[1] Z. Burdak, M. Kosiek and M. Słociński, *Compatible pairs of commuting isometries*, Linear Algebra Appl., **479**: 216–259 (2015).

[2] C. Cuny, *On the prediction of vector-valued random fields and the spectral distribution of their evanescent component*, J. Multivariate Anal., **97**: 1842–1869 (2006).
[3] J.M. Francos, *7 Orthogonal Decompositions of 2D Random Fields and their Applications for 2D Spectral Estimation*, Handbook of Statistics, **10**: 207–227 (1993).
[4] H. Helson, D. Lowdenslager, *Prediction theory and Fourier series in several variables*, Acta Math. **99**: 165–202 (1958).
[5] I. Suciu, *On the semi-groups of isometries*, Stud. Math., **30**: 101–110 (1968).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Podprzestrzenie przestrzeni Bourgaina-Delbaena

**Anna Pelczar-Barwacz** anna.pelczar@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Konstrukcje typu Bourgaina-Delbaena przestrzeni predualnych do $\ell_1$ niezawierających kopii $c_0$ przyniosły rozwiązania długo otwartych problemów w geometrii przestrzeni Banacha. W szczególności podano przykład przestrzeni Banacha, na której każdy operator ograniczony jest postaci $\lambda Id + K$, gdzie $\lambda$ jest skalarem, $K$ - operatorem zwartym (S. Argyros, R. Haydon, 2011). Jak pokazały dalsze przykłady (S. Argyros, D. Freeman, R. Haydond, E. Odell, Th. Raikoftsalis, Th. Schlumprecht, D. Zisimopoulou, 2012) tak mała algebra operatorów przestrzeni nie wyklucza zawierania bardzo regularnych podprzestrzeni, jak np. kopii przestrzeni Hilberta $\ell_2$. W referacie podamy przykaady konstrukcji przestrzeni Bourgaina- Delbaena nasyconych podprzestrzeniami wybranych klas.

**Bibliografia**

[1] S.A. Argyros, I. Gasparis and P. Motakis, *On the structure of separable $\mathcal{L}_\infty$ - spaces*, Mathematika 62 (3), 685 - 700 (2016).
[2] A. Manoussakis, A. Pelczar-Barwacz and M. Świętek, *An un- conditionally saturated Banach space with the scalar-plus-compact property*, J. Funct. Anal. 272 (12) 4944 - 4983 (2017).
[3] M. Świętek, *Regular subspaces of a Bourgain-Delbaen space BmT*, arXiv:1709.06481.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## O problemie rotacji Banacha-Mazura

**Beata Randrianantoanina** randrib@muohio.edu
Miami University, Ohio, USA

Problem rotacji Banacha-Mazura postawiony w monografii Banacha pyta czy każda przestrzeń Banacha $X$, której grupa izometrii działa w sposób przechodni na sferze jednostkowej $S_X$ (tzn. dla każdej pary punktów $x, y \in S_X$ istnieje izometria $T$ przestrzeni $X$ na $X$, która przeprowadza punkt $x$ do $y$) musi być izometryczna z ośrodkową przestrzenią Hilberta $H$?

Mazur pokazał w 1932 roku, że odpowiedź jest pozytywna w przypadku przestrzeni skończenie wymiarowych, a Pełczyński i Rolewicz w 1962 roku udowodnili, że istnieją różne nieośrodkowe przestrzenie z przechodnią grupą izometrii. Dla przestrzeni ośrodkowych problem pozostaje otwarty pomimo intensywnych badań licznych matematyków przez ostatnie 87 lat.

W referacie przedstawię krótki zarys historii pracy nad problemem Banacha-Mazura oraz najnowsze wyniki autorki i S. Dilwortha, z kórych wynika, m.in., że dla każdego $p \neq 2$, $1 \leqslant p < \infty$, żadna przestrzeń ośrodkowa z (prawie) przechodnią grupą izometrii nie jest izomorficzna z $\ell_p$, ani z żadną podprzestrzenią przestrzeni ilorazowej $\ell_p$. Opiszę również pewne związane naturalne otwarte pytania.

Nasze metody opierają się na najnowszym rozwoju teorii przestrzeni Banacha ale nie są bardzo techniczne. Referat jest adresowany do wszystkich ze znajomością podstawowych pojęć przestrzeni Banacha.

### Bibliografia

[1] S. J. Dilworth, B. Randrianantoanina, *On an isomorphic Banach-Mazur rotation problem and maximal norms in Banach spaces*, J. Funct. Anal. 268: 1587–1611 (2015).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Interpolacja podprzestrzeni Hoeffdinga

**Maciej Rzeszut** mrzeszut@impan.pl
Polska Akademia Nauk

Klasyczna nierówność Johnsona-Schechtmana jest rozszerzeniem nierówności Rosenthala na $0 < p \leqslant 1$ i wyraża $p$-ty moment sumy niezależnych nieujemnych zmiennych losowych w terminach odpowiedniej normy Orlicza ich sumy rozłącznej. Udowodnimy jej dwa uogólnienia: wersję ważoną oraz wersję dla $U$-statystyk.

Podprzestrzenie Hoeffdinga $U_m^p \subset L^p\left(\mathbb{T}^{\mathbb{N}}\right)$ są rozpięte przez funkcje zależne od co najwyżej $m$ zmiennych. Pokażemy, że drugi z powyższych wyników tłumaczy się na fakt, że dla $1 \leqslant p \leqslant 2$ norma w $U_m^p$ jest równoważna z odpowiednią sumą interpolacyjną norm typu $L^p\left(L^2\right)$. Stąd uzyskamy pewne własności interpolacyjne przestrzeni $U_m^p(\ell^q)$, z których w szczególności wynika, że $L^1/U_m^1$ ma kotyp 2.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Operatory sprzężenia na przestrzeni $L^2(\mathbb{T})$ zachowujące $S$-niezmiennicze podprzestrzenie przestrzeni $H^2$

**Bartosz Łanucha** bartosz.lanucha@poczta.umcs.lublin.pl
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

Operatorem sprzężenia na przestrzeni Hilberta $\mathcal{H}$ nazywamy każdą antyliniową izometrię $C : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ o tej własności, że $C^2 = I_{\mathcal{H}}$.

Interesować nas tutaj będą operatory sprzężenia $C$ na przestrzeni $L^2(\mathbb{T})$ funkcji, których moduł jest całkowalny z kwadratem na okręgu jednostkowym $\mathbb{T} = \{z : |z| = 1\}$. Niech $M_z$ oznacza operator mnożenia przez $z$ na $L^2(\mathbb{T})$ oraz niech $S$ oznacza operator przesunięcia na przestrzeni Hardy'ego $H^2$, tzn. $S = M_{z|H^2}$.

W pracach [1] i [2] podano między innymi charakteryzacje tych operatorów sprzężenia $C$ na przestrzeni $L^2(\mathbb{T})$, dla których $CM_z = M_{\bar{z}}C$ ([1]) albo $CM_z = M_zC$ ([2]). Tutaj opiszemy operatory sprzężenia na $L^2(\mathbb{T})$ spełniające jedną z tych równości oraz zachowujące podprzestrzenie niezmiennicze operatora przesunięcia $S$, a więc podprzestrzenie postaci $\alpha H^2$, gdzie $\alpha$ jest funkcją wewnętrzną.

Prezentowane wyniki uzyskane zostały wspólnie z M. C. Câmarą, K. Kliś-Garlicką i M. Ptakiem.

### Bibliografia

[1] M. C. Câmara, K. Kliś-Garlicka and M. Ptak, *Asymmetric truncated Toeplitz operators and conjugations*, Filomat, to appear.

[2] M. C. Câmara, K. Kliś-Garlicka, B. Łanucha and M. Ptak, *Conjugations in $L^2$ and their invariants*, preprint.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Charakteryzacje asymetrycznych obciętych operatorów Toeplitza i Hankela

**Małgorzata Michalska** malgorzata.michalska@poczta.umcs.lublin.pl
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

Niech $L^2(\mathbb{T})$ oznacza przestrzeń funkcji, których moduł jest całkowalny z kwadratem na okręgu jednostkowym $\mathbb{T} = \{z : |z| = 1\}$ i niech $H^2$ oznacza przestrzeń Hardy'ego składającą się z tych funkcji należących do $L^2(\mathbb{T})$, których współczynniki Fouriera o ujemnych indeksach są równe zero. Dla funkcji wewnętrznej $\alpha$ (tzn. $\alpha \in H^\infty$, $|\alpha| = 1$ p.w. na $\mathbb{T}$) niech $K_\alpha = H^2 \ominus \alpha H^2$ (tzw. przestrzeń modelowa) i niech $P_\alpha$ oznacza rzut ortogonalny z $L^2(\mathbb{T})$ na $K_\alpha$.

Niech teraz $\alpha$ i $\beta$ będą dwiema funkcjami wewnętrznymi. Asymetryczny obcięty operator Toeplitza z symbolem $\psi \in L^2(\mathbb{T})$ zdefiniowany jest na gęstym podzbiorze $K_\alpha \cap H^\infty$ przestrzeni modelowej $K_\alpha$ wzorem

$$A_\psi^{\alpha,\beta} f = P_\beta(\psi f), \quad f \in K_\alpha \cap H^\infty,$$

natomiast asymetryczny obcięty operator Hankela z symbolem $\psi \in L^2(\mathbb{T})$ określony jest wzorem

$$B_\psi^{\alpha,\beta} f = P_\beta J(I-P)(\psi f), \quad f \in K_\alpha \cap H^\infty,$$

gdzie $J(z) = \overline{z} f(\overline{z})$ dla $z \in \mathbb{T}$, a $P$ oznacza rzut ortogonalny z $L^2(\mathbb{T})$ na $H^2$. Operator $A_\psi^\alpha = A_\psi^{\alpha,\alpha}$ nazywa się obciętym operatorem Toeplitza, a operator $B_\psi^\alpha = B_\psi^{\alpha,\alpha}$ - obciętym operatorem Hankela.

W pracy [4] D. Sarason podał charakteryzacje obciętych operatorów Toeplitza za pomocą opearatorów $A_z^\alpha$ i pewnych operatorów rzędu $2$ specjalnego typu. Przedstawimy tutaj analogiczne charakteryzacje dla obciętych asymetrycznych operatorów Toeplitza za pomocą operatorów $A_z^\alpha$, $A_z^\beta$ i operatorów rzędu $2$ ([1, 3]). Pokażemy też związek między asymetrycznymi obciętymi operatorami Toeplitza a asymetrycznymi obciętymi operatorami Hankela i za jego pomocą uogólnimy wyniki dotyczące charakteryzacji obciętych operatorów Hankela ([2]) na asymetryczne obcięte operatory Toeplitza ([3]).

Prezentowane wyniki uzyskane zostały wspólnie z C. Gu i B. Łanuchą.

**Bibliografia**


[1] C. Câmara, J. Jurasik, K. Kliś-Garlicka, M. Ptak, *Characterizations of asymmetric truncated Toeplitz operators*, Banach J. Math. Anal. 11 (2017), no. 4, 899–922.

[2] C. Gu, *Algebraic properties of truncated Hankel operators*, preprint.

[3] C. Gu, B. Łanucha, M. Michalska, *Characterizations of asymmetric truncated Toeplitz and Hankel operators*, Complex Anal. Oper. Theory 13 (2019), no. 3, 673–684.

[4] D. Sarason, *Algebraic properties of truncated Toeplitz operators*, Operators and Matrices 1 (2007), no. 4, 491–526.


● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Canonical commutation relation, traces and affiliated operators


**Adam Wegert** a_wegert@o2.pl

Akadema Górniczo-Hutnicza


The relation $AB - BA = 1$ has its roots in quantum mechanics and is related to the so called Heisenberg uncertainty principle. It is well known that this relation can not hold in any normed algebra. For the algebra of matrices it can be shown easily by applying the trace to both sides of the equality. However one can find *unbounded* operators satisfying this relation. It is natural to ask whether $A$ and $B$ may be chosen to lie in some reasonable algebra. The appropriate notion of such algebra goes back to the work of Murray and von Neumann: this is the so called algebra of operators affiliated with a finite von Neumann algebra. Several years ago it was proven in [1] that it is impossible to realize $A, B$ as operators lying in the algebra of operators affiliated with a finite von Neumann algebra. One can wonder whether it is possible to prove this using the suitable defined trace on such an algebra. We will construct such trace for the case of type I von Neumann algebra and explain what happens in the type $\mathrm{II}_1$ case. This is joint work with P. Niemiec [2].

**References**

[1] Z. Liu, *On some mathematical aspects of the Heisenberg relation*, Sci. China **54** (2011), 2427–2452.

[2] P. Niemiec, A. Wegert, *Algebra of operators affiliated with the finite type I von Neumann algebra* Univ. Iagel. Acta Math. **53** (2016), 39-57.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji