



analiza zespolona

patron sesji  
Franciszek Leja



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich  
w stulecie **Polskiego Towarzystwa Matematycznego**  
Kraków 3 -7 września 2019

## Indeks abstraktów

---

---

### Analiza Zespólona

3

■ 4 Rafał Czyż

m-subharmonic functions

■ 4 Maciej Klimek

O przestrzeni metrycznej zbiorów pluriregularnych w  $\mathbb{C}^N$

■ 5 Arnold Kowalski, Iwan Marczenko

On deviations and maximum points and algebroid functions

■ 5 Piotr Kokocki

Total integrals of solutions for the inhomogeneous Painlevé II equation

■ 6 Wojciech Kucharz

Globalna wersja twierdzenia Hartogsa

■ 6 Wiesław Pleśniak, Rafał Pierzchała

Struktury o-minimalne w służbie  $L$ -regularności

■ 6 Marcin Sroka

Monge–Ampère type equation on hypercomplex manifolds

■ 7 Tomasz Łukasz Żynda

On weights which admit reproducing kernel of the Szegő type

■ 8 Ewa Ciechanowicz

Properties of meromorphic solutions of certain nonlinear ODEs

■ 8 Maciej P. Denkowski, Anna Denkowska

Twierdzenie Bersteina–Walsha–Siciaka dla multifunkcyj analitycznych

■ 9 Marta Kosek, Maciej Klimek

Aproksymacja zbiorów Julii zwartych rodzin odwzorowań wielomianowych

■ 9 Edyta Trybucka

Problemy ekstremalne w pewnej rodzinie typu bawrinowskiego funkcji wielu zmiennych zespolonych

## m-subharmonic functions

Rafał Czyż    rafal.czyz@im.uj.edu.pl  
Jagiellonian University

We shall present the definition and basic properties of  $m$ -subharmonic functions. Some differences and similarities between  $m$ -subharmonic functions and the classical subharmonic and plurisubharmonic functions will be discussed. We shall describe all holomorphic mappings which preserves  $m$ -subharmonicity in the sense that the composition of the holomorphic mapping with a  $m$ -subharmonic functions is  $n$ -subharmonic.

### References

- [1]. P. Åhag, R. Czyż & L. Hed, *The classification of holomorphic  $(m, n)$ -subharmonic morphisms*, Complex Var. Elliptic Equ. 1–26 (2019) (published online).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## O przestrzeni metrycznej zbiorów pluriregularnych w $\mathbb{C}^N$

Maciej Klimek    maciej.klimek@math.uu.se  
Uniwersytet w Uppsali, Szwecja

Przestrzeń metryczna zbiorów pluriregularnych znalazła szereg zastosowań w analizie zespolonej, począwszy od nierówności wielomianowych do teorii układów dynamicznych i analitycznych funkcji wielowartościowych. Topologia tej przestrzeni jest tylko częściowo poznana, szczególnie gdy zachodzi potrzeba modyfikacji standardowej metryki. Poza krótkim przeglądem historycznym, referat będzie zawierał opis najnowszych wyników uzyskanych wspólnie z M. Kosek i A. Alghamdi, między innymi dotyczących użycia metod probabilistycznych w aproksymacji złożonych zbiorów Julii. Omówiona też będzie możliwość przybliżania odległości pomiędzy zbiorami pluriregularnymi za pomocą funkcji Bergmana i komputerowych metod Monte Carlo, jak też czysto teoretyczne problemy związane z oszacowaniem błędu tego typu aproksymacji.

### References

- [1]. M. Klimek, *Metrics associated with extremal plurisubharmonic functions*, Proc. Amer. Math. Soc., 123: 2763–2770 (1995).
- [2]. A. Alghamdi, M. Klimek and M. Kosek, *Attractors of compactly generated semigroups of regular polynomial mappings*, Complexity, 2018: Art. ID 5698021, 11 pages (2018).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## On deviations and maximum points and algebroid functions

Arnold Kowalski    [Arnold.Kowalski@zut.edu.pl](mailto:Arnold.Kowalski@zut.edu.pl)

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

In this talk we present the influence that the number of separated maximum points,  $\rho(w, f)$ , of algebroid function  $f$  has on the magnitudes of growth and value distribution. We present upper estimates of Petrenko's deviation,  $\beta(w, f)$ , of algebroid function in terms of the number of separated maximum points and Valiron deficiency,  $\Delta(w, f)$ . Results presented in this talk are generalization of Petrenko's and Niino's work ([2], [3]) in the field of an algebroid functions. We also present examples showing that the estimates given in the talk are sharp.

### References

- [1]. A. Kowalski, I. I. Marchenko, *On the maximum modulus points and deviations of meromorphic minimal surfaces*, *Mat. Stud.* 46: 137–151 (2016).
- [2]. K. Niino, *On the growth of algebroid functions of finite lower order*, *Kodai math. sem. rep.* 25: 385–391 (1973).
- [3]. V. P. Petrenko, *The entire curves*, *Vyshcha Shkola*, Kharkov, 1984.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Total integrals of solutions for the inhomogeneous Painlevé II equation

Piotr Kokocki    [pkokocki@mat.umk.pl](mailto:pkokocki@mat.umk.pl)

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

We establish a formula determining the value of the Cauchy integrals for the real and purely imaginary Ablowitz-Segur solutions for the inhomogeneous second Painlevé (PII) equation

$$u''(z) = zu(z) + 2u^3(z) - \alpha$$

where  $\alpha \in \mathbb{C}$  is a constant. The formula generalizes the results of [?], where the values of the Cauchy integrals were derived for the Ablowitz-Segur solutions of the homogeneous PII equation ( $\alpha = 0$ ). Our approach relies on the Deift-Zhou steepest descent analysis of the corresponding Riemann-Hilbert problem and the construction of an appropriate parametrix in a neighborhood of the origin. The obtained results are used to provide a rigorous proof of a numerically predicted phenomena that an arbitrary logarithmic spiral is a finite time singularity developed by a geometric flow, which approximates the vortex patch dynamics of the 2D Euler equation.

- [1]. J. Baik, R. Buckingham, J. DiFranco, A. Its, *Total integrals of global solutions to Painlevé II*, *Nonlinearity* 22 (2009), no. 5, 1021–1061.

- [2]. P. Kokocki, Total integrals of solutions for the inhomogeneous Painlevé II equation and singularity formation in the vortex patch dynamics, arXiv:1808.09039

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Globalna wersja twierdzenia Hartogsa

Wojciech Kucharz    Wojciech.Kucharz@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Zgodnie z klasycznym twierdzeniem Hartogsa, funkcja  $n$  zmiennych zespolonych, która jest analityczna ze względu na każdą zmienną, jest funkcją holomorficzną  $n$  zmiennych. Przedstawię globalną wersję twierdzenia Hartogsa dla funkcji określonych na iloczynie zespolonych rozmaitości algebraicznych. Omówię również globalną wersję twierdzenia Hartogsa dla zespolonych funkcji Nasha i funkcji regularnych.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Struktury o-minimalne w służbie $L$ -regularności

Wiesław Pleśniak    Wieslaw.Plesniak@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Współautor:

Rafał Pierzchała    Rafal.Pierzchala@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Badania  $L$ -regularności, czyli ciągłości funkcji ekstremalnej Siciaka-Zachariuty, która jest wielowymiarowym odpowiednikiem klasycznej funkcji Greena, wzbo-gaciły się w latach 80. ubiegłego wieku o metody geometrii subanalitycznej Gabriętowa-Hironaki-Łojasiewicza (prace Pleśniaka i Pawtuckiego-Pleśniaka). Daleko idącymi uogólnieniami geometrii subanalitycznej są (wielomianowo ograniczone) struktury o-minimalne. Okazało się (Pleśniak 2003), że również one dostarczają nowych przykładów zbiorów  $L$ -regularnych. Badania te istotnie roz-winięto w ostatnim dziesięcioleciu (prace Pierzchały).

W referacie autorzy przedstawiają genezę problemu i przytoczą główne rezul-taty z tej dziedziny.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Monge-Ampère type equation on hypercomplex manifolds

Marcin Sroka    marcin.sroka@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

In this talk I will discuss the conjecture posted by Alesker and Verbitsky in [1]. It is an analogue of Calabi-Yau theorem for hyperKähler with torsion manifolds. I will outline recent advances towards proving the conjecture. The reformulation of the conjecture in terms of solvability of the complex hessian type equation will be presented as well. Special cases of this equation are for example the complex Monge–Amère and complex hessian equations.

## References

- [1]. S. Alekser and M. Verbitsky, *Quaternionic Monge–Ampère equations and Calabi problem for HKT-manifolds*, Israel J. Math. 176: 109–138 (2010).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)



## On weights which admit reproducing kernel of the Szegő type

Tomasz Łukasz Żynda    t.zynda@mini.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska

In this talk I will try to generalize concept of the Szegő kernel by putting a measurable almost everywhere positive function (which I will call a weight) inside the integral which defines inner product of the Szegő space. I will define  $S$ -admissible weights as weights, for which there exists reproducing kernel of corresponding weighted Szegő space and formulate sufficient conditions for a weight to be  $S$ -admissible. I am going to give example of a weight which is not  $S$ -admissible and show how non  $S$ -admissible weights can be constructed for a wide class of domains. At the end, I am going to show how weighted Szegő kernel can be used to prove general theorems of complex analysis.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Postery:

## Properties of meromorphic solutions of certain nonlinear ODEs

Ewa Ciechanowicz    [ewa.ciechanowicz@usz.edu.pl](mailto:ewa.ciechanowicz@usz.edu.pl)

Uniwersytet Szczeciński

Let  $R(z, f)$  be rational in  $f$  with meromorphic coefficients. By an extension of the Malmquist-Yosida theorem, if the equation  $(f')^n = R(z, f)$  takes up an admissible meromorphic solution, then  $R(z, f)$  is a polynomial in  $f$  and the equation is the hyper-Riccati equation. If  $f'' = F(z, f, f')$  is rational in  $f$ , algebraic in  $f'$  and analytic in  $z$ , then the second order ordinary differential equations of the form  $f'' = F(z, f, f')$  without movable branch points are so-called Painlevé equations. Among them, six irreducible equations are the best known. The Painlevé equations possess a number of remarkable properties, the Hamiltonian structure in particular. By this structure they are related both with one another and with a number of associated equations, called Painlevé sigma-equations. Meromorphic solutions of Riccati, hyper-Riccati and Painlevé equations can be studied from the perspective of value distribution and growth theory, with growth order, multiplicity indices and defective values discussed.

### References

- [1]. E. Ciechanowicz, *A note on properties of solutions of Riccati and hyper-Riccati equations*, ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 99(4): 1–12 (2019).
- [2]. E. Ciechanowicz, G. Filipuk, *Meromorphic solutions of  $P_{4,34}$  and their value distribution*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 41: 617–638 (2016).
- [3]. E. Ciechanowicz, G. Filipuk, *Transcendental meromorphic solutions of  $P_{34}$  and small targets*, in: Analytic, Algebraic and Geometric Aspects of Differential Equations, Birkhauser, 2017, 307–323.
- [4]. V. Gromak, I. Laine, S. Shimomura, *Painlevé Differential Equations in the Complex Plane*, De Gruyter Studies in Mathematics vol. 28, Walter de Gruyter, Berlin, 2002.
- [5]. S. Shimomura, *Growth of the first, the second and the fourth Painlevé transcendents*, Math. Proc. Camb. Philos. Soc. 134(2): 259–269 (2003).
- [6]. N. Steinmetz, *Sub-normal solutions to Painlevé's second differential equation*, Bull. Lond. Math. Soc. 45:225–235(2013).
- [7]. N. Steinmetz, *Nevanlinna Theory, Normal Families, and Algebraic Differential Equations*, Universitext, Springer, 2017.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Twierdzenie Bersteina-Walsha-Siciaka dla multifunkcyj analitycznych

Maciej P. Denkowski    [maciej.denkowski@uj.edu.pl](mailto:maciej.denkowski@uj.edu.pl)

Uniwersytet Jagielloński



Głęboki rezultat Siciaka z [2] łączy holomorficzność z prędkością aproksymacji wielomianowej danej funkcji ciągłej na podzbiorze zwartym wielomianowo wypukłym w  $\mathbb{C}^n$  i odgrywa istotną rolę w teorii aproksymacji. Pierwszym krokiem, poczynionym w [1], dla przeniesienia tego rezultatu na multifunkcje jest udowodnienie analogicznego rezultatu dla hiperpowierzchni analitycznych z wykorzystaniem zbieżności Painlevé–Kuratowskiego (metryki Hausdorffa). Przedstawimy ten rezultat, omawiając również możliwość dalszych uogólnień.

## Bibliografia

- [1]. Anna Denkowska, Maciej P. Denkowski, *The Bernstein–Walsh–Siciak Theorem for analytic hypersurfaces*, arXiv:1804.11215 (2018).
- [2]. J. Siciak, *On some extremal functions and their applications in the theory of analytic functions of several complex variables*, Trans. Amer. Math. Soc. **105**: 322–357 (1962).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Aproksymacja zbiorów Julii zwartych rodzin odwzorowań wielomianowych

Marta Kosek    [Marta.Kosek@im.uj.edu.pl](mailto:Marta.Kosek@im.uj.edu.pl)  
 Uniwersytet Jagielloński

Przedstawimy wyniki dotyczące aproksymacji (złożonych, częściowo wypełnionych) zbiorów Julii generowanych przez zwarte rodziny regularnych odwzorowań wielomianowych  $\mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$ . Zaprezentujemy zarówno podejście deterministyczne przy użyciu specjalnej funkcji dysjunktywnej, jak i podejście probabilistyczne przy użyciu mocnego prawa wielkich liczb zastosowanego do procesów Bernoullego.

## References

- [1]. A. Alghamdi and M. Klimek, *Probabilistic approximation of partly filled-in composite Julia sets*, Ann. Polon. Math. **119** (2017), 203–220.
- [2]. A. Alghamdi, M. Klimek and M. Kosek, *Attractors of compactly generated semigroups of regular polynomial mappings*, Complexity 2018 (2018), Art. ID 5698021, 11pp.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Problemy ekstremalne w pewnej rodzinie typu bawrinowskiego funkcji wielu zmiennych zespolonych

Edyta Trybucka    [eles@ur.edu.pl](mailto:eles@ur.edu.pl)  
 Uniwersytet Rzeszowski

Prezentowane wyniki dotyczą funkcji holomorficznych rozważanych w pełnych obszarach  $n$ -kołowych przestrzeni  $\mathbb{C}^n$ . Badamy problemy ekstremalne w

rodzinie funkcji typu bawrinowskiego zdefiniowanej przy użyciu operatora Temljakova. W szczególności podajemy oszcowanie  $G$ -balansu wielomianów  $k$ -jednorodnych w rozważanej rodzinie funkcji.

### Bibliografia

- [1]. I. I. Bavin, *A class of regular bounded functions in the case of several complex variables and extremal problems in that class*, Moskov Obl. Ped. Inst., 1–69, Moscov (1976), (in Russian).
- [2]. P. Jakóbczak and M. Jarnicki, *Wstęp do teorii funkcji holomorficzných wielu zmienných zespolonych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków (2002).
- [3]. J. Kowalczyk and E. Leś-Bomba, *On a subclass of close-to-convex functions*, App. Math. Letters 23: 1147–1151, (2010).
- [4]. E. Leś-Bomba and P. Liczberski, *On some family of holomorphic functions of several complex variables*, Sci. Bull. Chełm, Sec. Math. and Comput. Sci. 2: 7-1-6 (2007).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)