



teoria ergodyczna

patroni sesji:

Czesław Ryll-Nardzewski, Edward Świąda



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich

w stulecie

Polskiego Towarzystwa Matematycznego

Kraków 3 -7 września 2019

# Spis treści

---

---

## Teoria ergodyczna

3



4 Klaudiusz Czupek, Tomasz Szarek

Centralne twierdzenie graniczne dla losowych homeomorfizmów odcinka



5 Tomasz Downarowicz

Wkład Czesława Ryll-Nardzewskiego w rozwój teorii ergodycznej



6 Brunon Kamiński

Edward Sąsiada – inicjator badań w zakresie teorii ergodycznej na UMK w Toruniu

■ ■ 7 Olena Karpel, Sergey Bezuglyi, Jan Kwiatkowski  
Dokładna liczba ergodycznych miar niezmienniczych dla diagramów Brattelego

■ ■ 9 Mariusz Lemańczyk  
Rozłączność möbiusowa układów sztywnych

■ ■ 10 Romuald Lenczewski  
Decomposition of free cumulants

■ ■ 11 Zbigniew Lipecki  
Zwartość przedziałów porządkowych w kracie liniowej z topologią lokalnie solidną

■ ■ 12 Grzegorz Plebanek  
Miary doskonałe i gry Banacha–Mazura

■ ■ 13 Andrzej Wiśnicki  
Wokół nieliniowej wersji twierdzenia Rylla–Nardzewskiego

# Centralne twierdzenie graniczne dla losowych homeomorfizmów odcinka

Klaudiusz Czudek

klaudiusz.czudek@gmail.com

Polska Akademia Nauk

Niech  $f_1, \dots, f_n$  będą rosnącymi homeomorfizmami domkniętego odcinka  $[0, 1]$ . Będąc w punkcie  $x \in (0, 1)$ , losujemy homeomorfizm  $f_i$  z pewnym prawdopodobieństwem  $p_i$ , niezależnym od punktu  $x$ , i przesuwamy się do punktu  $f_i(x)$ . W ostatnich latach powstało wiele prac dotyczących ergodycznych własności tak skonstruowanego łańcucha Markowa. W trakcie referatu przedstawię krótki i elementarny dowód jedyności miary stacjonarnej oraz szkic dowodu centralnego twierdzenia granicznego. Wynik uzyskano wspólnie z Tomaszem Szarkiem.

## Bibliografia

- [1] K. Czudek, T. Szarek, *Ergodicity and central limit theorem for random interval homeomorphisms*, przyjęta do publikacji w Israel Journal of Mathematics
- [2] L. Alsedà, M. Misiurewicz, *Random interval homeomorphisms*, Publ. Mat., **58**: 15 – 36 (2014).
- [3] D. Malicet, *Random walks on  $\text{Homeo}(S^1)$*  Comm. Math. Phys. **356(3)**:1083 – 1116 (2017).
- [4] M. Maxwell, M. Woodroffe, *Central limit theorems for additive functionals of Markov chains*, Ann. Probab., **28(2)** 713 – 724 (2000).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

# Wkład Czesława Ryll-Nardzewskiego w rozwój teorii ergodycznej

Tomasz Downarowicz

mail@myserver.com

Politechnika Wrocławska

W krótkim wystąpieniu postaram się nakreślić najważniejsze wyniki Czesława Ryll-Nardzewskiego zarówno bezpośrednio w teorii ergodycznej, jak również te, które pośrednio przyczyniły się do rozwoju tej teorii.

## Bibliografia

- [1] Tomasz Downarowicz, *Wkład Czesława Ryll-Nardzewskiego w rozwój teorii ergodycznej*, *Wiadomości Matematyczne* 53, nr 2, (2017), 235 – 243

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

# Edward Sęsiada - inicjator badań w zakresie teorii ergodycznej na UMK w Toruniu

Brunon Kamiński

bkam@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Głównym celem referatu jest zaprezentowanie osiągnięć naukowych i dydaktycznych Edwarda Sęsiady, które przyczyniły się do powstania na UMK w Toruniu zespołu prowadzącego badania naukowe w zakresie teorii ergodycznej i układów dynamicznych.

## Bibliografia

- [1] 1. S. Balcerzyk, *50 lat seminarium algebraicznego w Toruniu*, Wiad. Mat. **41** (2005), 107 - 117.
- [2] 2. S. Balcerzyk, B. Kamiński, *Edward Sęsiada (1924 - 1999)*, Wiad. Mat. **37** (2001), 145 - 152.
- [3] 3. R. S. Ingarden, *Comments on the Kolmogorov-Sinai-Sęsiada entropy and the quantum information theory*, Rep. Math. Phys. **10** (1976), 131 - 135.
- [4] 4. D. Simson, *Konstrukcja pierścieni Sęsiady*, Wiad. Mat. **41** (2005), 119 - 124.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

# Dokładna liczba ergodycznych miar niezmienniczych dla diagramów Brattelego

Olena Karpel

[helen.karpel@gmail.com](mailto:helen.karpel@gmail.com)

Akademia Górniczo-Hutnicza / B. Verkin ILTPE of NASU

Współautorzy:

**Sergey Bezuglyi**

[sergii-bezuglyi@uiowa.edu](mailto:sergii-bezuglyi@uiowa.edu)

University of Iowa, USA

**Jan Kwiatkowski**

[jkwiat@mat.umk.pl](mailto:jkwiat@mat.umk.pl)

Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania im. Prof. Tadeusza Kotarbińskiego

Referat jest poświęcony badaniu sympleksu  $\mathcal{M}_1(B)$  miar probabilistycznych na przestrzeni ścieżek diagramu Brattelego  $B$ , które są niezmiennicze względem współkońcowej relacji równoważności. Takie miary są również niezmiennicze względem homeomorfizmu zbioru Cantora. Przedstawimy kryterium monoergodyczności dla dowolnego diagramu Brattelego, a w przypadku diagramu Brattelego skończonej rangi  $k$  podamy warunki konieczne i wystarczające na to, żeby diagram posiadał dokładnie  $1 \leq l \leq k$  ergodycznych probabilistycznych miar niezmienniczych. Podamy opis struktury diagramów Brattelego o skończonej randze oraz opiszemy poddiagramy będące nośnikami miar ergodycznych. Dla diagramów Brattelego nieskończonej rangi przedstawimy warunki

wystarczające na to, żeby diagram posiadał dokładną (skończoną lub nieskończoną) liczbę miar probabilistycznych ergodycznych niezmienniczych. Rozważymy kilka przykładów, w szczególności stacjonarne diagramy Brattelego, diagramy Pascala-Brattelego oraz układy Toeplitza.

- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)



# Rozłączność möbiusowa układów sztywnych

Mariusz Lemańczyk

mlem@mat.umk.pl

Wydział Matematyki i Informatyki, UMK, Toruń

Po krótkim przedstawieniu hipotezy Sarnaka i jej związków z teorią liczb, celem referatu jest przedstawienie szkicu dowodu rozłączności möbiusowej układów dynamicznych, których miary niezmiennicze wyznaczają metryczne układy sztywne. Referat na podstawie wspólnej pracy z A. Kanigowskim i M. Radziwiłłem.

## Bibliografia

- [1] A. Kanigowski, M. Lemańczyk, M. Radziwiłł, *Rigidity in dynamics and Möbius disjointness*, arXiv:1905.13256.
- [2] P. Sarnak, *Three lectures on the Möbius function, randomness and dynamics*, 2010, <http://publications.ias.edu/sarnak/>.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

# Decomposition of free cumulants

Romuald Lenczewski

romuald.lenczewski@pwr.edu.pl

Politechnika Wroclawska

Freeness of Voiculescu is the most interesting notion of independence in noncommutative probability. In this theory, free cumulants of probability distributions play the role of noncommutative analogs of classical cumulants. We will present a new approach to free cumulants based on their decomposition and discuss the associated lattices of partitions.

- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

# Zwartość przedziałów porządkowych w kracie liniowej z topologią lokalnie solidną

Zbigniew Lipecki

lipecki@impan.pan.wroc.pl

Polska Akademia Nauk

Niech  $X$  będzie kratą liniową z topologią lokalnie solidną (np. kratą Banacha z topologią mocną), a  $x$  jej elementem dodatnim. Podamy warunki konieczne i wystarczające na to, aby przedział porządkowy  $[0, x]$  był zwarty. Są wśród nich dwa natępujące: (i)  $\text{extr}[0, x]$  jest zwarte i  $[0, x]$  jest porządkowo zupełne; (ii) istnieje homeomorfizm afiniczny przedziału  $[0, x]$  na pewną kostkę Tichonowa  $[0, 1]^S$  zachowujący porządek.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

# Miary doskonałe i gry Banacha-Mazura

Grzegorz Plebanek

grzes@math.uni.wroc.pl

Uniwersytet Wrocławski

Marczewski [1953] wprowadził pojęcie miary zwartej, a Ryll-Nardzewski [1953] udowodnił, że miara jest doskonała wtedy i tylko wtedy gdy jest zwarta w sensie Marczewskiego na każdym przeliczalnie generowanym pod- $\sigma$ -ciele swojej dziedziny. W dwóch innych wspólnych pracach Marczewski i Ryll-Nardzewski badali zastosowania miar doskonałych do zagadnień związanych z istnieniem miar, określonych na iloczynach kartezyjskich i mających zadane rozkłady brzegowe.

Fremlin [2000] wprowadził klasę miar związanych z grą nieskończoną typu Banacha-Mazura i badał związki takich miar z miarami zwartymi. Fremlin postawił też problem, czy każda skończona miara na dowolnych  $\sigma$ -ciele zawartym w  $Bor[0, 1]$  jest zwarta i przedstawił jego rozwiązanie przy założeniu hipotezy continuum.

Mój odczyt ma na celu przypomnienie pewnych, do dziś otwartych problemów, które mają teoriomnogościowy posmak i są związane z tymi zagadnieniami.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

# Wokół nieliniowej wersji twierdzenia Rylla-Nardzewskiego

Andrzej Wiśnicki

andrzej.wisnicki@up.krakow.pl

Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

Twierdzenie Rylla-Nardzewskiego o punkcie stałym, dotyczące dystalnych pólgrup ciągłych odwzorowań afinicznych działających na wypukłych i słabo zwartych podzbiorach przestrzeni lokalnie wypukłej (w szczególności pólgrup afinicznych izometrii), znalazło wiele zastosowań, m.in. w teorii ergodycznej, w dynamice topologicznej oraz w geometrycznej teorii grup. W referacie przedstawimy jego nieliniowe rozszerzenie na dystalne pólgrupy odwzorowań nieoddalających (tzn. 1-lipschitzowskich), przedyskutujemy możliwe dalsze uogólnienia oraz podamy kilka jego zastosowań, m.in. do otrzymania nieliniowego rozszerzenia twierdzenia Badera-Gelandera-Monoda dotyczącego grup izometrii w przestrzeniach  $L$ -osadzonych (np. w  $L^1$ , w przestrzeniach predualnych do algebr von Neumanna).

## Bibliografia

- [1] U. Bader, T. Gelander, N. Monod, *A fixed point theorem for  $L_1$  spaces*, Invent. Math., **189**: 143 – 148 (2012).
- [2] C. Ryll-Nardzewski, *Generalized random ergodic theorems and weakly almost periodic functions*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. **10**: 271 – 275 (1962).
- [3] A. Wiśnicki, *Around the nonlinear Ryll-Nardzewski the-*

*orem*, arXiv:1903.12123.

- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)