100 lat PTM

# teoria operatorów

patroni sesji

Andrzej Alexiewicz, Włodzimierz Mlak, Władysław Orlicz

rok zał. 1919

Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

# Indeks abstraktów

## Analityczność funkcji operatorowych o wartościach subnormalnych

**Dariusz Cichoń** dariusz.cichon@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Referat jest oparty na pracy [1]. Funkcje analityczne o wartościach normalnych są z konieczności *łącznie normalne* [3]. Analityczność funkcji o wartościach subnormalnych nie oznacza jej łącznej subnormalności [2], chociaż „łączna subnormalność" zachowuje się jak „normalność" w przypadku głównych twierdzeń [3], gdyż operatorowa funkcja analityczna na obszarze jest łącznie subnormalna, jeśli jej restrykcja do zbioru jednoznaczności jest funkcją łącznie subnormalną. To przestaje być prawdą, jeśli zbiór jednoznaczności ma puste wnętrze, a restrykcja do niego ma wartości normalne. Naturalne jest pytanie: czy minimalne normalne rozszerzenie funkji analitycznej o wartościach subnormalnych jest funkcją analityczną? Jaki jest związek między między łączną subnormalnością funkcji i jej współczynników Taylora? Jako przykłady posłużą perturbacje operatorów unitarnych i subnormalnych izometrii częściowych.

**Bibliografia**

[1] D. Cichoń, J. Stochel, *Subnormality, analyticity and perturbations*, Rocky Mountain J. Math. **37** (2007), 1831-1869.

[2] X. Catepillán, W. Szymanski, *Linear combinations of isometries*, Rocky Mountain J. Math. 34 (2004), 187-193.

[3] J. Globevnik, I. Vidav, A note on normal-operator-valued analytic functions, *Proc. Amer. Math. Soc.* **37** (1973), 619-621.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Wybrane własności geometryczne przestrzeni funkcyjnych Banacha i zastosowanie w teorii aproksymacji

**Maciej Ciesielski** maciej.ciesielski@put.poznan.pl
Politechnika Poznańska

Niech $L^0 = L^0(I)$ będzie zbiorem wszystkich klas abstrakcji relacji równoważności funkcji mierzalnych o wartościach rzeczywistych na zbiorze $I = [0, \alpha)$, gdzie $0 < \alpha \leqslant \infty$. Dla każdego $x \in L^0$ definiujemy $x^*(t) = \inf\{\lambda > 0 : m(|x| > \lambda) \leqslant t\}$, $x^{**}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t x^*(s)ds$ dla $t > 0$. Przestrzeń funkcyjną (quasi-)Banacha nazywamy przestrzenią symetryczną (quasi-)Banacha jeśli dla $x \in L^0$, $y \in E$ gdzie $d_x(\lambda) = d_y(\lambda) = m(|y| > \lambda)$, $\lambda > 0$ mamy $x \in E$, $x_E = y_E$. Relacją *Hardy-Littlewood-Pólya* $\prec$ nazywamy relację określoną dla dowolnych $x, y \in L^1 + L^\infty$ następująco $x \prec y \Leftrightarrow x^{**}(t) \leqslant y^{**}(t)$ dla każdego $t > 0$. Przestrzeń funkcyjna Banacha $E$ jet ***lokalnie jednostajnie wypukła***, jeżeli dla dowolnego $(x_n) \subset E$ oraz $x \in E$ takiego, że $\left\|x_n + x\right\|_E \to 2\left\|x\right\|_E$ i $\left\|x_n\right\|_E \to \left\|x\right\|_E$, mamy $\left\|x_n - x\right\|_E \to 0$. Przestrzeń symetryczną (quasi-)Banacha $E$ nazywamy ***ściśle*** *$K$-monotoniczną* ($E \in (SKM)$) jeśli dla każdego $x, y \in E$ gdzie $x^* \neq y^*$, $x \prec y$ mamy $\left\|x\right\|_E < \left\|y\right\|_E$. Przestrzeń symetryczną (quasi-)Banacha $E$ nazywamy *$K$-porządkowo ciągłą* ($E \in (KOC)$), jeżeli dla dowolnego $x \in E$ oraz $(x_n) \subset E$ takiego, że $x_n \prec x$, $x_n^* \to 0$ p.w. mamy $\left\|x_n\right\|_E \to 0$. Mówimy, że $E$ jest *jednostajnie $K$-monotoniczna* ($E \in (UKM)$) jeżeli dla dowolnych $(x_n), (y_n) \subset E$ takich, że $x_n \prec y_n$ dla $n \in \mathbb{N}$ oraz $\lim_{n\to\infty}\left\|x_n\right\|_E = \lim_{n\to\infty}\left\|y_n\right\|_E$, mamy $\lim_{n\to\infty}\left\|x_n^* - y_n^*\right\|_E = 0$.

Przedstawimy pełną charakterystykę lokalnej jednostajnej wypukłości na stożku elementów nieujemnych $E^+$ oraz na stożku elementów nieujemnych i nierosnących $E^d$ dla przestrzeni funkcyjnej Banacha. Następnie, pokażemy ścisłe zależności pomiędzy własnościami wypukłościowymi na stożku $E^d$ i refleksywnością dla przestrzeni symetrycznej Banacha $E$. W dalszej kolejności, przedyskutujemy pełne kryteria dla $K$-porządkowej ciągłości i dla jednostajnej $K$-monotoniczności w przestrzeniach symetrycznych quasi-Banacha. Dodatkowo, zaprezentujemy szereg przykładów przestrzeni symetrycznych quasi-Banacha, dla których zostały wykazane wspomniane własności geometryczne. Ostatecznie, przedstawimy rezultaty poświęcone zastosowaniu ścistej $K$-monotoniczności, $K$- porządkowej ciągłości oraz jednostajnej $K$-monotoniczności w badaniu własności operatora zdominowanej najlepszej aproksymacji w sensie relacji Hardy-Littlewood-Pólya $\prec$ w przestrzeniach symetrycznych Banacha. Opracowanie zostało przygotowane w oparciu o następujące prace.

**Bibliografia**

[1] M. Ciesielski, *On geometric structure of symmetric spaces*, J. Math. Anal. Appl. **430** (2015), no. 1, 98-125.
[2] M. Ciesielski, *Relationships between K-monotonicity and rotundity properties with application*, J. Math. Anal. Appl. **465** (2018), no. 1, 235-258.
[3] M. Ciesielski, *Strict K-monotonicity and K-order continuity in symmetric spaces*, Positivity **22** (2018), no. 3, 727â743.
[4] M. Ciesielski, *Hardy-Littlewood-Pólya relation in the best dominated approximation in symmetric spaces*, J. Approx. Theory **213** (2017), 78-91.
[5] M. Ciesielski and G. Lewicki, *Uniform K-monotonicity and K-order continuity in symmetric spaces with application to approximation theory*, J. Math. Anal. Appl. **456** (2017), no. 2, 705â730.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## On spectral analysis of elliptic differential operators

**Petru A. Cojuhari** cojuhari@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

We propose to discuss spectral properties, mainly important for scattering theory, of (higher order) elliptic differential operators. Problems are treated for the general case, in an abstract framework, using direct methods of perturbation theory. Applications to Dirac and Pauli operators will be considered. In particular, results concerning the asymptotic distribution of eigenvalues, as well as estimates of their number created in spectral gaps will be presented.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Kilka uwag o przestrzeniach Orlicza-Lorentza

**Paweł Foralewski** katon@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

W czasie referatu przedstawione zostanie kilka faktów, także mniej znanych, dotyczących przestrzeni Orlicza-Lorentza i ich roli w teorii operatorów.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Some “exotic” constructions in Banach spaces

**Kazimierz Goebel** goebel@hektor.umcs.lublin.pl
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

It is obvious and well known fact that the geometry and topology of finite dimensional Banach spaces changes substantially when we pass to the case of infinite dimension.

This is caused mainly by the fact that bounded and closed subsets of infinite dimensional space are, not necessarily compact. Especially all balls are not compact.

In consequence of that, many classical theorems valid in finite dimensional spaces fail in this more general setting. Within the category of infinite dimensional Banach spaces, there are also differences caused by the regularity of geometries induced by the selection of the norm.

In the talk we present a number examples related to fixed point theory and illustrating such situations.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## POVMs and frames associated with Naimark’s dilation theorem

**Alan Kamuda** kamuda@agh.edu.pl
Akademia Górniczo-Hutnicza

The well-known Naimark dilation theorem [1] states that each generalized resolution of the identity in $\mathfrak{H}$ admits the dilation to an orthogonal resolution of the identity in a Hilbert space $\widehat{\mathfrak{H}}$ containing $\mathfrak{H}$

as a subspace. Its application to the frame theory leads to the conclusion that each 1-tight frame in $\mathfrak{H}$ is an orthogonal projection of an orthonormal basis of $\widehat{\mathfrak{H}}$ [2]. We give another proof of this result, consider various generalizations. Then, we provide the connection between Naimark's dilation theorem with POVMs (positive operator-valued measures) [3] and how that relate to frames.

**References**

[1] M. A. Naimark, *Spectral functions of a symmetric operator*, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat, vol 4 (1940), no. 3.

[2] D. Han, D. R. Larson, *Frames, bases and group representations*, Mem. Amer. Math. Soc. 147 (2000), no. 697.

[3] A. S. Holevo, *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory*, Edizioni della Normale (2001).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Kiedy algebry operatorów na przestrzeniach Banacha są przestrzeniami Grothendiecka?

**Tomasz Kania** kania@math.cas.cz
Czeska Akademia Nauk, Czechy

Pfitzner uogólnił twierdzenie Pełczyńskiego orzekające, że przestrzenie $C(K)$ mają tzw. własność (V) na wszystkie C*-algebry z czego wynika, że algebry von Neumanna (a więc i algebry *wszystkich* operatorów na przestrzeniach Hilberta) są przestrzeniami Grothendiecka, tj. zbieżność słaba i *-słaba ciągów w ich przestrzeniach sprzężonych są tożsame. Omówimy pierwszy kontrprzykład do problemu z książki Diestala i Uhla *Vector Measures* dotyczącego pytania o to czy przestrzeń operatorów na przestrzeni refleksywnej musi mieć tę własność. Wspomnimy także dalsze kontprzykłady (przestrzeń Tsirelsona, przestrzenie Baernsteina) uzyskane we wspólnej pracy z Beanlandem i Laustsenem. Ponadto, omówimy potencjalne zastosowania przestrzeni refleksywnych, których algebra operatorów ma własność Grothendiecka.

**Bibliografia**

[1] K. Beanland, T. Kania, N. J. Laustsen, *The algebras of bounded operators on the Tsirelson and Baernstein spaces are not Grothendieck spaces*, praca przyjęta do druku w Houston Journal of Mathematics.

[2] J. Diestel, J. J. Uhl Jr., *Vector Measures*, Tom **15** Math. Surveys. AMS, Providence, RI, (1977).

[3] T. Kania, *A reflexive Banach space whose algebra of operators is not a Grothendieck space*, J. Math.Anal. Appl. **401**: 242–243 (2013).

[4] H. Pfitzner, *Weak compactness in the dual of a C*-algebra is determined commutatively*, Math. Ann. **298**: 349â371 (1994).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Własność punktu stałego optymalnych dziedzin operatorów Hardy'ego

**Paweł Kolwicz** pawel.kolwicz@put.poznan.pl
Politechnika Poznańska

Operator Hardy'ego, nazywany również operatorem Cesàro, $C : L^0(I) \to L^0(I)$, jest zdefiniowany wzorem $Cf(x) = \frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$, dla $0 < x \in I$, gdzie $I = [0, 1]$ lub $I = [0, \infty)$. Dla rzeczywistej funkcyjnej przestrzeni Banacha $X = (X, \cdot)$ nad przestrzenią $I$ z miarą Lebesgue'a *abstrakcyjną przestrzeń Cesàro* $CX = CX(I)$ definiujemy jako $CX = \{f \in L^0(I) : C|f| \in X\}$ z normą $\|f\|_{CX} = \|C|f|\|_X$. Ponadto, *abstrakcyjna przestrzeń Copsona* $C^*X = C^*X(I)$ jest definiowana wzorem $C^*X := \{f \in L^0(I) : C^*|f| \in X\}$ z normą $\|f\|_{C^*X} := \|C^*|f|\|_X$, gdzie $C^*$ oznacza operator sprzężony w sensie Köthe'go do operatora Cesàro $C$, nazywany *operatorem Copsona.* Zaprezentujemy następujące

**Twierdzenie.** *Niech $X$ będzie funkcyjną przestrzenią Banacha taką, że $CX \neq \{0\}$ ($C^*X \neq \{0\}$). Wtedy funkcyjna przestrzeń Cesàro (Copsona) $CX$ ($C^*X$) zawiera asymptotycznie-izometryczną kopię przestrzeni $\ell^1$ i w konsekwencji, na mocy rezultatu P. N. Dowlinga i C. J. Lennarda, nie ma własności punktu stałego.*

Przedyskutujemy również inne konsekwencje tego twierdzenia oraz pewne jego uogólnienia.

Referat jest oparty na wspólnej pracy z T. Kiwerskim oraz L. Maligrandą [1].

**Bibliografia**


[1] T. Kiwerski, P. Kolwicz and L. Maligranda, Fixed point property for the optimal domains of the Hardy-type operators,
*https://arxiv.org/pdf/1906.09672.pdf*.


• Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## $m$–izometryczne operatory kompozycji


**Jakub Kośmider** jakub.kosmider@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński


Podczas prezentacji zostaną przedstawione wybrane własności m-izometrycznych operatorów kompozycji na grafach z jedną pętlą. Podane będą między innymi charakteryzacja całkowitej hiperekspansywności oraz rozwiązania problemów m-izometrycznych uzupełnień ciągów liczb dodatnich do miar przestrzeni, na których określone są te operatory.

Zaprezentowane wyniki są rezultatem wspólnej pracy z Zenonem Jabłońskim.

• Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Jedyność minimalnej projekcji w przestrzeni trójwymiarowych macierzy


**Michał Kozdęba** michal.w.kozdeba@gmail.com
Uniwersytet Jagielloński i Uniwersytet Rolniczy w Krakowie


Niech $S = (M(n, m, r), .)$ oznaczać będzie przestrzeń funkcji $f : \{1, \dots n\} \times \{1, \dots m\} \times \{1, \dots r\} \mapsto \mathbb{K}$ z normą .. Rozpatrywać możemy ją jako przestrzeń trójwymiarowych macierzy o wyrazach rzeczywistych lub zespolonych. Jako $M(1, 1, r)$ rozumieć będziemy podprzestrzeń $S$ macierzy 3-wymiarowych o takich elementach $a_{ijk}$, że $a_{i_1 j_1 k} = a_{i_2 j_2 k}$ dla dowolnych $i_1, i_2 \in \{1, 2, \dots, n\}$, $j_1, j_2 \in \{1, 2, \dots, m\}$ oraz $k \in \{1, 2, \dots, r\}$. Analogicznie definiujemy $M(1, m, 1)$, $M(n, 1, 1)$. Pokażę, że istnieje dokładnie jedna projekcja minimalna z $S$ na jej podprzestrzeń $T = M(1, 1, r) + M(1, m, 1) + M(1, 1, r)$. W swoim referacie uogólniam wyniki T. Skrzypka [1], [2] wykorzystujac swoje rezultaty [3].

**Bibliografia**


[1] L. Skrzypek, *The uniqueness of minimal projections in smooth matrix spaces,* J. Approx. Theory, Vol. 107, (2000), 315-336.

[2] L. Skrzypek, *Minimal projections in spaces of functions of N variables,* J. Approx. Theory, Vol. 123, (2003), 214-231.

[3] M. Kozdęba, *Minimal projection onto certain subspace of $L_p(X \times Y \times Z)$*, Num. Func. Anal. and Optim., Vol. 39, no. 13 (2018), 1407â1422.


• Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## On modulated topological vector spaces and applications


**Wojciech M. Kozlowski** w.m.kozlowski@unsw.edu.au
University of New South Wales, Australia


We introduce a notion of modulated topological vector spaces, that generalizes, among others, Banach and modular function spaces. As an example of application, we prove some results, which extend Kirk's and Browder's fixed point theorems. The theory of modulated topological vector spaces provides a very minimalistic framework, where powerful fixed point theorems are valid under a bare minimum of assumptions.

**References**

[1] W.M. Kozlowski, *On modulated topological vector spaces and applications*, Bull. Aust. Math. Soc. in press (2019).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## O pewnej własności geometrycznej w przestrzeniach Orlicza

**Damian Kubiak** dkubiak@tntech.edu
Tennessee Technological University, USA

Przestrzeń Banacha $X$ ma własność Daugaveta gdy każdy operator $T : X \to X$ rzędu 1 spełnia warunek $\|\mathrm{Id} + T\| = 1 + \|T\|$. Wiadomo, że jedynymi przestrzeniami Orlicza mającymi własność Daugaveta są $L_1$ i $L_\infty$. Ponadto, własność Daugaveta implikuje lokalną własność średnicy 2 tzn. każdy plaster (slice) kuli jednostkowej ma średnicę 2.

Celem tego odczytu jest zaprezentowanie pewnej geometrycznej własności blisko związanej z lokalną własnością średnicy 2, która charakteryzuje przestrzeń $L_1$ wśród wszystkich przestrzeni Orlicza.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Metoda rozszerzeń harmonicznych

**Mateusz Kwaśnicki** mateusz.kwasnicki@pwr.edu.pl
Politechnika Wrocławska

Rozważmy operator eliptyczny drugiego rzędu $L$ w półprzestrzeni $\mathbb{H} = \mathbb{R}^n \times (0, \infty)$. Operator Dirichleta–Neumanna $K$ przyporządkowuje danej funkcji $f$, określonej na brzegu obszaru $\mathbb{H}$, pochodną normalną $Kf = \partial_y u$ rozwiązania zagadnienia Dirichleta $Lu = 0$ wewnątrz $\mathbb{H}$ z warunkiem brzegowym $u = f$ na brzegu $\mathbb{H}$.

Od XIX w.wiadomo, że gdy $L = \Delta$, to $K = -(-\Delta)^{1/2}$. Gdy $L = c_s y^{1/s-2}\Delta_x + \partial_{yy}$, gdzie $s \in (0, 1)$ oraz $c_s$ jest odpowiednią stałą, to $K = -(-\Delta)^s$. Jest to tzw.*metoda rozszerzeń harmonicznych Caffarellego–Silvestra*, szczegółowo opisana w pracy tych dwóch autorów z 2007 r., choć w istocie obecna już w pracach Muckenhoupta i Steina czy Mołczanowa i Ostrowskiego w latach 60.XX w.

Wraz z Jackiem Muchą w artykule [2] charakteryzujemy operatory Dirichleta–Neumanna pochodzące od symetrycznych operatorów eliptycznych drugiego rzędu, niezmienniczych ze względu na izometrie $\mathbb{H}$, tj.operatorów postaci $L = a(y)\Delta_x + b(y)\partial_{yy} + c(y)\partial_y$. Z kolei w najnowszym artykule [1] uzyskujemy analogiczny rezultat w półpłaszczyźnie ($n = 1$), za to bez założenia symetrii $L$.

**Bibliografia**

[1] M. Kwaśnicki, *Harmonic extension technique for non-symmetric operators with completely monotone kernels*, w przygotowaniu.
[2] M. Kwaśnicki, J. Mucha, *Extension technique for complete Bernstein functions of the Laplace operator*, J. Evol. Equ. **18(3)**: 1341–1379 (2018).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Słabo zwarte zbiory i słabo zwarte mnożniki

**Karol Leśnik** klesnik@vp.pl
Politechnika Poznańska

Podczas referatu zaprezentuję aktualne wyniki dotyczące przestrzeni mnożników punktowych pomiędzy różnymi klasami przestrzeni funkcyjnych. Motywem przewodnim będzie problem opisu słabo zwartych mnożników w terminach własności symbolu mnożnika. Pytanie to w naturalny sposób prowadzi do problemu opisu zbiorów warunkowo słabo zwartych w przestrzeniach funkcyjnych. W związku z tym przedstawię też nową i pełną charakteryzację przestrzeni funkcyjnych spełniających kryterium Dunforda–Pettisa, tj. przestrzeni, w których wszystkie zbiory relatywnie słabo zwarte są równocałkowalne. Omówię ponadto związek równocałkowalności z warunkiem de la Valleé Poussina w przestrzeniach symetrycznych.

**Bibliografia**

[1] K. Leśnik, L. Maligranda and J. Tomaszewski, *Weakly compact sets and weakly compact pointwise multipliers in function spaces*, preprint.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Projekcje minimalne w przestrzeniach Banacha

**Grzegorz Lewicki** Grzegorz.Lewicki@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

Niech $X$ będzie przestrzenią Banacha a $Y \subset X$ jej domkniętą podprzestrzenią. Operator liniowy i ciągły $P : X \to Y$ nazywamy *projekcją* jezeli $P|_Y = id|_Y$. Zbiór wszytkich projekcji z $X$ na $Y$ będziemy oznaczać symbolem $\mathcal{P}(X, Y)$. Operator $P_o \in \mathcal{P}(X, Y)$ nazywamy *projekcją minimalną* jezeli $P_o \leqslant P$ dla dowolnego $P \in \mathcal{P}(X, Y)$. Istnieje bogata literatura dotycząca problematyki projekcji minimalnych. Główne problemy rozwazane w tej teorii to:

1. Istnienie projekcji minimalnych;
2. Jedyność projekcji minimalnych;
3. Efektywne wzory na projekcje minimalne;
4. Oszacowania norm projekcji minimalnych.

Podczas referatu, który będzie miał charakter przeglądowy, zaprezentujemy najistotniejsze wyniki dotyczące wyzej wymienionych problemów.

**Bibliografia**

[1] E. W. Cheney and P. D. Morris, *On the existence and characterization of minimal projections,* J. Reine Angew. Math. Vol. 270, (1974), 61-76.

[2] E. W. Cheney, C.R. Hobby, P.D. Morris, F. Schurer and D.E. Wulbert, *On the minimal property of the Fourier projection,* Trans. Amer. Math. Soc. 143, (1969), 249–258.

[3] B. L. Chalmers and G. Lewicki, *Symmetric subspaces of $l_1$ with large projection constants,* Studia Math., **134** (1999), 119 - 133.

[4] B. L. Chalmers and F. T. Metcalf, *The determination of minimal projections and extensions in $L^1$,* Trans. Am. Math. Soc., **329** (1992), 289 - 305.

[5] S. Foucart and Skrzypek L. *On maximal relative projection constants,* Journal of Mathematical Analysis and Applications, (2017), (447,1), 309 - 328.

[6] H. König, C. Schuett and N. Tomczak - Jaegermann, *Projection constants of symmetric spaces and variants of Khinchine's inequality,* J. Reine Angew. Math., **511**, (1999), 1 - 42.

[7] S.M. Lozinski, *On a class of linear operators,* Dokl. Akad. Nauk SSSR, (61), (1948), 193–196.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## O sumach skręconych przestrzeni Banacha $c_0$ i $C(K)$

**Witold Marciszewski** wmarcisz@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Współautorzy:
**Antonio Avilés** avileslo@um.es
Universidad de Murcia

**Grzegorz Plebanek** grzes@math.uni.wroc.pl
Uniwersytet Wrocławski

Rozważamy klasę przestrzeni Banacha $Y$, dla których istnieje nietrywialna suma skręcona przestrzeni $c_0$ i przestrzeni $Y$, tj. istnieje przestrzeń Banacha $X$ zawierająca niedopełnialną kopię $Z$ przestrzeni $c_0$ taką, że przestrzeń ilorazowa $X/Z$ jest izomorficzna z $Y$. Przedstawię charakteryzację takich przestrzeni $Y$ w terminach własności słabej* topologii w przestrzeni sprzężonej $Y^*$. Pokażę, że przy założeniu hipotezy continuum (CH), dla dowolnej niemetryzowalnej przestrzeni zwartej $K$, istnieje nietrywialna suma skręcona przestrzeni $c_0$ i przestrzeni $C(K)$. Ten wynik daje pozytywne rozwiązanie problemu Cabello, Castillo, Kaltona and Yosta (przy założeniu CH). Wcześniej, wspólnie z G. Plebankiem pokazaliśmy, że przy założeniu aksjomatu Martina i negacji hipotezy continuum ten problem ma negatywne rozstrzygnięcie.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## On surjections between Banach spaces of continuous functions on separable non-metrizable compact lines

Artur Michalak michalak@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

For a compact subset $K$ of $[0,1]$ and a subset $A$ of $K$, we denote by $K_A$ the modification of the two-arrows space with base $K$ and duplicated set $A$. We study necessary conditions for the existence of continuous linear surjections between Banach spaces $C(K_A)$ of all real continuous functions on $K_A$ spaces. We show that if there exists a continuous linear surjection from $C(K_A)$ onto $C(L_B)$ and $A$ is a member of the additive Borel class $\Sigma_\alpha$ for some ordinal number $1 \leqslant \alpha \leqslant \omega_1$, then $B \in \Sigma_{\max\{3,1+\alpha\}}$.

### References

[1] G. Godefroy, *http://www.fields.utoronto.ca/audio/02-03/banach/godefroy/*
[2] W. Marciszewski, *Modifications of the double arrow space and related Banach spaces* $C(K)$, Studia Math. **184** (2008), 249-262.
[3] A. Michalak, *On surjections between Banach spaces of continuous functions on separable nonmetrizable compact lines*, Fundamenta Math. **246** (2019), 301-320.
[4] A. Ostaszewski, *A characterization of compact, separable, ordered spaces*, J. London Math. Soc. **7** (1974), 758-760.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Chaos liniowy i analiza spektralna operatorów

Marcin Moszyński mmoszyns@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Opowiem o modnym w ostatnich latach *chaosie liniowym* [4], czyli „chaotycznym” zachowaniu pótgrup operatorów „generowanych” przez operator liniowy (generator pótgrupy) w przestrzeni Banacha. Skupię się głównie na kryteriach [3], [5] (w tym dość nowych [5]), które gwarantują chaotyczność przy pewnych założeniach, dotyczących widma i własności spektralnych generatora. Zilustruję je kilkoma przykładami, w tym klasycznym przykładem Rolewicza z 1969 roku [6]. Wspomnę też o problemie selekcji wartości własnych [5].

### Bibliografia

[1] J. Banasiak and M. Moszyński, *A generalization of Desch-Schappacher-Webb criteria for chaos*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - A **12** no. 5: 959–972 (2005).
[2] J. Banasiak, M. Lachowicz and M. Moszyński, *Chaotic behavior of semigroups related to the process of gene amplification–deamplification with cells' proliferation*, Math. Biosciences **206**:, 200–215 (2007).
[3] W. Desch, W. Schappacher and G.F. Webb, *Hypercyclic and chaotic semigroups of linear operators*, Ergodic Th. Dynam. Systems **17**: 793–819 (1997).
[4] K.-G. Grosse-Erdmann and A. Peris Manguillot, *Linear Chaos*, Springer, London, 2011.
[5] M. Moszyński, *NON-SVEP, Right-Inversion Point Spectrum and Chaos*, Integral Equations and Operator theory **88**: 1–13 (2017).
[6] S. Rolewicz, *On orbits of elements*, Studia Mathematica 32: 17–22 (1969).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Ciągłe operatory liniowe na przestrzeniach Orlicza-Bochnera

**Marian Nowak** M.Nowak@wmie.uz.zgora.pl
Uniwersytet Zielonogórski

Niech $L\varphi(X)$ będzie przestrzenią Orlicza-Bochnera ($\varphi$ jest funkcją Younga a $X$ jest przestrzenią Banacha) z topologią modularną $T\varphi$ . Topologia modularna $T\varphi$ jest najsilniejszą topologią Lebesgue'a na $L\varphi(X)$. W szczególności, gdy funkcja Younga $\varphi$ spełnia warunek $\Delta_2$ , to ta topologia modularna pokrywa się ze zwykłą topologią normową na $L\varphi(X)$. Rozważany jest problem całkowej reprezentacji ciągłych operatorów liniowych z przestrzeni $L\varphi(X)$ do przestrzeni Banacha $Y$. Badane są ważne klasy ciągłych operatorów liniowych na przestrzeni $L\varphi(X)$: porządkowo słabo zwarte i porządkowo prawie słabo zwarte operatory, słabo zwarte i prawie słabo zwarte operatory, słabo zupełnie ciągłe i zupełnie ciągłe operatory. Ustalono relacje między tymi klasami operatorów w terminach własności funkcji Younga $\varphi$ oraz topologicznych własnościami przestrzeni Banacha $X$ (refleksywność, prawie refleksywność).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Równoważniki własności polyhedralnych dla $\ell_1$-predualnych

**Łukasz Piasecki** piasecki@hektor.umcs.lublin.pl
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

Podamy geometryczne równoważniki własności polyhedralnych (wielościennych) dla $\ell_1$-predualnych. Wśród nich pojawią się m.in. własność rozszerzania dla operatorów zwartych, słaba* własność punktu stałego oraz stabilna słaba* własność punktu stałego dla przekształceń nieoddalających oraz izometrii.

**Bibliografia**

[1] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, *Hyperplanes in the space of convergent sequences and preduals of $\ell_1$*, Canad. Math. Bull. **58**: 459–470 (2015).
[2] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, *Separable Lindenstrauss spaces whose duals lack the weak* fixed point property for nonexpansive mappings*, Studia Math. 238 **(1)**: 1–16 (2017).
[3] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, L. Veselý, *Rethinking polyhedrality for Lindenstrauss spaces*, Israel J. Math. **216**: 355–369 (2016).
[4] E. Casini, E. Miglierina, Ł. Piasecki, R. Popescu, *Weak* fixed point property in $\ell_1$ and polyhedrality in Lindenstrauss spaces*, *Studia Math.* 241 **(2)**: 159–172 (2018).
[5] Ł. Piasecki, *On Banach space properties that are not invariant under the Banach-Mazur distance* 1, J. Math. Anal. Appl. **467**: 1129–1147 (2018).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## A Shimorin-type analytic model for left-invertible operators

**Paweł Pietrzycki** pawel.pietrzycki@im.uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

In this talk we will present a new analytic model $(\mathscr{M}_z, \mathscr{H})$ for left-invertible operator $T : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$. The multiplication operator $\mathscr{M}_z : \mathscr{H} \to \mathscr{H}$ is given by

$$(\mathscr{M}_z f)(z) = zf(z), \quad f \in \mathscr{H},$$

where $\mathscr{H}$ denote the vector space of formal Laurent series with vector coefficients of the form

$$U_x(z) = \sum_{n=1}^{\infty}(P_E T^n x)\frac{1}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty}(P_E T^{*\prime n} x)z^n,$$

and $E$ is a closed subspace of $\mathcal{H}$ such that

$$[E]_{T^*,T'} := \bigvee(\{T^{*n}x\colon x \in E, n \in \mathbb{N}\} \cup \{T'^n x\colon x \in E, n \in \mathbb{N}\}) = \mathcal{H}.$$

Then we will present some applications of this model to composition operators on reproducing kernel Hilbert space.

**References**

[1] P. Pietrzycki, *Shimorin-type analytic model on an annulus for left-invertible operators and applications*, J. Math. Anal. Appl. **477**: 885–911 (2019).

[2] S. Shimorin, *Wold-type decompositions and wandering subspaces for operators close to isometries*, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik 531: 147–189 (2001).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Miary Carlesona w teorii przestrzeni Hardy'ego na obszarach

**Michał Rzeczkowski** rzeczkow@amu.edu.pl
Uniwersytet Adama Mickiewicza w Poznaniu

Klasyczne twierdzenie Carlesona głosi, że przestrzeń Hardy'ego $H^p$, $1 \leqslant p < +\infty$, zanurza się w sposób ciągły w przestrzeń $L^p(\mathrm{D}, \mu)$, gdzie $\mu$ jest miarą borelowską na dysku jednostkowym $\mathbb{D}$ na płaszczyźnie zespolonej wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu$ jest tzw. miarą Carlesona. W referacie przedstawiony zostanie wariant twierdzenia Carlesona w przypadku abstrakcyjnych przestrzeni Hardy'ego $HX(\Omega)$ na obszarach wielopójnych, generowanych przez symetryczne kraty Banacha $X(\Omega, \mu)$ oraz zastosowanie tego twierdzenia do charakteryzacji ograniczonych operatorów kompozycji $C_\varphi \colon HX(\Omega) \to HX(\Omega)$.

**Bibliografia**

[1] P. Mleczko, M. Rzeczkowski, *Carleson measures on cirlular domain and canonical embeddings of Hardy spaces into function lattices*, Banach J. Math. Anal., praca przyjęta do druku.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Operatory liniowe na przestrzeni $C_b$(X,E) z topologią ścisłą

**Juliusz Stochmal** juliusz.stochmal@gmail.com
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego, Bydgoszcz

Klasyczne twierdzenie Riesza opisuje wzajemną jednoznaczną odpowiedniość między funkcjonałami liniowymi na przestrzeni $C(X)$ funkcji ciągłych określonych na zwartej przestrzeni Hausdorffa $X$, a skończonymi regularnymi miarami borelowskimi.

Pracą Nowaka [3] zostały zapoczątkowane badania dotyczące uogólnienia twierdzenia Riesza na przypadek operatorów liniowych na przestrzeni $C_b(X, E)$ ciągłych i ograniczonych funkcji z całkowicie regularnej przestrzeni Hausdorffa $X$ do przestrzeni Banacha $E$. Wówczas przestrzeń $C_b(X, E)$ wyposażona jest w *topologię ścisłą* $\beta$, która jest generowana przez rodzinę seminorm postaci:

$$p_v(f) := \sup_{t\in X} |v(t)| \, f(t)_E \quad \text{dla} \quad f \in C_b(X, E),$$

gdzie funkcja $v : X \to \mathbb{R}$ jest ograniczona i znikająca w nieskończoności, tzn. taka, że dla każdego $\varepsilon > 0$ zbiór $\{t \in X : |v(t)| \geqslant \varepsilon\}$ jest zwarty.

Z uwagi na [3, Twierdzenie 3.1] o reprezentacji całkowej operatora liniowego i ciągłego $T : C_b(X, E) \to F$, gdzie $F$ jest przestrzenią Banacha, można charakteryzować operator z wybranej klasy przez własności miary $m : \mathcal{B}o \to \mathcal{L}(E, F'')$ reprezentującej dany operator. W pracy [4] oraz [5] takie badania przeprowadzono odpowiednio dla operatorów zdominowanych i operatorów nuklearnych.

**Bibliografia**

[1] M. Nowak, A Riesz representation theory for completely regular Hausdorff spaces and its applications, *Open Math.* 14: 474–496 (2016).

[2] M. Nowak and J. Stochmal, Dominated operators, absolutely summing operators and the strict topology, *Quaest. Math.* **40** no. 1: 119–137 (2017).

[3] M. Nowak and J. Stochmal, Nuclear operators on $C_b(X, E)$ and the strict topology, *Math. Slovaca*, **68** no. 1: 135–146 (2018).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Punktowe mnożniki pomiędzy przestrzeniami Musielaka–Orlicza

Jakub Tomaszewski jakub.tomaszewski@put.poznan.pl
Politechnika Poznańska

Niech $X, Y$ będą funkcyjnymi przestrzeniami Banacha nad tą samą przestrzenią miary. Definiujemy przestrzeń mnożników punktowych jako $M(X, Y) = \{f \in L^0 : fg \in Y$ dla każdego $g \in X\}$, z normą operatorową. W [[1]] pokazaliśmy, że w przypadku przestrzeni Orlicza, przestrzeń ta jest przestrzenią Orlicza generowaną przez uogólnioną funkcję dopełniającą w sensie Younga.

Naturalnym pytaniem jest, czy analogiczny opis jest możliwy dla przestrzeni Musielaka–Orlicza.

Pokażę, że odpowiedź na to pytanie jest pozytywna, tj.

$$M(L^\varphi, L_1^\varphi) = L^{\varphi \ominus \varphi_1},$$

dla dowolnej $\sigma$-skończonej zupełnej przestrzeni miary oraz dowolnych funkcji Musielaka–Orlicza. Referat bazuje na wspólnej pracy z Karolem Leśnikiem.

**Bibliografia**

[1] Leśnik, K., Tomaszewski, *Pointwise multipliers of Orlicz function spaces and factorization*, J. Positivity **21** Issue 4, (2017), 1563–1573.
[2] Leśnik, K., Tomaszewski, *Pointwise multipliers of Musielak–Orlicz function spaces and factorization*, preprint, arXiv:1812.05887

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Holomorficzne funkcje Besova generatorów półgrup operatorowych

Yuri Tomilov ytomilov@impan.pl
Polska akademia Nauk

W trakcie wykładu przedstawię konstrukcję nowego rachunku funkcyjnego dla generatorów ograniczonych półgrup na przestrzeniach Hilberta oraz generatorów ograniczonych półgrup holomorficznych na przestrzeniach Banacha.

Rachunek ten jest ścisłym, istotnym i jednocześnie bardzo naturalnym rozszerzeniem klasycznego rachunku funkcyjnego Hille-Phillipsa. Posiada on wszystkie standardowe własności rachunków funkcyjnych, i prowadzi do jednolitego ujęcia wielu ważnych oszacowań w literaturze (w tym V. Pellera, dotyczących sytuacji dyskretnej). Ponadto pozwala on uzyskać szereg jakościowo nowych wyników.

Pokażę też, że skonstruowany rachunek jest optymalny dla klas operatorów wspomnianych wyżej.

Są to rezultaty uzyskane wspólnie z C. Batty (Oksford) i A. Gomilko (Toruń). ● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## Domkniętość zbioru punktów ekstremalnych kuli jednostkowej w przestrzeniach funkcyjnych Orlicza

Marek Wisła marek.wisla@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Wiadomo ([1]), że przestrzeń $K(X, C(\Omega, R))$ operatorów liniowych zwartych z przestrzeni Banacha $X$ do przestrzeni funkcji ciągłych, rzeczywistych $C(\Omega, R)$ nad zwartą przestrzenią topologiczną Hausdorffa $\Omega$ jest izometryczna z przestrzenią funkcji ciągłych $C(\Omega, X^*)$, gdzie $X^*$ jest przestrzenią Banacha dualną do $X$. Zatem problem opisu punktów ekstremalnych kuli jednostkowej przestrzeni $K(X, C(\Omega, R))$ można sprowadzić do problemu opisu punktów ekstremalnych kuli jednostkowej przestrzeni funkcji ciągłych $C(\Omega, X^*)$ a ten problem z kolei do

- charakteryzacji przestrzeni Banacha $X$, w których zbiór punktów ekstremalnych kuli jednostkowej jest domknięty,

- charakteryzowacji przestrzeni Banacha $X$, dla których zachodzi równoważność $f \in ext\,B(C(\Omega, X)) \Leftrightarrow f(\omega) \in extB(X)$ na gęstym podzbiorze $\Omega$.

Celem referatu jest sformułowanie odpowiedzi na powyższe pytania w przypadku, gdy $X$ jest przestrzenią funkcyjną Orlicza $L^{\Phi}(\mu)$ nad przestrzenią miary $\sigma$-skończonej i bezatomowej.

**Bibliografia**

[1] N. Dunford N, J.T. Schwartz, *Linear operators I, General Theory, Pure Appl. Math., vol 7, Interscience*, New York, 1958.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

## The gap distance between linear pencils

**Michał Wojtylak** michal.wojtylak@uj.edu.pl
Uniwersytet Jagielloński

We will consider linear pencils, i.e. polynomials of the form $\lambda E - A$ with operator (matrix) coefficients $A, E$. We recall that each pencil can be represented as its graph, which is linear space $\ker[A, -E]$. Using this observation we introduce a new distance between linear pencils

$$P_{\ker[A_1, -E_1]} - P_{\ker[A_2, -E_2]}$$

where $P_{\mathcal{L}}$ stands for the orthogonal projection onto the space $\mathcal{L}$. Several basic properties of this construction will be shown. Then the distance will be compared with the difference in Fobenius norm

$$A_1 - A_2{}_F^2 + E_1 - E_2{}_F^2, \quad X_F^2 = \mathrm{tr} X^* X,$$

which is usually used in numerical analysis. Next, we will formulate the problem of distance to the set of singular pencils and compare it with the original one given by Byers, He and Mehrmann in 1998 [1]. The talk is based on a joint work [2].

**Bibliografia**

[1] Byers, R., He, C. and Mehrmann, V., 1998. *Where is the nearest non-regular pencil?,* Linear algebra and its applications. 285(1-3), pp.81-105.

[2] Berger, T., Gernandt H., Trunk C., Winkler H. and Wojtylak M.. *The gap distance to the set of singular matrix pencils.* Linear Algebra and its Applications 564 (2019): 28-57.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji