



zastosowania

patron sesji  
Andrzej Lasota



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich  
w stulecie [Polskiego Towarzystwa Matematycznego](#)  
Kraków 3 -7 września 2019

- 5 Krzysztof Argasinski, Mark Broom, Ryszard Rudnicki  
Mechanistyczny model tłumienia wzrostu populacji i jego konsekwencje dla mechanizmów doboru naturalnego
- 5 Krzysztof Bartoszek  
Convergence of Quadratic Stochastic Operators
- 6 Adam Bobrowski  
O dyfuzji w cienkich warstwach oddzielonych półprzepuszczalnymi membranami i o „rozbryzgu”
- 7 Marek Bodnar, Agnieszka Bartłomiejczyk  
Bifurkacja Hopfa w modelu ekspresji białka Hes1 z uwzględnieniem procesu tworzenia się dime-  
rów i opóźnieniem.
- 7 Marcin Choiński, Mariusz Bodzioch, Urszula Forys  
Dyskretny model krzyżowy rozprzestrzeniania się gruźlicy w niejednorodnej populacji bezdom-  
nych i niebezdomych
- 8 Antoni Leon Dawidowicz, Anna Poskrobko  
Stabilność i chaos dla równania Lasoty
- 8 Urszula Forys  
Wpływ opóźnień czasowych na dynamikę relacji optymistów i pesymistów
- 9 Adam Gregosiewicz  
Od szybkich neurotransmiterów do lepkich dyfuzji na grafach
- 9 Jan Karbowski  
Informacja i energia w mózgu.
- 9 Jan Koroński  
Krakowska szkoła równań różniczkowych
- 10 Agnieszka Kozdęba, Andrzej Tomski  
Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression
- 10 Jacek Mięgisz  
Gry ewolucyjne z opóźnieniami czasowymi zależnymi od strategii
- 11 Zbigniew Peradzyński, Bogdan Kaźmierczak, Sławomir Białecki  
Fale wapniowe podtrzymywane napływem wapnia poprzez mechanicznie aktywowane kanały  
wapniowe w błonie komórkowej

- 11 Katarzyna Pichór, Ryszard Rudnicki  
Zastosowanie półgrup stochastycznych w badaniu dwufazowych modeli cyklu komórkowego
- 11 Aleksandra Piotrowska  
Metoda identyfikowania popularnych generatorów liczb pseudolosowych
- 12 Monika J. Piotrowska  
Modelling direct and indirect patient transfers within healthcare networks
- 12 Grzegorz A. Rempała  
Metoda przybliżeń wieloskalowych w analizie modeli molekularnych
- 13 Ryszard Rudnicki  
Z Andrzejem Lasotą tam i z powrotem
- 13 Andrzej Tomski, Agnieszka Koźdęba, Maciej Zakarczemny  
Jak modelować ekspresję genów?
- 14 Marta Tyran-Kamińska  
Modele probabilistyczne cyklu komórkowego
- 14 Radosław Wieczorek  
Indywidualne modele stochastyczne populacji biologicznych
- 15 Dariusz Wrzosek  
Równanie populacji ze strukturą w przestrzeni miar Radona a teoria optymalnego żerowania
- 15 Anita Zgorzelska  
Bifurkacje w zagadnieniu różniczkowym opisującym deformację wirującej kolumny z gazem
- 15 Daria Boratyn  
Jak uniknąć oceniania strategicznego?
- 16 Agnieszka Geras, Marek Gągolewski, Grzegorz Siudem  
Dwie skale czasowe w aktywności użytkowników StackOverflow
- 16 Ewa Girejko, Agnieszka Malinowska  
Konsensus w układach wieloagentowych w stanie ataku DoS (Denial-of-Service)
- 17 Andrzej Just, Zdzisław Stempień  
Analiza i aproksymacja zadania sterowania optymalnego opisanego pewnym nieliniowym równaniem drgającej belki
- 17 Agnieszka Kamedulska, Łukasz Kubik, Paweł Wiczling  
Zastosowanie bayesowskich modeli hierarchicznych w statystycznej analizie danych chromatograficznych
- 18 Agnieszka Kowalczyk  
Klatki wielościenne
- 18 Paweł Marcin Kozyra  
Analysis of minimal path and cut vectors in multistate monotone systems and use it for detection binary type multistate monotone systems

■ 19 Dorota Mozyrska, Małgorzata Wyrwas

Pochodne i różnice niecałkowitego rzędu i ich funkcje własne

■ 20 Anna Poskrobko, Antoni Leon Dawidowicz

Oscillations in bats population size: mathematical model

■ 20 Wojciech Stomczyński, Dariusz Stolicki

Sługa dwóch panów: interesy narodowe w Parlamencie Europejskim

■ 20 Dariusz Stolicki, Jarosław Flis, Wojciech Stomczyński

Podział mandatów w systemie Jeffersona-D'Hondta

■ 21 Stanisław Szufa

Gerrymandering: manipulacje granicami okręgów wyborczych i ich wykrywanie

## Mechanistyczny model tłumienia wzrostu populacji i jego konsekwencje dla mechanizmów doboru naturalnego

Krzysztof Argasinski    argas1@wp.pl  
Polska Akademia Nauk

Jednym z istotnych pytań rozważanych w ramach badań z zakresu ekologii i biologii ewolucyjnej są czynniki hamujące wzrost populacji oraz ich wpływ na procesy selekcji naturalnej analizowane w ramach tzw. Teorii Historii Życiowych (THŻ). Problematyka analizowana w ramach THŻ dotyczy analizy wpływu czynników środowiskowych na ewolucję takich cech cyklu życiowego organizmów jak na przykład czas dojrzewania do rozmnażania, wzorce wzrostu masy ciała czy alokacja zasobów w naprawę uszkodzeń. Wszystkie te cechy są kształtowane przez presję doboru naturalnego, co prowadzi do pytania o reguły jakimi rządzą się mechanizmy selekcji, i czym jest wielkość maksymalizowana przez selekcję, zwana w biologii miarą dostosowania. Odpowiedzi na to pytanie mogą dostarczyć modele matematyczne wzrostu populacji złożonych z konkurujących ze sobą organizmów stosujących różne strategie rozwojowo-reprodukcyjne. W referacie przedstawione będzie wyprowadzenie mechanistycznego modelu wzrostu populacji opartego na tzw. Modelu Loterii Siedliskowej, w którym czynnikiem limitującym wzrost populacji jest dostępność miejsc gniazdowania dla nowonarodzonych osobników młodocianych. Jest to model dwufazowy: w pierwszej fazie wolnych miejsc jest pod dostatkiem, natomiast gdy zaczną ich brakować zaczyna się druga faza tłumiona. Przeanalizujemy wersję ciągłą i dyskretną modelu. Pokaże różnice i potencjalne trudności związane z obydwojoma podejściami, zwykle ignorowane w przypadku prostych modeli fenomenologicznych. Okazuje się, że w przypadku szczegółowych modeli nie jest takie proste, żeby napisać równanie różnicowe i różniczkowe z tą samą prawą stroną. Jest to możliwe tylko przy pewnych dość precyzyjnych założeniach. Np. modelach ciągłych bardzo istotny jest wpływ opóźnień czasowych wynikających z np. z czasu dojrzewania jaj do wyklucia. Jednak w pewnych przypadkach granicznych są one całkowicie pomijalne. Otrzymany model pozwoli na wyprowadzenie precyzyjnych funkcji opisujących kryteria doboru w poszczególnych fazach wzrostu populacji (miarę dostosowania), oraz ich związki z tempem wzrostu populacji i całozyciowym sukcesem reprodukcyjnym, wielkościami tradycyjnie przyjmowanymi w tej roli w ramach THŻ. Uogólnienie modelu do przypadku w którym zamiast stałej liczby gniazd mamy populację nosicieli pewnych pasożytów prowadzi do ciekawego wyniku gdy możliwych miar dostosowania jest nieskończenie wiele.

### Bibliografia

- [1]. K. Argasinski and Mark Broom, *The nest site lottery: How selectively neutral density dependent growth suppression induces frequency dependent selection*, *Theor Pop Biol* **90**: 82-90 (2013)
- [2]. K Argasinski and R Rudnicki, *Nest site lottery revisited: Towards a mechanistic model of population growth suppressed by the availability of nest sites*, *J Theor Biol* **420**: 279-289 (2017)
- [3]. D Roff, *Life History Evolution*, Sinauer, 2002
- [4]. R Rudnicki, *Does a population with the highest turnover coefficient win competition?*, *J Diff Eq Appl* **23.9**: 1529-1541 (2017)
- [5]. S Stearns, *The Evolution of Life Histories* Oxford, 1992

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Convergence of Quadratic Stochastic Operators

Krzysztof Bartoszek    krzysztof.bartoszek@liu.se  
Linköping University, Szwecja

The development of non-linear probabilistic models is an evolving area of research, driven by both mathematical interest and applications. Quadratic stochastic operators (QSOs) are a first step generalization of the well-studied linear Markov chains. Already they have a direct biological interpretation—they describe mixing of two populations, e.g. sexual reproduction, where one parent comes from the female class and the other from the male class. Studying the law, even in the limit, of a population evolving under a QSO is a challenging task due to the interaction between two classes of individuals component. In the situation, when the law of the trait is in  $L^1$ , then one is able to obtain equivalent conditions for their

stability [2] and that the set of so-called *norm quasi-mixing* operators is a dense and open set in the topology induced by the supremum metric [3]. However, if one restricts the class of QSO, to the so-called centred quadratic stochastic operators [1], then one is able to show that, in the case of hermaphroditic species, when the offspring's trait is equal to an additively perturbed arithmetic mean of the parents' traits, one can represent the law of trait in descendant populations through an appropriate sum of independent random variables. The construction of this representation is such that it allows one to study limit properties through characteristic functions. It turns out that for a weak limit to exist, rather mild conditions are required on the initial population and perturbation—finite variance or tails of distributions are controlled by a suitable power function. Furthermore, such a representation opens the possibility of more effective simulation algorithms.

**Acknowledgements** The work on QSOs was supported by Svenska Institutets Östersjösamarbete grant nrs. 00507/2012, 11142/2013, 19826/2014. KB's research is supported by the Swedish Research Council (Vetenskapsrådet) grant no. 2017–04951.

## References

- [1]. K. Bartoszek, J. Domsta and M. Pułka, *Weak Stability of Centred Quadratic Stochastic Operators*, B. Malays. Math. Sci. So. 42: 1813–1830 (2019).
- [2]. K. Bartoszek and M. Pułka, *Asymptotic properties of quadratic stochastic operators acting on the  $L^1$  space*, Nonlinear Anal.–Theor. 114: 26–39 (2015).
- [3]. K. Bartoszek and M. Pułka, *Prevalence problem in the set of quadratic stochastic operators acting on  $L^1$* , B. Malays. Math. Sci. So. 41: 159–173 (2018).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## O dyfuzji w cienkich warstwach oddzielonych półprzepuszczalnymi membranami i o „rozbryzgu”

Adam Bobrowski    a.bobrowski@pollub.pl  
Politechnika Lubelska

Pan Profesor Lasota często powtarzał, że matematyka stosowana jest o tyle trudniejsza od „czystej”, iż wymaga dostosowywania narzędzi matematycznych do problemu, z którym się chcemy uporać, a wtedy nasza ulubiona teoria i utarte ścieżki mogą się okazać zupełnie bezużyteczne. Zysk jest natomiast taki, że zmuszony do wysiłku umysł staje się bardziej giętki.

By poniekąd zilustrować tę tezę, podzieliłem swe wystąpienie na dwie części. W pierwszej opowiem o ostatnich wynikach dotyczących aproksymacji równań reakcji-dyfuzji w cienkich warstwach przedzielonych półprzepuszczalnymi membranami, równaniami opisującymi dyfuzję po obu stronach tychże membran. Efektywnie opiszę w szczególności fakt, że w granicy, gdy grubość warstw dąży do zera, warunki brzegowe, opisujące przenikanie cząstek przez membranę, stają się integralną częścią równania podstawowego.

O ile wyniki części pierwszej można z powodzeniem umieścić w ramach teorii półgrup operatorów czy też zaburzeń osobliwych, w części drugiej główną rolę odgrywać będzie pojęcie procesu punktowego. Opowiem o tym, że intensywnie studiowane w agrofizyce zjawisko rozbryzgu, to jest rozrzucania cząstek gleby przez spadającą na nią kroplę deszczu można skutecznie badać przy pomocy w.w. pojęcia. Przemieszczone na skutek uderzenia mikroskopijne drobinki tworzą losowy zbiór punktów na płaszczyźnie i udało się pokazać, że jeśli ograniczymy się do niezbyt dużych i niezbyt małych odległości od centrum, zbiór ten ma w przybliżeniu własności procesu Poissona. O cząstkach lądujących blisko powiedzieć tego już nie można. Okazuje się, że jest to odzwierciedlenie faktu, iż rozbryzg ma (co najmniej) dwie fazy: cząstki biorące udział w fazie wczesnej wyrzucane są niezależnie (to są te, które lądują na niezbyt duże i niezbyt małe odległości), te zaś z fazy drugiej silnie na siebie wzajemnie oddziałują (i to są te, które lądują blisko).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Bifurkacja Hopfa w modelu ekspresji białka Hes1 z uwzględnieniem procesu tworzenia się dimerów i opóźnieniem

Marek Bodnar    m.bodnar@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Współautorka:

Agnieszka Bartłomiejczyk    m.bodnar@mimuw.edu.pl

Politechnika Gdańska

W 2003 N.A. Monka [2] zaproponował model ekspresji genu białka Hes1 składający się z dwóch równań z opóźnieniem, przeanalizowany później m. in w [1]. Będziemy rozważać rozszerzenie tego modelu uwzględniając oddzielne równanie opisujące stężenie dimerów — dwu białkowych kompleksów Hes1, które występują w opisywanym przez model procesie. Analizowany układ składa się z trzech równań różniczkowych zwyczajnych z opóźnieniem. Pokażemy, że bifurkacja Hopfa występuje dla pewnych zakresów parametrów w przypadku braku opóźnienia oraz dla wszystkich wielkości parametrów, gdy opóźnienie przekracza pewną krytyczną wielkość.

### Bibliografia

- [1]. M. Bodnar, A. Bartłomiejczyk, *Stability of delay induced oscillations in gene expression of Hes1 protein model*, Non. Anal. – Real. 13: 2227–2239 (2012), doi:10.1016/j.nonrwa.2012.01.017.
- [2]. N.A. Monk, *Oscillatory expression of Hes1, p53, and NF- $\kappa$ B driven by transcriptional time delays*, Curr. Biol. 13: 1409–1413 (2003) doi: 10.1016/S0960-9822(03)00494-9.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Dyskretny model krzyżowy rozprzestrzeniania się gruźlicy w niejednorodnej populacji bezdomnych i niebezdomnych

Marcin Choiński    m.choinski@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Współautorzy:

Mariusz Bodzioch    mariusz.bodzioch@matman.uwm.edu.pl

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Urszula Foryś    urszula@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Zaprezentowany został dyskretny model krzyżowy rozprzestrzeniania się gruźlicy w niejednorodnej populacji, która składa się z bezdomnych i niebezdomnych. Model oparto na prostym modelu typu SIS z dwuliniową funkcją transmisji oraz stałym napływem w obu populacjach. Dokonana została wstępna analiza stabilności stanów stacjonarnych. Parametry modelu zostały dopasowane do danych z województwa warmińsko-mazurskiego. Praca jest oparta na podstawie wcześniejszych rezultatów, gdzie analizowane były analogiczne modele ciągłe.

### Bibliografia

- [1]. M. Bodzioch, M. Choiński and U. Foryś, *SIS criss-cross model of tuberculosis in heterogeneous population*, Discrete & Continuous Dynamical Systems – B, 24 (5): 2169–2188 (2019).
- [2]. M. Choiński, M. Bodzioch, U. Foryś, *Analysis of a criss-cross model of tuberculosis for homeless and non-homeless subpopulations*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, (2018) (under review).
- [3]. M. Choiński, M. Bodzioch, U. Foryś, *Simple discrete SIS criss-cross model of tuberculosis in heterogeneous population of homeless and non-homeless people*, Mathematica Applicanda, (2019) (under review).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Stabilność i chaos dla równania Lasoty

Antoni Leon Dawidowicz    [Antoni.Leon.Dawidowicz@im.uj.edu.pl](mailto:Antoni.Leon.Dawidowicz@im.uj.edu.pl)  
 Uniwersytet Jagielloński

Współautorka:

Anna Poskrobko    [a.poskrobko@pb.edu.pl](mailto:a.poskrobko@pb.edu.pl)  
 Politechnika Białostocka

Motto: *Matematyka, jak poezja*

Inskrypcja na nagrobku prof. Andrzeja Lasoty  
 Równanie

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c(x)\frac{\partial u}{\partial x} = f(u, x)$$

jest uogólnieniem klasycznego równania von Foerстера. W równaniu tym, w odróżnieniu od równania von Foerстера dojrzałość komórki nie jest tożsama z wekiem w sensie „metrykalnym”. Z punktu widzenia zastosowań naturalne jest założenie, że  $c(0) = 0$  i, co za tym idzie wystarczy badać równanie

$$\frac{\partial u}{\partial t} + x\frac{\partial u}{\partial x} = \lambda u.$$

Zainteresowanie tym równaniem rozpoczęło się od pracy [1], w której dowód istnienia miary niezmienniczej dla układu dynamicznego przezeń generowanego posłużył jednocześnie, jako efektowny przykład na zastosowanie metody Aveza. Tematem referatu będą wyniki rozwijające ten rezultat, m.in. dotyczące stabilności i chaosu dla równania Lasoty w zależności od parametru  $\lambda$ , w szczególności przy różnych definicjach chaosu oraz w różnych przestrzeniach funkcyjnych.

### Bibliografia

- [1]. A. Lasota, *Invariant measures and a linear model of turbulence*. Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova **61**: 39-48 (1979).
- [2]. K. Łoskot, *Turbulent solutions of first order partial differential equation*, J. Differential Equations **58**, 1, 1 - 14 (1985).
- [3]. R. Rudnicki, *Invariant measures for the flow of a first order partial differential equation*, Ergodic Theory and Dynamical Systems, **5**, 3, 437 - 443 (1985).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Wpływ opóźnień czasowych na dynamikę relacji optymistów i pesymistów

Urszula Foryś    [urszula@mimuw.edu.pl](mailto:urszula@mimuw.edu.pl)  
 Uniwersytet Warszawski

Zaprezentuję model interakcji pomiędzy dwoma osobami (zwanymi aktorami), z których każdy może być optymistą lub pesymistą. Wprowadzone zostaną opóźnienia czasowe do składników modelu albo odzwierciedlających wewnętrzną dynamikę aktorów, albo ich wzajemne oddziaływania (tzw. funkcja wpływu). Omawiany model został zaproponowany przez Rinaldiego i Gragnaniego [1] do opisu relacji romantycznych, natomiast Liebovitch *i in.* [2] zastosowali ten sam układ równań właśnie w kontekście pojedynczych spotkań dwóch aktorów, takim samym, jak rozważany przeze mnie.

W artykule [3] analizowaliśmy wpływ nastawienia aktorów (ich optymizmu/pesymizmu) na przebieg pojedynczego spotkania oraz związaną w tym możliwość kontynuowania znajomości i ewentualnego zaprzyjaźnienia się aktorów. Z kolei w [4] omówiliśmy wpływ dyskretnego opóźnienia czasowego na dynamikę modelu liniowego, przy czym lokalne własności stabilności przenoszą się na nieliniowy model Rinaldiego i Gragnaniego z pojedynczym opóźnieniem. Najnowsze wyniki dotyczą wpływu dwóch dyskretnych opóźnień na dynamikę relacji między aktorami w kontekście ich nastawienia do życia. Wyniki te zostały przedstawione w pracy magisterskiej moich studentek — Natalii Jankowskiej i Katarzyny Cytłak [5].

### Bibliografia



- [1]. S. Rinaldi and A. Gragnani, *Love dynamics between secure individuals: A modeling approach*, *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences* 2(4): 283–301 (1998).
- [2]. L. Liebovitch, V. Naudot, R. Vallacher, A. Nowak, L. Biu-Wrzosinska and P. Coleman, *Dynamics of two-actor cooperation-competition conflict models*, *Physica A* 387: 6360–6378 (2008).
- [3]. M.J. Piotrowska, J. Górecka and U. Foryś, *The role of optimism and pessimism in the dynamics of emotional states*, *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B* 23(1): 401–423 (2018).
- [4]. N. Bielczyk, U. Foryś and T. Płatkowski, *Dynamical models of dyadic interactions with delay*, *Journal Of Mathematical Sociology* 37(4): 223–249 (2013).
- [5]. N. Jankowska and K. Cytlak, *Wpływ opóźnienia na dynamikę relacji pesymista–optymista*, praca magisterska, Uniwersytet Warszawski, Warszawa (2018).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Od szybkich neurotransmiterów do lepkich dyfuzji na grafach

Adam Gregosiewicz    a.gregosiewicz@pollub.pl  
Politechnika Lubelska

Wychodząc od modelu szybkich neurotransmiterów, rozważamy proces, który na każdej krawędzi ustalonego grafu jest dyfuzją o zadanej wariancji. Komunikacja między krawędziami odbywa się przez pół-przepuszczalne membrany umieszczone w wierzchołkach grafu. Opiszemy zachowanie asymptotyczne tego procesu w przypadku, gdy prędkości dyfuzji rosną do nieskończoności, a prawdopodobieństwa przejścia między krawędziami maleją do zera. Kluczowa w naszej analizie będzie postać warunków transmisji, od której w głównej mierze zależy zachowanie procesu granicznego.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Informacja i energia w mózgu

Jan Karbowski    jkarbowski@mimuw.edu.pl  
Uniwersytet Warszawski i Polska Akademia Nauk

Mikroskopowe składniki mózgu, tj. neurony i synapsy, przetwarzają i przechowują informację, potrzebną do funkcjonowania organizmu. Elementy te działają w stanie nierównowagi termodynamicznej z otoczeniem, co wymaga nieustannego dopływu energii. Opowiem o związkach energii z informacją w sieciach neuronów. W szczególności, ile energii potrzeba do aktywacji pojedynczego neuronu? Jak ma się dokładność kodowania informacji w synapsach do ilości zużytej energii? Wreszcie, czy dłuższe przechowywanie śladów pamięci musi wiązać się z większymi nakładami energetycznymi?

### Bibliografia

- 1) C. H. Bennett, *Int. J. Theor. Physics* 21: 905–940 (1982)
- 2) S. B. Laughlin, et al, *Nature Neurosci.* 1: 36–40 (1998).
- 3) J. Karbowski, *J. Comput. Neurosci.* 27: 415–436 (2009).
- 4) J. Karbowski, (2019) *Metabolic constraints on synaptic learning and memory*, *J. Neurophysiol.* – in press.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Krakowska szkoła równań różniczkowych

Jan Koroński    jan.koronski@pk.edu.pl  
Politechnika Krakowska

Przedmiotem rozważań jest krakowska szkoła równań różniczkowych, której głównym założycielem był Tadeusz Ważewski, a jego najwybitniejszym kontynuatorem był Jacek Szarski. Jednym z głównych filarów tej szkoły był Andrzej Lasota. Istotnym dopełnieniem krakowskiej szkoły równań różniczkowych była założona przez Mirosława Krzyżańskiego szkoła równań różniczkowych cząstkowych w Politechnice Krakowskiej. Władysław Zajączkowski jako pierwszy z matematyków polskich od 1867 roku prowadził

systematyczne badania w zakresie równań różniczkowych. Opublikował on ponad 20 prac z równań różniczkowych i pierwszą polską monografię z równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych pt. *Wykład nauki o równaniach różniczkowych*, wydaną przez Towarzystwo Nauk Ścisłych w Paryżu w 1877 roku. Pierwsze pięćdziesiąt lat rozwoju teorii równań różniczkowych w Polsce było bardzo słabo znane (i praktycznie zapomniane). Początkom polskiej teorii równań różniczkowych poświęcona jest monografia [1].

## Bibliografia

- [1]. J. Koroński, *Równania różniczkowe zwyczajne i cząstkowe w publikacjach matematyków polskich do I wojny światowej na tle rozwoju teorii równań różniczkowych w świecie*, Monografie Politechniki Krakowskiej, Seria Nauki Podstawowe Matematyka, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2017, stron 225.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression

Agnieszka Kozdęba    [Agnieszka.Kozdeba@im.uj.edu.pl](mailto:Agnieszka.Kozdeba@im.uj.edu.pl)  
Uniwersytet Jagielloński

Co-author:

Andrzej Tomski    [Andrzej.Tomski@us.edu.pl](mailto:Andrzej.Tomski@us.edu.pl)  
Uniwersytet Śląski

In this talk we analyse stochastic expression of a single gene with the deterministic part given by the classical Goodwin model with mRNA and protein contribution. We compare the effects of the presence of positive and negative feedback on the transcription regulation.

## References

- [1]. A. Kozdęba and A. Tomski, *Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression*, (2019).  
[2]. J. Griffith, *Mathematics of cellular control processes: I. Negative feedback to one gene*, J. Theor. Biol. 20: 202–208 (1968).  
[3]. J. Griffith, *Mathematics of cellular control processes: II. Positive feedback to one gene*, J. Theor. Biol. 20: 209–216 (1968).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Gry ewolucyjne z opóźnieniami czasowymi zależnymi od strategii

Jacek Miękiś    [miekisz@mimuw.edu.pl](mailto:miekisz@mimuw.edu.pl)  
Uniwersytet Warszawski

Zaprezentujemy mikroskopowy model populacji oddziałujących osobników z opóźnieniami czasowymi zależnymi od strategii. Opóźnienia czasowe prowadzą do nowego typu dynamiki replikatorowej. Omówiona zostanie gra z ewolucyjnie stabilną równowagą opisującą współistnienie dwóch typów zachowań. Pokażemy, że w odróżnieniu od wszystkich poprzednich modeli, stany stacjonarne dynamiki replikatorowej mogą zależeć od opóźnień czasowych. Ponadto, dla pewnych krytycznych opóźnień, wewnętrzny stan stacjonarny może zniknąć, może też się pojawić drugi stan stacjonarny.

## Bibliografia

- [1]. Alboszta and J. Miękiś, *Three-player games with strategy-dependent time delays*, J. Theor. Biol. 231: 175–179 (2004).  
[2]. M. Bodnar, J. Miękiś, and R. Vardanyan, *Three-player games with strategy-dependent time delays*, preprint (2019).  
[3]. J. Miękiś and Marek Bodnar, *Evolution of populations with strategy-dependent time delays*, preprint (2019).

## Fale wapniowe podtrzymywane napływem wapnia poprzez mechanicznie aktywne kanały wapniowe w błonie komórkowej

Zbigniew Peradzyński    [zperadz@mimuw.edu.pl](mailto:zperadz@mimuw.edu.pl)  
Uniwersytet Warszawski

Współautorzy:

Bogdan Kaźmierczak    [bkazmier@ippt.pan.pl](mailto:bkazmier@ippt.pan.pl)  
Polska Akademia Nauk

Sławomir Białecki    [sbialeck@ippt.pan.pl](mailto:sbialeck@ippt.pan.pl)  
Polska Akademia Nauk

Praca poświęcona jest modelowaniu szybkich fal wapniowych propagujących się w niektórych komórkach. Zgodnie z sugestią biologów ten rodzaj fal istnieje dzięki skomplikowanym mechanizmom napływu wapnia z przestrzeni pozakomórkowej poprzez mechanicznie otwierane kanały wapniowe w błonie komórkowej. Zmiana stężenia wapnia w komórce powodują reorganizację sieci złożonej z włókien aktynowo- $\alpha$  miozynowych. Pod wpływem lokalnych sił wywieranych przez te włókna otwierane są kanały jonowe w błonie komórkowej. Jednocześnie nadmiar wapnia wypompowywany jest z komórki przez kilka rodzajów pomp znajdujących się w błonie komórkowej. Wszystko to razem prowadzi do możliwości propagacji fal w postaci impulsów stężenia wapnia. Model teoretyczny zostanie również poparty obliczeniami numerycznymi. Praca była częściowo finansowana z projektu NCN 2016/21/B/ST1/03071.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Zastosowanie półgrup stochastycznych w badaniu dwufazowych modeli cyklu komórkowego

Katarzyna Pichór    [katarzyna.pichor@us.edu.pl](mailto:katarzyna.pichor@us.edu.pl)  
Uniwersytet Śląski w Katowicach

Przedstawimy zastosowanie twierdzeń o asymptotycznych własnościach operatorów i półgrup stochastycznych w badaniu dwufazowych ciągłych i dyskretnych modeli cyklu komórkowego. Podamy warunki na asymptotyczną stabilność i wymiatanie każdego z modeli [1]. Porównamy asymptotyczne własności obu modeli.

### Bibliografia

- [1]. K. Pichór and R. Rudnicki, *Applications of stochastic semigroups to cell cycle models*, Discrete Contin. Dyn. Syst. B 24: 2365–2381 (2019).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Metoda identyfikowania popularnych generatorów liczb pseudolosowych

Aleksandra Piotrowska    [piotrowska.ola96@gmail.com](mailto:piotrowska.ola96@gmail.com)  
Politechnika Białostocka

Przedstawiona zostanie propozycja autorskiej metody identyfikacji generatorów (MIG) liczb pseudolosowych, która nawiązuje do pomysłu badania śladu ludzkiego palca. Proponowana metoda została zaimplementowana w programie *wxMaxima*. Dane wykorzystywane przez MIG powinny być, z założenia, wytwarzane przez wcześniej nierozpoznany generator liczb pseudolosowych. MIG odwzorowuje te dane w ich ślad, czyli skończony zbiór punktów leżących w (dwuwymiarowej) płaszczyźnie i tworzących charakterystyczną dla generatora plamę. Po dopasowaniu parametrów MIG do wybranej rodziny generatorów PRNG metoda ta wydaje się umożliwiać ich rozróżnianie oraz ilościową charakterystykę ich unikalnych cech.

### Bibliografia

- [1]. D. E. Knuth, *Szuka programowania* tom 2, WNT, Warszawa, 2002.  
 [2]. R. Wieczorkowski, R. Zieliński, *Komputerowe generatory liczb losowych*, WNT, Warszawa, 1997.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Modelling direct and indirect patient transfers within healthcare networks

Monika J. Piotrowska    [monika@mimuw.edu.pl](mailto:monika@mimuw.edu.pl)

Uniwersytet Warszawski

### Co-authors:

**Konrad Sakowski**

Uniwersytet Warszawski, PAN i Kyushu University, Japonia

**André Karch**

University of Münster

**Hannan Tahir**

University Medical Center Utrecht, Holandia

**Mirjam Kretzschmar**

University Medical Center Utrecht i National Institute of Public Health and the Environment (RIVM), Holandia

**Rafael Mikolajczyk**

University Halle-Wittenberg, Niemcy

Recently, multidrug-resistant Enterobacteriaceae (MDR-E) have become a major public health threat in many countries. While traditional infection control strategies primarily target the containment of intra-hospital transmission of such pathogens, there is growing evidence that the patient traffic between hospitals is an important channel for the spread of MDR-E within healthcare systems. Therefore, movements of patients between hospitals and the effects on pathogen spread were studied using network models, but most of those models focus only on transfers of patients between hospitals (direct transfers). However, patients can be discharged from the hospital and after some time be admitted again to the same or different hospital (indirect transfers). If they still carry the pathogen, they can contribute to its spread. We propose a network model, combined with ODEs, focusing on assessing the importance of indirect transfers for the spread of MDR-E. In particular, we introduce a community of recent inpatients, waiting for re-admission or for admission to a different facility. Our estimates are based on an anonymized patients' data set provided by the insurance company AOK Lower Saxony (a healthcare provider in the respective federal state in Germany) covering a period of eight years (for details see [1]). Although we have no access to any epidemic spread history of a hospital-acquired infection in a healthcare system, we compare scenarios ignoring indirect transfers with those accounting for indirect transfers demonstrating that second approach results in a qualitatively different pattern of pathogen spread, particularly in a higher heterogeneity of prevalence between different network nodes.

### References

- [1]. M. J. Piotrowska and K. Sakowski, *Analysis of the AOK Lower Saxony hospitalisation records data (years 2008–2015)*, arXiv:1903.04701.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Metoda przybliżeń wieloskalowych w analizie modeli molekularnych

Grzegorz A. Rempała    [rempala.3@osu.edu](mailto:rempala.3@osu.edu)

The Ohio State University, USA

Metody analizy kilku skal fizycznych lub czasowych w stochastycznych układach dynamicznych aplikowanych do biologii zyskały ostatnio na popularności ze względu na dostępne dane eksperymentalne pozwalające na lepsze zrozumienie zachodzących procesów biologicznych. Ten krótki referat przedstawi

najnowsze wyniki badań nad modelami (opartymi o procesy Markova) w których zastosowania metody przeskalowania części układu prowadzi do ciekawych uproszczeń w równaniach opisujących dynamikę wyjściowych systemów biologicznych, jak na przykład procesu transkrypcji-translacji lub dynamiki enzymatycznej typu Michelisa-Mentena.

## Bibliografia

- [1]. Kang, H. W., KhudaBukhsh, W. R., Koeppl, H., & Rempata, G. A. *Quasi-steady-state approximations derived from the stochastic model of enzyme kinetics*, Bulletin of Mathematical Biology, 1–34, 2019.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Z Andrzejem Lasotą tam i z powrotem

Ryszard Rudnicki    rudnicki@us.edu.pl

Polska Akademia Nauk

Profesora Andrzeja Lasotę poznałem na II roku studiów matematycznych na Uniwersytecie Śląskim w 1977 roku. Miał wtedy z nami wykład z teorii równań różniczkowych. Pod jego kierunkiem napisałem pracę magisterską, a potem doktorską i przez wiele lat pracowałem w kierowanym przez niego Zakładzie Biomatematyki UŚ. Gdy w roku 1994 zostałem kierownikiem Oddziału Instytutu Matematycznego Polska Akademia Nauk w Katowicach, Andrzej pracował również na pół etatu w tymże oddziale i miałem przyjemność być jego przełożonym aż do jego śmierci w 2006 roku. Przez cały ten okres Andrzej intensywnie pracował naukowo, a jego tematyka badawcza była wyjątkowo urozmaicona. Swoją karierę naukową rozpoczął w latach 50-tych pod kierunkiem profesora Tadeusza Ważewskiego zajmując się głównie równaniami różniczkowymi. W latach 70-tych nie porzucając równań różniczkowych, wspólnie z J. A. Yorke’em zajął się własnościami ergodycznymi i chaotycznymi układów dynamicznych i udało im się opracować oryginalne metody badawcze oparte na analizie funkcjonalnej. Okazało się, że metody te mają dużo szersze zastosowania między innymi w równaniach ewolucyjnych, teorii procesów stochastycznych i teorii fraktali. Również w latach 70-tych rozpoczął współpracę najpierw z Marią Ważewską-Czyżewską, a następnie z M.C. Mackey’em nad badaniem modeli biologicznych. Ta różnorodność tematyki badawczej i używanych metod była niezmiernie inspirująca dla jego uczniów. W czasie wykładu mam zamiar przedstawić wpływ tych inspiracji na niektóre moje badania naukowe.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Jak modelować ekspresję genów?

Andrzej Tomski    andrzej.tomski@us.edu.pl

Uniwersytet Śląski

### Współautorzy:

Agnieszka Kozdęba    agnieszka.kozdeba@im.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

Maciej Zakarczemny    mzakarczemny@pk.edu.pl

Politechnika Krakowska

Referat dotyczy modelowania stochastycznej ekspresji genów. Zastosowano do tego celu kawałkami deterministyczny proces Markowa. Zaczniemy od modelu opartego o liniowy układ dynamiczny z czasem ciągłym, a następnie porównamy go z odpowiadającym mu iterowanym układem funkcyjnym (w oparciu o wspólne wyniki z M. Zakarczemnym) oraz modelem Goodwina (w oparciu o wspólne wyniki z A. Kozdębą), którego analiza będzie tematem kolejnego referatu.

## References

- [1]. R. Rudnicki, A. Tomski, *On a stochastic gene expression with pre-mRNA, mRNA and protein contribution*, J. Theor. Biol. 387, 54-67.
- [2]. M. R. Zakarczemny, A. Tomski, *Stochastic gene expression revisited: discrete time approach* (in preparation).

- [3]. A. Kozdęba, A. Tomski, *Between negative and positive feedback effect for Goodwin model of stochastic gene expression* (in review).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Modele probabilistyczne cyklu komórkowego

Marta Tyran-Kamińska [mtyrans@us.edu.pl](mailto:mtyrans@us.edu.pl)

Uniwersytet Śląski

Cykl komórkowy to okres od narodzin komórki do jej podziału na komórki potomne. W modelach probabilistycznych czas trwania cyklu jest zmienną losową zależącą od wieku komórki. Rozkład stacjonarny wielkości komórek w momentach narodzin w kolejnych pokoleniach był najpierw badany w [1], a następnie w [2]. W [3] wprowadzamy dwu-fazowy model z czasem ciągłym i ze strukturą wieku opisaną za pomocą kawałkami deterministycznego procesu Markowa [4]. Okazuje się, że istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość pomiędzy rozkładami stacjonarnymi w tych modelach.

### Bibliografia

- [1]. K.B. Hannsgen, J.J. Tyson, L.T. Watson, *Steady-state size distributions in probabilistic models of the cell division cycle*, SIAM J. Appl. Math. 45: 523–540 (1985).
- [2]. A. Lasota, M.C. Mackey, J. Tyrcha, *The statistical dynamics of recurrent biological events*, J. Math. Biol. 30: 775 – 800 (1992).
- [3]. P. Gwiżdż, M. Tyran-Kamińska, *Positive semigroups and perturbations of boundary conditions*, Positivity (2019).
- [4]. R. Rudnicki, M. Tyran-Kamińska, *Piecewise Deterministic Processes in Biological Models*, Springer Briefs in Applied Sciences and Technology, Springer International Publishing, Cham, 2017.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Indywidualne modele stochastyczne populacji biologicznych

Radosław Wieczorek [radoslaw.wieczorek@us.edu.pl](mailto:radoslaw.wieczorek@us.edu.pl)

Uniwersytet Śląski

Populacje biologiczne mogą być opisywane za pomocą różnych metod matematycznych i ma różnym poziomie. Referat będzie poświęcony modelom populacyjnym na poziomie mikroskopowym, tj. takich, w których uwzględniony jest stan każdego pojedynczego osobnika, a ewolucja tego stanu jest losowa.

Ważną cechą modeli biologicznych – w odróżnieniu od fizycznych – jest zmienna liczba osobników, co wymusza użycie specyficznych narzędzi. Modele takie postępują się często procesami stochastycznymi na przestrzeniach miar singularnych. Pokazana będzie konstrukcja takich modeli za pomocą narzędzi probabilistycznych, przykłady i symulacje. Omówiony również zostanie związek takich modeli z opisem makroskopowym poprzez funkcjonalne twierdzenia wielkich liczb.

### Bibliografia

- [1]. V. Capasso, D. Morale, *A Multiscale Approach Leading to Hybrid Mathematical Models for Angiogenesis: The Role of Randomness* (2013)
- [2]. P. Donnelly, T. G. Kurtz, *Particle representations for measure-valued population processes*, Ann. Probab. 27 (1999)
- [3]. R. Rudnicki, R. Wieczorek) *Phytoplankton dynamics: from the behaviour of cells to a transport equation*, Math. Mod. Nat. Phenomena 1 (2006), 83–100.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Równanie populacji ze strukturą w przestrzeni miar Radona a teoria optymalnego żerowania

Dariusz Wrzosek    darek@mimuw.edu.pl  
Uniwersytet Warszawski

Referat odnosi się do artykułu [1], w którym rozważamy rozwiązania w przestrzeni miar Radona równania populacji ze strukturą typu McKendricka-von Foerster. Rozszerzenie przestrzeni rozwiązań na przestrzeń miar i zaopatrzenie jej w metrykę "bounded Lipschitz distance", będącą pewnym rozszerzeniem metryki Wassersteina, niesie wiele korzyści, bo np. umożliwia śledzenie rozwoju w czasie miar atomowych interpretowanych jako kohorty osobników, daje możliwość kontroli zbieżności naturalnego schematu numerycznego aproksymującego rozwiązanie, a także gwarantuje dobre postawienie problemu przy minimalnych założeniach na regularność danych funkcji nieliniowych występujących w równaniu. W pierwszej części pokazujemy jak uogólnienie metody charakterystyk umożliwia scharakteryzowanie regularności rozwiązania, a w drugiej konstruujemy model w którym śmiertelność w populacji opisanej tym równaniem wynika z działania optymalnie żerującego drapieżnika, którego prędkość przemieszczania się jest powiązana z dostępnością pokarmu. Rozwiązania numeryczne prowadzą do ciekawych interpretacji z biologicznego punktu widzenia.

### Bibliografia

- [1]. J. Jabłoński, D. Wrzosek, *Radon-measure-valued solutions to size-structured population model of prey controlled by optimally foraging predator harvester*, M3AS. ukaże się (2019).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Bifurkacje w zagadnieniu różniczkowym opisującym deformację wirującej kolumny z gazem

Anita Zgorzelska    anita.wlodarczyk@pg.edu.pl  
Politechnika Gdańska

Zajmiemy się problemem deformacji wirującej kolumny wypełnionej gazem. Kolumna w stanie niezdeformowanym ma postać cienkościennego walca o wysokości  $H$  i promieniu  $R$ . Zakładamy, że promień  $R$  jest znacznie większy od wysokości  $H$ . Powierzchnia boczna kolumny jest wykonana z elastycznego materiału. Kolumna obraca się ze stałą prędkością względem swojej osi. Wnętrze kolumny napętnione jest sprężonym gazem. Ponadto zapobiega się jego wypływowi.

Głównym celem jest zbadanie bifurkacji form równowagi powierzchni bocznej kolumny, w zależności od ciśnienia gazu znajdującego się w środku.

### References

- [1]. J. Janczewska, A. Zgorzelska, H. Guze *On Von Karman Equations and the Buckling of a Thin Circular Elastic Plate*, *Advanced Nonlinear Studies*, vol. 15, no. 3 (2015), 613-628

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

### Postery

## Jak uniknąć oceniania strategicznego?

Daria Boratyn    daria.boratyn@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Poster poświęcony jest problemowi głosowania strategicznego w systemach sędziowskich, będących szczególnym typem procedur podejmowania decyzji zbiorowych, a jego głównym zagadnieniem jest charakteryzacja odpornych na to zjawisko funkcji agregacji ocen sędziów. Przedstawia matematyczny model tych systemów, będący uogólnieniem modelu sformułowanego przez Balinskiego i Larakiego oraz wskazuje te różnice pomiędzy systemami sędziowskimi a wyborczymi, z których wynika niespełnianie przez



te pierwsze założenie słynnego twierdzenia Gibbarda-Satterthwaite'a o nieuchronności głosowania strategicznego. Bazując na znanym wyniku Balinskiego i Larakiiego, zaprezentowane zostaje twierdzenie charakteryzujące ciągłe i odporne na ocenianie strategiczne funkcje agregacji ocen w przypadku spójnej dziedziny.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Dwie skale czasowe w aktywności użytkowników StackOverflow

Agnieszka Geras    a.geras@mini.pw.edu.pl  
Politechnika Warszawska

Przedstawimy wyniki badań, w których analizowaliśmy aktywność użytkowników serwisu *StackOverflow* jedną z największych i najbardziej popularnych baz wiedzy o teorii i praktyce programowania, por. [2]. Skupiliśmy się modelowaniu czasów pomiędzy zdarzeniami (ang. *inter-event distribution*) polegającymi na przyznaniu oceny (pozytywnej bądź negatywnej) odpowiedzi na pytanie zadane przez użytkownika. Inaczej niż sugerowano w poprzednich pracach [1], badany przez nas rozkład okazuje się być mieszaniną rozkładów logarytmicznie normalnych. Dokonaliśmy estymacji parametrów rozkładu, zbadaliśmy zależności parametrów od numeru głosu w kolejności oraz rozkłady graniczne. Przedstawione badania zostały przeprowadzone we współpracy z Markiem Gągolewskim i Grzegorzem Siudemem oraz firmą *Stack Exchange* (w ramach *StackOverflow Academic Research Partnership Program*).

### Bibliografia

- [1]. Y. Gandica, J. Carvalho, F. Sampaio dos Aidos, R. Lambiotte, T. Carletti, *Stationarity of the inter-event power-law distributions*, PLoS ONE 12(3): e0174509 (2017).
- [2]. A. Geras, G. Siudem, M. Gągolewski, *Should we introduce a dislike button for academic articles?*, Journal of the Association for Information Science and Technology, (2019)

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Konsensus w układach wieloagentowych w stanie ataku DoS (Denial-of-Service)

Ewa Girejko    e.girejko@pb.edu.pl  
Politechnika Białostocka

Współautorka:

Agnieszka Malinowska    a.malinowska@pb.edu.pl  
Politechnika Białostocka

W czasie prezentacji rozważone zostaną układy wieloagentowe znajdujące się w stanie ataku DoS (Denial-of-Service), czyli odmowy serwisu. Przedstawione zostaną warunki wystarczające na to, aby w rozważanym układzie pomimo ataków zachodził nadal konsensus. Ponieważ atak DoS jest zwykle nieprzewidywalny w odniesieniu do czasu, w którym trwa, badany problem zostanie przedstawiony przy użyciu skal czasowych. Zaprezentowane wyniki zostaną zilustrowane numerycznymi przykładami.

### Bibliografia

- [1]. Z. Feng and G. Hu, *Distributed secure leader-following consensus of multi-agent systems under DoS attacks and directed topology*, 2017 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA), DOI: 10.1109/ICInfA.2017.8078885, (2017).
- [2]. M. P. Fanti, A. M. Mangini, W. Ukovich and V. Boschian, *New consensus protocols for networks with discrete time dynamics*, American Control Conference (ACC): 38–43, (2012).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)



## Analiza i aproksymacja zadania sterowania optymalnego opisanego pewnym nieliniowym równaniem drgającej belki

Andrzej Just

andrzej.just@p.lodz.pl

Politechnika Łódzka

Zdzisław Stempień

zdzislaw.stempien@p.lodz.pl

Politechnika Łódzka

W pracy rozważamy zadanie sterowania optymalnego opisanego następującym równaniem drgającej wielowymiarowej belki

$$y_{tt} + \Delta_x^2 y + \alpha y - \mu(t)\Delta_x y + \beta|y|^\theta y + \gamma|y_t|^\rho y_t = f_1 + Bu \quad \text{na } Q \quad (1)$$

z warunkami początkowymi

$$y(x, 0) = y_0(x) \text{ i } y_t(x, 0) = y_1(x) \text{ na } \Omega$$

oraz jednorodnymi warunkami brzegowymi.

Funkcja  $y = y(x, t)$  opisuje przemieszczenie punktu materialnego belki  $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^3$  w chwili  $t \in (0, T)$ ,  $Q = \Omega \times (0, T)$ . Przy odpowiednich założeniach podajemy twierdzenie o istnieniu słabego rozwiązania zagadnienia granicznego (1). Następnie formułujemy nasze zadanie sterowania optymalnego opisanego przez równanie (1) dla ogólnego funkcjonatu  $J$  określonego na całej przestrzeni sterowań  $U$  bądź na pewnym jej podzbiórze  $U_{ad}$ . Przy odpowiednich założeniach o funkcjonale  $J$  (i zbiorze sterowań dopuszczalnych  $U_{ad}$ ) dowodzimy twierdzenie o istnieniu co najmniej jednego sterowania  $u^0$  realizującego minimum funkcjonatu  $J$ .

W następnym kroku zajmujemy się aproksymacją Galerkiną tego zadania sterowania tylko ze względu na zmienną przestrzenną  $x \in \Omega$ . Formułujemy rodzinę zadań sterowania po takiej aproksymacji i dowodzimy, że każde zadanie z tej rodziny posiada też co najmniej jedno optymalne rozwiązanie. Zadania sterowania po aproksymacji są już zadaniami sterowania o parametrach skupionych (opisane są układem równań zwyczajnych drugiego rzędu względem czasu  $t$ ). Zasadniczym twierdzeniem pracy jest twierdzenie mówiące o tym, że ze zbiorów rozwiązań optymalnych dla zadań tej rodziny można wybrać taki ciąg, który będzie słabo zbieżny (przy parametrach dyskretyzacji dążących do zera) do jakiegoś rozwiązania wyjściowego zadania sterowania.

### References

- [1]. A. Just, Z. Stempień, *Pareto Optimal Control Problem and its Galerkin Approximation for a Nonlinear One-dimensional Extensible Beam Equation*, *Opuscula Math.*, 36(2)(2016), 239–252.
- [2]. A. Just, Z. Stempień, *Optimal control problem for a viscoelastic beam and its Galerkin approximation*, *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser., B* 23 (2018), no. 1, 263 – 274.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Zastosowanie bayesowskich modeli hierarchicznych w statystycznej analizie danych chromatograficznych

Agnieszka Kamedulska    agnieszka.kamedulska@gumed.edu.pl

Gdański Uniwersytet Medyczny

Współautorzy: Łukasz Kubik, Paweł Wiczling

W opracowywaniu każdej metody analitycznej w chromatografii cieczowej ważnym etapem jest optymalizacja warunków rozdzielenia. Zastosowanie modeli matematycznych do prognozowania czasów retencji analitów może znacznie usprawnić proces poszukiwania warunków prowadzących dożądanego rozdzielania.

Celem tej pracy jest przedstawienie schematu postępowania przy budowie i analizie bayesowskiego

modelu hierarchicznego przewidywać czasów retencji analitów [[1],[2]]. Prezentowany model opisuje ogólnodostępne dane chromatograficzne 1026 związków mierzonych w warunkach izokratycznych w różnych zawartościach acetonitrylu. Jako platformę do analizy danych wykorzystano program Stan sprzężony z R. Narzędzia te pozwalają na pełne wnioskowanie bayesowskie z próbkowaniem Monte Carlo łańcuchami Markowa.

## Bibliografia

- [1]. Gelman, A. B., B. Carlin, J., S. Stern, H., B. Rubin, D. (2003). *Bayesian Data Analysis*. In *The Statistician* (Vol. 45).
- [2]. Kubik, Ł., Kaliszan, R., Wiczling, P. (2018). *Analysis of Isocratic Chromatographic Retention Data using Bayesian Multilevel Modeling*. *Analytical Chemistry*, 90(22), 13670–13679.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Klatki wielościenne

Agnieszka Kowalczyk    agnes.kowalczyk@student.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński i Małopolskie Centrum Biotechnologii UJ

Nieforemne wielościany, którym do regularności niewiele brakuje (tzw. bryły near-miss Johnson [[1],[3]]), zainspirowały nas do zbadania nowej rodziny struktur – klatek wielościennych. Są to spójne powierzchnie sferyczne powstałe poprzez odpowiednie sklejenie  $n$  kopii dowolnego wielokąta foremego. Operacja klejenia często zniekształca budulcowe wielokąty, co nie zawsze jest widoczne gołym okiem. Niektóre klatki, dzięki nietypowej geometrii, mogą znaleźć zastosowanie m.in. w biotechnologii [[2]], wzornictwie czy sztuce. Zaprezentowane wyniki powstały we współpracy z Bernardem Piettem (Durham University, UK) w ramach grantu NCN (2016/20/W/NZ1 /00095) realizowanego przez Jonathana Heddle'a (MCB UJ).

## Bibliografia

- [1]. C. S. Kaplan, *Near Misses*, online – data dostępu 27.06.2019, <http://www.cgl.uwaterloo.ca/csk/projects/nearmisses/>.
- [2]. A. D. Malay et al., *An ultra-stable gold-coordinated protein cage displaying reversible assembly*, *Nature* 569: 438–442 (2019).
- [3]. J. McNeill, *Miscellaneous Polyhedra: Johnson Solid Near Misses*, online – data dostępu 27.06.2019, <http://www.orchidpalms.com/polyhedra/acroheda/nearmiss/jsmn.htm>.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Analysis of minimal path and cut vectors in multistate monotone systems and use it for detection binary type multistate monotone systems

Paweł Marcin Kozyra    pawel\_m\_kozyra@wp.pl  
Uniwersytet Śląski

There will be presented algorithms finding all minimal path and cut vectors for a given multistate monotone system. Theorem on connections between all minimal cut vectors to level  $j$  and all minimal path vectors to level  $j$  in any multistate monotone system will be given. There will also be demonstrated characterizations of binary type multistate monotone systems and binary type multistate strongly coherent systems by minimal cut and path vectors and sets.

## References

- [1]. H. Federer, *Geometric measure theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [2]. M. Omladič and P. Šemrl, *Matrix spaces with bounded number of eigenvalues*, *Linear Algebra Appl.* 249: 29–46 (1996).
- [3]. Sinnamon RM and Andrews JD. *New approaches to evaluating fault trees*. *Reliab Eng Syst Safe* 1997; 58: 89-96
- [4]. Vatn J. *Finding minimal cut sets in a fault tree*. *Reliab Eng Syst Safe* 1992; 36: 59-62.

- [5]. Rauzy A. *New algorithms for fault trees analysis*. Reliab Eng Syst Safe 1993; 40: 203-211.
- [6]. Jung WS, Han SH and Ha J. *A fast BDD algorithm for large coherent fault trees analysis*. Reliab Eng Syst Safe 2004; 83: 369-374.
- [7]. Bollig B and Wegener I. *Improving the variable ordering of OBDDs is NP-complete*. IEEE T Comput 1996; 45: 993-1002.
- [8]. Rochdi Z, Driss B and Mohamed T. *Industrial systems maintenance modelling using Petri nets*. Reliab Eng Syst Safe 1999; 65: 119-124.
- [9]. Liu TS and Chiou SB. *The application of Petri nets to failure analysis*. Reliab Eng Syst Safe 1997; 57: 129-142.
- [10]. Ahmad SH. *Simple enumeration of minimal cutsets of acyclic directed graph*. IEEE T Reliab 1988; 37: 484-487.
- [11]. Singh B. *Enumeration of node cutsets for an s-t network*. Microelectron Reliab 1994; 34: 559-561.
- [12]. Yan L, Taha HA and Landers TL. *A recursive approach for enumerating minimal cutsets in a network*. IEEE T Reliab 1994; 43: 383-388.
- [13]. Abel U, Bicker R. *Determination of All Minimal Cut-Sets between a Vertex Pair in an Undirected Graph*. IEEE Transactions on Reliability 1982; R-31(2):167 - 171.
- [14]. Fard NS and Lee T-H. *Cutset enumeration of network systems with link and node failures*. Reliab Eng Syst Safe 1999; 65: 141-146.
- [15]. Yeh WC. *Search for all MCs in networks with unreliable nodes and arcs*. Reliab Eng Syst Safe 2003; 79: 95-101.
- [16]. Emadi A and Afrakhte H. *A novel and fast algorithm for locating minimal cuts up to second order of undirected graphs with multiple sources and sinks*. Int J Elec Power 2014; 62: 95-102.
- [17]. Rebaiaia ML and Ait-Kadi D. *New technique for generating minimal cut sets in nontrivial network*. AASRI Procedia 2013; 5: 67-76.
- [18]. Shen Y. *A new simple algorithm for enumerating all minimal paths and cuts of a graph*. Microelectron Reliab 1995; 35: 973-976.
- [19]. Ramirez-Marquez JE, Coit DW, Tortorella M. *A generalized multistate-based path vector approach to multistate two-terminal reliability*. IIE Transactions 2006; Volume 38,2006 - Issue 6
- [20]. Yeh WC. *A Fast Algorithm for Searching All Multi-State Minimal Cuts*. IEEE Transactions on Reliability 2009; 57(4):581 - 588.
- [21]. Bai G, Tian Z, Zuo MJ. *Search for all d-MPs for all d levels in Multistate Two-Terminal Networks* Reliability Engineering & System Safety 2015, 142.
- [22]. Niu YF, Sun H, Gao Z. *An improved algorithm for solving all d-MPs in multi-state networks*. Journal of Systems Science and Systems Engineering 2017; 26(6).
- [23]. Hao Z, Hu CF, Yeh WC. *A Novel Multistate Minimal Cut Vectors Problem and Its Algorithm*. IEEE Transactions on Reliability 2018; PP(99):1-11.
- [24]. Natvig B. *Multistate Systems Reliability Theory with Applications*. John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- [25]. Kvassay M, Levashenko V, Zaitseva E. *Analysis of minimal cut and path sets based on direct partial Boolean derivatives*. Proc IMechE Part O: J Risk and Reliability, 2015.
- [26]. Mihova M, Popeska Z. *Estimation of Minimal Path Vectors of Multi-state Systems from Failure Data*. Advances in Intelligent and Soft Computing, 2011.
- [27]. Mihova M, Popeska Z. *Minimal path and cut vectors of binary type multi-state monotone systems*. Math. Maced., 2006, Vol. 4, 75-80.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Pochodne i różnice niecałkowitego rzędu i ich funkcje własne

Dorota Mozyrska     d.mozyrska@pb.edu.pl  
Politechnika Białostocka

Współautorka:

Małgorzata Wyrwas     m.wyrwas@pb.edu.pl  
Politechnika Białostocka

Przedstawione zostaną podstawowe definicje pochodnych i różnic niecałkowitych rzędów. Dokonane

zostanie porównanie rozwiązań podstawowych równań różniczkowych oraz równań różnicowych z operatorami niecałkowitego rzędu. Omówione zostanie uogólnienie funkcji wykładniczej w postaci funkcji Mittag-Lefflera wraz z jej właściwościami. Zaprezentowane zostaną przykłady i wykresy jak również wspomniane wybrane zastosowania techniczne.

Badania zostały częściowo zrealizowane w ramach pracy nr S/WI/1/2016 i sfinansowane ze środków na naukę MNiSW.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Oscillations in bats population size: mathematical model

Anna Poskrobko    a.poskrobko@pb.edu.pl  
Politechnika Białostocka

Co-author:

Antoni Leon Dawidowicz    Antoni.Leon.Dawidowicz@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

We present the construction of mathematical model describing the growth of bats' population. The model is based on the system of ordinary differential equations. We consider some natural bats' abilities and a location of natural roosts in the area, what determine searching and populating tree cavities. Bats' roost searching strategy determines the development of subpopulations and fission-fusion societies. We also consider some limiting factors which can influence on the oscillations in bats population size. We present some properties of the model. Presented results are illustrated by a computer simulations.

Acknowledgements: This work is supported by Białystok University of Technology (Grant No. S/WI/1/2016) and founded by the resources for research by Ministry of Science and Higher Education.

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Sługa dwóch panów: interesy narodowe w Parlamencie Europejskim

Wojciech Słomczyński    wojciech.slomczynski@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Współautor:

Dariusz Stolicki    dariusz.stolicki@uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Postowie do Parlamentu Europejskiego zazwyczaj głosują zgodnie ze swoimi ponadnarodowymi grupami politycznymi, ale w rzadkich (acz istotnych) przypadkach postępują inaczej i wtedy często kierują się w głosowaniu interesami narodowymi. Wprowadzamy *wskaźnik przesunięcia narodowego*, który pozwala identyfikować te interesy i mierzyć ich wpływ na zachowanie postów tylko w oparciu o imienne wyniki głosowań. Postępując się nim, pokazujemy, które delegacje narodowe w PE najczęściej kierują się interesami narodowymi oraz w jakich głosowaniach interesy te ujawniają się w największym stopniu.

### Bibliografia

- [1]. W. Słomczyński, D. Stolicki, *National Interests in the European Parliament: Roll Call Vote Analysis*, Transactions on Computational Collective Intelligence XXIII: 51–67 (2016).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

## Podział mandatów w systemie Jeffersona-D'Hondta

Dariusz Stolicki    dariusz.stolicki@uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Współautorzy:

**Wojciech Słomczyński**    wojciech.slomczynski@im.uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

**Jarosław Flis**    jaroslaw.flis@uj.edu.pl  
Uniwersytet Jagielloński

Przedstawiamy analityczny wzór pozwalający przybliżyć podział mandatów w systemach wyborczych stosujących metodę Jeffersona-D’Hondta (np. do polskiego Sejmu) jedynie w oparciu o ogólnokrajowe wyniki wyborów (bez restrykcyjnych założeń o rozkładzie poparcia między okręgi wyborcze). Pokazujemy, przy jakich założeniach można pokazać dokładną i przybliżoną poprawność wzoru. Przedstawiamy również wyniki empirycznych testów poprawności wzoru dla rzeczywistych wyników wyborów z dziewięciu krajów europejskich.

### Bibliografia

- [1]. J. Flis, W. Słomczyński, D. Stolicki, *Pot and Ladle: Modeling the Effects of the Jefferson-D’Hondt Method*, *Public Choice*, doi: 10.1007/s11127-019-00680-w (2019).
- [2]. J. Flis, W. Słomczyński, D. Stolicki, *Seat Allocation and Seat Bias under the Jefferson-D’Hondt System*, arXiv: 1805.08291 [physics.soc-ph] (2019).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

### Gerrymandering: manipulacje granicami okręgów wyborczych i ich wykrywanie

**Stanisław Szufa**    s.szufa@gmail.com  
Uniwersytet Jagielloński

Gerrymanderingiem nazywa się manipulację okręgami wyborczymi w celu uzyskania korzyści politycznej. Pokazujemy podstawowe techniki takiej manipulacji oraz wyniki symulacji pokazujących, jak znaczne skrzywienie wyniku wyborów można uzyskać. Przedstawiamy również przegląd oryginalnych metod wykrywania gerrymanderingu.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)