

# TEORIA MODELI I DYNAMIKA TOPOLOGICZNA

**Ludomir Newelski**

Instytut Matematyczny, Uniwersytet Wrocławski, pl. Grunwaldzki  
2/4, 50-384 Wrocław

e-mail: Ludomir.Newelski@math.uni.wroc.pl

Metody topologiczne są obecne w teorii modeli niemal od początku. W przełomowym twierdzeniu Morleya (1964) kluczowym pomysłem było mierzenie wielkości zbiorów definiowalnych w modelu przy pomocy rangi Morleya, która jest wariantem rangi Cantora-Bendixsona w przestrzeni typów. Shelah badał następnie warianty rangi Morleya metodami kombinatorycznymi, co doprowadziło go do odkrycia forkingu i rozwoju geometrycznej teorii modeli (Zilber, Hrushovski, Pillay).

W latach 2000 zaproponowałem stosowanie dokładniejszych narzędzi do badania wielkości zbiorów definiowalnych i typów (zwłaszcza w grupach definiowalnych w modelu), mających swe źródła w dynamice topologicznej.

Dynamika topologiczna bada ciągłe działania grupy  $G$  na przestrzeni zwartej  $X$ , zwanej  $G$ -potokiem. Rozważa się tu potoki minimalne, punkty prawie okresowe, półgrupy i grupy Ellisa dla  $G$ -potoku  $X$ . W teorii modeli rozważa się dwie sytuacje tego typu.

1.  $G$  jest grupą definiowalną w modelu  $M$ , działającą na przestrzeni  $G$ -typów  $S_G(M)$  przez lewe przesunięcia.

2.  $G$  jest grupą automorfizmów modelu monstrem  $\mathcal{M}$  działającą na przestrzeni typów globalnych  $S(\mathcal{M})$ .

W obu przypadkach metody dynamiki topologicznej prowadzą do nowych wyników na temat kombinatoryki zbiorów definiowalnych [1, 2, 3, 4]. Interakcja między teorią modeli a dynamiką topolo-

giczną prowadzi też do wyników ciekawych w dynamice topologicznej. Np. grupa Ellis dla potoku  $\beta G$  okazuje się być algebraicznie związana z  $G$ .

W odczycie przypomnę źródła teorii modeli (ze szczególnym uwzględnieniem jej polskich korzeni) oraz wyjaśnię, jak stosujemy w niej pojęcia dynamiki topologicznej.

## Literatura

- [1] K. Krupiński, A. Pillay, T. Rzepecki, Topological dynamics and the complexity of strong types, *Israel J. Math.* **228**: 863–932 (2018).
- [2] K. Krupiński, L. Newelski, P. Simon, Boundedness and absoluteness of some dynamical invariants in model theory, *J. Mathematical Logic*, przyjęte.
- [3] L. Newelski, Topological dynamics of definable group actions, *J. Symbolic Logic* **74**: 50–72 (2009).
- [4] L. Newelski, Topological dynamics of stable groups, *J. Symbolic Logic* **79**: 1199–1223 (2014).