

O NIERÓWNOŚCIACH DLA TRAJEKTORII GRADIENTU

Krzysztof Kurdyka

Université Savoie Mont Blanc France

e-mail: kurdyka@univ-smb.fr

Gdy f jest funkcją analityczną przełomowe odkrycie S. Łojasiewicza [1] nierówności $\|\nabla f\| \geq c|f|^\rho$, z wykładnikiem $\rho < 1$, pozwala udowodnić, że długość trajektorii ∇f między dwoma poziomiami f jest skończona. Wynika stąd istnienie granicy dowolnej trajektorii ∇f . W [2] podałem jej uogólnienie dla szerokiej klasy funkcji definiowalnych w strukturach o-minimalnych. Pod nazwą nierówności (warunku) K-L jest stosowana do wykazywania zbieżności algorytmów w teorii optymalizacji. Ogólniejsza metoda oszacowania długości trajektorii ∇f przez długość talwegu (linii dna doliny) ma potencjalnie jeszcze szersze pole zastosowań, np. [3]. W [4] wykazaliśmy istnienie granicy siecznych w punkcie krytycznym trajektorii gradientu funkcji analitycznej f . Bardziej subtelny opis trajektorii поблизу punktów krytycznych f pozostaje dalej otwarty.

Literatura

- [1] S. Łojasiewicz, Une propriété topologique des sous-ensembles analytiques réels, *Coll. Internat. du CNRS* **117**: 87–89 (1962).
- [2] K. Kurdyka, On gradients of functions definables in o-minimal structures, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **48**: 769–783 (1998).
- [3] K. Kurdyka and S. Spodzieja, Convexifying polynomials and SOS approximation, *SIAM J. of Opt.* **25**: 2512–2536 (2015).
- [4] K. Kurdyka, T. Mostowski, A. Parusiński, Proof of the Gradient Conjecture of R. Thom, *Annals of Math.* **152**: 763–792 (2000).