



analiza nieliniowa i równania różniczkowe

patroni sesji:

Juliusz Paweł Schauder Stanisław Zaremba



Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie

Polskiego Towarzystwa Matematycznego

Kraków 3 -7 września 2019

Spis treści

Analiza nieliniowa i równania różniczkowe 6

■ ■ 7 Piotr Bartłomiejczyk

Homotopie gradientowe versus właściwe gradientowe

■ ■ 9 Bartosz Bieganowski, Jarosław Mederski

Bound states for the Schrödinger equation with mixed-type nonlinearities

■ ■ 11 Piotr Biler

Nonlinear nonlocal heat equations: global solutions vs blowup

■ 12 Iwona Chlebicka (Skrzypczak), Youssef Ahmida, Piotr Gwiazda, Ahmed Youssefi, Anna Zatorska-Goldstein

Renormalized solutions to parabolic problems with strongly nonstandard growth

■ 14 Magdalena Chmara

Rozwiązania okresowe anizotropowych układów Eulera-Lagrange'a - istnienie i krotność

■ 16 Tomasz Cieślak

TBA

■ 17 Aleksander Ćwiszewski, Piotr Kokocki

Rozwiązania stacjonarne zagadnień eliptycznych na \mathbb{R}^N

■ 19 Grzegorz Gabor

Niezmienniczość i silna niezmienniczość w inkluzjach różniczkowych

■ 20 Marek Galewski

Some remarks on monotone and variational methods with applications to nonlinear equations

■ 21 Anna Gołębiewska

Bifurkacje z orbit rozwiązań układów eliptycznych

■ 23 Grzegorz Graff

Fixed point indices of iterates for a boundary fixed point

■ 25 Joanna Janczewska

Bifurkacje sprężystego pręta pod działaniem siły ściskającej na podłożu Winklera

■ 27 Piotr Kalita, Piotr Zgliczyński

Rigorous FEM for integration of dissipative PDEs in 1d

■ 28 Grzegorz Karch

Nieciągłe stany stacjonarne układów reakcji-dyfuzji

■ 29 Joanna Kluczenko

Bifurkacje z orbit rozwiązań eliptycznych równań różniczkowych z warunkiem Neumanna

■ 32 Piotr Kokocki

Niezmienniki homotopijne dla układów równań w rezonansie

■ 34 Michał Kowalczyk, Angela Pistoia, Giusi Vaira

Maximal solution of the Liouville equation in doubly connected domains

- 35 Jakub Maksymiuk, Sonia Acinas, Fernando Mazzone
Dualność Clarke'a dla układów Hamiltonowskich z niestandardowym wzrostem
- 37 Michał Miśkiewicz
Minimalizujące przekształcenia harmoniczne – wpływ przekształcenia brzegowego na osobliwości
- 39 Piotr B. Mucha
Density patches in viscous fluid mechanics
- 40 Aleksandra Orpel
Existence and asymptotics of positive solutions for semipositone problems
- 42 Lucjan Sapa, Bogusław Bożek, Marek Danielewski
Mathematical models of interdiffusion
- 44 Jakub Siemianowski, Wojciech Kryszewski
Układy równań eliptycznych na \mathbb{R}^N
- 45 Mikołaj Sierżęga
On some generalisations of the rigidity result for the Giga-Kohn equation

■ 46 Jakub Skrzeczkowski

Modele populacyjne ze strukturą – optymalizacja rozwiązań miarowych

■ 48 Maciej Starostka

Klasy homotopii właściwych odwzorowań gradientowych

■ 49 Andrzej Szulkin, Jarosław Mederski

Stała typu Sobolewa dla operatora curl i stany podstawowe dla równania curl-curl

■ 51 Agnieszka Świerczewska-Gwiazda, C. Bardos, E. Feireisl, P. Gwiazda, E. Titi, E. Wiedemann

Onsager's Conjecture for General Conservation Laws

■ 53 Anna Zatorska-Goldstein

Nieliniowe zagadnienia eliptyczne o anizotropowej strukturze z danymi o niskiej regularności

■ 54 Dariusz Pączka

Adhesive contact problem for viscoplastic materials

■ 56 Filip Pietrusiak

On the solvability of the boundary value problems for discrete $p(\cdot)$ -Laplacian on finite graphs

Homotopie gradientowe versus właściwe gradientowe

Piotr Bartłomiejczyk

piobart1@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

A. Parusiński ([1]) pokazał, że jeśli gradientowe pola wektorowe na dysku w \mathbb{R}^n nieznikające na brzegu mają ten sam stopień Brouwera, to są gradientowo homotopijne. Z kolei, M. Starostka ([2]) udowodnił, że podobna implikacja nie zachodzi w klasie właściwych pól gradientowych w \mathbb{R}^n o stopniu 1. Mianowicie, metodami teorii indeksu Conleya wykazał, że odwzorowania $f(x) = x$ oraz $g(x) = (-x_1, -x_2, x_3, \dots, x_n)$ nie są właściwie gradientowo homotopijne, pomimo że $\deg f = \deg g = 1$.

W referacie przedstawimy dwa twierdzenia stanowiące rozwinięcie i uzupełnienie wspomnianych wyżej wyników. Nasz pierwszy rezultat mówi, że jeżeli odrzucimy założenie właściwości, zachowując jednak założenie zwartości zbioru zer odwzorowań i homotopii, to implikacja typu Parusińskiego zachodzi w \mathbb{R}^n dla $n \geq 2$. Natomiast drugi rezultat stwierdza, że zbiór klas właściwej gradientowej homotopii właściwych gradientowych odwzorowań o stopniu 1 na płaszczyźnie ma dokładnie dwa elementy. Jest to wspólna praca z Piotrem Nowakiem-Przygodzkim.

Bibliografia

- [1] A. Parusiński, *Gradient homotopies of gradient vector fields*, *Studia Math.* **96**: 73–80 (1990).

[2] M. Starostka, *Connected components of the space of proper gradient vector fields*,
arXiv:1809.01411 [math.DS].

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Bound states for the Schrödinger equation with mixed-type nonlinearities

Bartosz Bieganowski

bartoszb@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika

We investigate the existence and multiplicity of solutions for the Schrödinger equation of the form

$$-\Delta u + V(x)u = g(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^N, \quad u \in H^1(\mathbb{R}^N).$$

In nonlinear optics, this equation describes the propagation of a electromagnetic wave in a periodic waveguide, e.g. photonic crystals. The external potential V takes into account the linear properties of the material and as usual we assume that V is \mathbb{Z}^N -periodic and 0 lies in the spectral gap of the Schrödinger operator $-\Delta + V(x)$. The nonlinear function g is responsible for the polarization of the medium. For instance, in Kerr-like media one has $g(x, u) = |u|^2 u$ and in the saturation effect g is asymptotically linear and is of the form $g(x, u) = \frac{|u|^2}{1+|u|^2} u$. Recently it has been shown that materials with large range of prescribed properties can be created and our aim is to model a wide range of nonlinear phenomena that allow to consider a composite of materials with different nonlinear polarization. In our case g may be linear for some $\mathbb{R}^N \setminus K$ (for sufficiently large $|u|$) and nonlinear outside of it, where K is a given \mathbb{Z}^N -periodic set. In particular we may combine the Kerr-like nonlinearity with a saturation effect. Under our conditions the energy functional has the linking geometry and Cerami sequences are bounded. This allows to

use a variant of linking theorem to obtain the existence of solutions. However, the multiplicity of solutions seem to be difficult to obtain by standard methods. Hence we reduce the problem to an appropriate subspace of $H^1(\mathbb{R}^N)$, where the quadratic form is positive-definite and use a Cerami-type condition, and a variant of Benci's pseudoindeix to show the multiplicity of solutions. In fact we refine a recent critical point theory from [2] for strongly indefinite functionals which do not have to be globally super-quadratic.

References

- [1] B. Bieganowski, J. Mederski: *Bound states for the Schrödinger equation with mixed-type nonlinearities*, arXiv: 1905.04542.
- [2] J. Mederski, J. Schino, A. Szulkin, *Multiple solutions to a nonlinear curl-curl problem in \mathbb{R}^N* , arXiv:1901.05776.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Nonlinear nonlocal heat equations: global solutions vs blowup

Piotr Biler

Piotr.Biler@math.uni.wroc.pl

Uniwersyte Wrocławski

The existence of global-in-time solutions for a nonlinear heat equation with nonlocal diffusion, power nonlinearity and suitably small data (either compared in the pointwise sense to the singular solution or in the norm of a critical Morrey space) is discussed. Then, asymptotics of subcritical solutions is determined as in [2]. These results are compared with conditions on the initial data in [1] leading to a finite time blowup.

References

- [1] P. Biler, *Blowup of solutions for nonlinear nonlocal heat equation*, *hMonatsh. Math.*: 1–14 (2019), <https://doi.org/10.1007/s00605-019-01269-7>
- [2] P. Biler and D. Pilarczyk, *Around a singular solution of a nonlocal nonlinear heat equation*, *NoDEA, Nonlinear Differ. Equ. Appl.* 26:5 (2019), <https://doi.org/10.1007/s00030-019-0552-z>

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Renormalized solutions to parabolic problems with strongly nonstandard growth

Iwona Chlebicka (Skrzypczak)

i.chlebicka@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

We provide existence and uniqueness of renormalized solutions to a general nonlinear parabolic equation

$$\partial_t u - \operatorname{div} A(t, x, \nabla u) = f \in L^1(\Omega_T),$$

where the growth of A is governed by a fully anisotropic N -function inhomogeneous in time and in space. In turn, our studies cover (not studied so far) cases in variable exponent spaces

$$\partial_t u - \operatorname{div}(b(x, t)|\nabla u|^{p(x,t)-2}\nabla u) = f \in L^1(\Omega_T),$$

for log-Hölder continuous exponent $p : \Omega_T \rightarrow (1, \infty)$, as well as problems posed in fully anisotropic Orlicz spaces (under no growth conditions), weighted Sobolev spaces (with bounded weights), and double-phase spaces within the range of parameters sharp for density of smooth functions.

References

- [1] I. Chlebicka, P. Gwiazda, A. Zatorska-Goldstein, *Parabolic equation in time and space dependent anisotropic Musielak-Orlicz spaces in absence of Lavrentiev's phenomenon*, Annales de l'Institut Henri Poincaré. Analyse Non Linéaire (C), 2019.

DOI:10.1016/j.anihpc.2019.01.003

- [2] I. Chlebicka, P. Gwiazda, A. Zatorska-Goldstein, *Renormalized solutions to parabolic equation in time and space dependent anisotropic Musielak-Orlicz spaces in absence of Lavrentiev's phenomenon*, **J. Differ. Equations**, 267 (2) (2019), 1129–1166.
- [3] I. Chlebicka, *A pocket guide to nonlinear differential equations in Musielak-Orlicz spaces*, **Nonlinear Analysis** 175 (2018), 1–27.
- [4] P. Gwiazda, I. Skrzypczak, A. Zatorska-Goldstein, *Existence of renormalized solutions to elliptic equation in Musielak-Orlicz space*, **J. Differ. Equations** 264 (1) (2018), 341–377.
- [5] Y. Ahmida, I. Chlebicka, P. Gwiazda, A. Youssefi, *Gossez's approximation theorems in Musielak-Orlicz-Sobolev spaces*, **J. Functional Analysis** 275 (9) (2018), 2538–2571.
- [6] I. Chlebicka, P. Gwiazda, and A. Zatorska-Goldstein. *Well-posedness of parabolic equations in the non-reflexive and anisotropic Musielak-Orlicz spaces in the class of renormalized solutions*, **J. Differ. Equations** 265 (11) (2018), 5716–5766.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Rozwiązania okresowe anizotropowych układów Eulera-Lagrange'a - istnienie i krotność

Magdalena Chmara

magdalena.chmara@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

Szukamy rozwiązań zagadnienia

$$\frac{d}{dt} \mathcal{L}_v(t, u(t), \dot{u}(t)) = \mathcal{L}_x(t, u(t), \dot{u}(t)) \quad \text{dla p.w. } t \in [a, b]$$
$$u(a) = u(b),$$

gdzie $\mathcal{L}(t, x, v) = F(t, x, v) + V(t, x) + \langle f(t)x \rangle$, wzrost $F \in C^1(I \times \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N, \mathbb{R})$ zadany jest za pomocą anizotropowej G-funkcji spełniającej warunki Δ_2 i ∇_2 . Korzystając z twierdzenia o przetęczy górskiej oraz z wariacyjnej zasady Ekelanda uzyskujemy istnienie co najmniej dwóch nietrywialnych rozwiązań należących do anizotropowej przestrzeni Orlicza-Sobolewa. Otrzymane rezultaty są uogólnieniem znanych wyników dla przypadków gdy F jest p -tą potęgą bądź izotropową G-funkcją.

Bibliografia

- [1] M. Chmara, J. Maksymiuk, *Mountain pass type periodic solutions for Euler–Lagrange equations in anisotropic Orlicz–Sobolev space*, J. Math. Anal. Appl., **470**: 584–598, (2019).
- [2] Zhang, Ziheng and Yuan, Rong, *Homoclinic solutions for p -Laplacian Hamiltonian systems with combined nonlinearities*, Qual. Theory Dyn. Syst., **16**: 761–774, (2017).

- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)



TBA

Tomasz Cieślak

cieslak@impan.pl

Polska Akademia Nauk

- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Rozwiązania stacjonarne zagadnień eliptycznych na \mathbb{R}^N

Aleksander Ćwiszewski

aleks@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Koperniak w Toruniu,

Będziemy szukać rozwiązań zagadnień eliptycznych postaci

$$-\Delta u + V(x)u = \lambda u + f(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^N,$$

z potencjałem typu Kato-Rellicha $V \in L^\infty(\mathbb{R}^N) + L^p(\mathbb{R}^N)$, wykładnikiem $p \geq 2$, ograniczoną funkcją Carathéodoriego $f : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i parametrem $\lambda \in \mathbb{R}$. Rozważać będziemy zagadnienie w rezonansie, tj. gdy $\lambda \in \sigma_p(-\Delta + V)$. Wykażemy, że jeśli f spełnia warunki typu Landesmana-Lasera lub tzw. warunki silnego rezonansu, to zagadnienie posiada nietrywialne rozwiązanie. Metody oparte są na badaniu półpotoku parabolicznego, wykorzystaniu jego odpowiedniej geometrii do obliczenia indeksów Conleya w wersji Rybakowskiego oraz wykorzystaniu własności zbiorów nieredukowalnych. Referat przedstawia wyniki uzyskane wspólnie z Piotrem Kokockim.

Bibliografia

- [1] K.P. Rybakowski, *The homotopy index and partial differential equations*, Universitext. Springer, Berlin (1987).
- [2] M. Prizzi, *On admissibility of parabolic equations in \mathbb{R}^N* , Fund. Math., 176, 261–275 (2003).
- [3] P. Kokocki, *Connecting orbits for nonlinear differential equations at resonance*, J. Differ. Equ. 255 (7), 1554–

1575 (2013).

- [4] A. wieszewski and P. Kokocki, *Stationary solutions and connecting orbits for resonant parabolic equations on \mathbb{R}^N* , preprint 2019.
- [5] A. wieszewski and W. Kryszewski, *Bifurcation from infinity for elliptic problems on \mathbb{R}^N* , Calc. Var. 58:13 (2019).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Niezmienniczość i silna niezmienniczość w inkluzjach różniczkowych

Grzegorz Gabor

ggabor@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Dla przestrzeni Banacha X i domkniętego podzbioru $K \subset X$ rozważamy problem

$$\begin{cases} x'(t) \in F(x(t)) \text{ (lub } x'(t) \in Ax(t) + F(x(t))) & \text{dla p.w. } t \geq 0, \\ x(0) = x_0 \in K, \end{cases} \quad (1)$$

gdzie $A : D(A) \rightarrow X$ jest generatorem C_0 -półgrupy i $F : \Omega \rightarrow X$ ($\Omega \supset K$ jest pewnym otwartym otoczeniem) jest odwzorowaniem o domkniętych, wypukłych i ograniczonych wartościach. Szukamy warunków dostatecznych dla *niezmienniczości* (i *silnej niezmienniczości*) zbioru K , oznaczającej, że każde absolutnie ciągłe (dla $A \neq 0$ odpowiednio: łagodne) rozwiązanie problemu (1) pozostaje w zbiorze K dla każdego $t \geq 0$ (lub, w przypadku silnej niezmienniczości, pozostaje w zbiorze $\text{int}K$ dla każdego $t > 0$). Przedyskutujemy warunki słabsze niż różne rodzaje lipschitzowości spotykane w literaturze, co ma swoje uzasadnienie w zagadnieniach pochodzących od równań różniczkowych cząstkowych. Ponadto pokażemy konsekwencje silnej niezmienniczości w problemach impulsowych z impulsami zależnymi od stanu układu.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Some remarks on monotone and variational methods with applications to nonlinear equations

Marek Galewski

marek.galewski@p.lodz.pl

Uniwersytet Łódzki

Using monotonicity methods and some variational argument we will consider nonlinear problems which involve monotone potential mappings satisfying condition (S) and their compact perturbations. We investigate when functional whose minimum is obtained by a direct method of the calculus of variations satisfies the Palais–Smale condition, then provide structure conditions on the derivative of the action functional under which bounded Palais–Smale sequences are convergent. Finally, we make some comment concerning the convergence of Palais–Smale sequence obtained in the mountain pass theorem due to Rabier. We end our considerations with a three critical point type result. Some examples will be given.

References

- [1] H. Gajewski, K. Gröger, K. Zacharias, *Nichtlineare Operatorgleichungen und Operatordifferentialgleichungen*, Akademie-Verlag, Berlin, 1974.
- [2] D. G. Figueredo, *Lectures on the Ekeland Variational Principle with Applications and Detours*, Preliminary Lecture Notes, SISSA, 1988.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Bifurkacje z orbit rozwiązań układów eliptycznych

Anna Gołębiewska

aniar@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Rozważmy układ równań eliptycznych z warunkiem brzegowym Neumanna:

$$\begin{cases} A\Delta u = \nabla_u F(u, \lambda) & \text{w } \mathcal{U} \\ \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 & \text{na } \partial\mathcal{U}, \end{cases} \quad (2)$$

gdzie \mathcal{U} jest otwartym, ograniczonym zbiorem, $A = \text{diag}(\pm 1, \dots, \pm 1)$. Ponadto założmy, że układ ma dodatkowe symetrie - w szczególności można rozpatrywać sytuację, gdy zbiór \mathcal{U} jest $SO(N)$ -niezmienniczy lub potencjał F jest Γ -niezmienniczy, przy czym Γ jest zwartą grupą Liego. Przy takich założeniach rozwiązania trywialne układu nie muszą być izolowane, lecz mogą tworzyć orbity rozwiązań. Dlatego przedmiotem naszych badań jest bifurkacja z orbit. W tym celu definiujemy indeks orbity, wykorzystując stopień niezmienniczych funkcyjonałów silnie nieokreślonych. Używając tego indeksu można sformułować symetryczną wersję globalnego twierdzenia bifurkacyjnego Rabinowitza. Twierdzenie to może być zastosowane do badania bifurkacji rozwiązań nietrywialnych z orbit rozwiązań trywialnych układu (2).

Bibliografia

- [1] A. Gołębiewska, J. Kluczenko, *Connected sets of solutions for a nonlinear Neumann problem*, Diff. Int. Equ.

30(11-12) 833–852 (2017).

- [2] A. Gołębiewska, J. Kluczenko, P. Stefaniak, *Bifurcations from the orbit of solutions of the Neumann problem*, Calc. Var. **57(1)** (2018), <https://doi.org/10.1007/s00526-017-1285-7>.
- [3] A. Gołębiewska, P. Stefaniak, *Global bifurcation index of critical orbit of strongly indefinite functional*, arXiv:1809.09950.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Fixed point indices of iterates for a boundary fixed point

Grzegorz Graff

grzegorz.graff@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

Let M be a manifold with non-empty boundary ∂M . Consider $f: (M, \partial M) \rightarrow (M, \partial M)$ and let $\bar{f} = f|_{\partial M}: \partial M \rightarrow \partial M$. The sequence of fixed point indices at an isolated fixed point $x_0 \in \partial M$, $(\text{ind}(f^n, x_0))_n$, plays an important role in the study of dynamical properties of the map f near x_0 . On the other hand, as x_0 is also an isolated fixed point of \bar{f} , one may consider the sequence $(\text{ind}(\bar{f}, x_0))_n$. In this talk we describe the relations between the mentioned above sequences of indices for different classes of maps. The study of this problem is motivated by its potential applications in differential equations, periodic point theory and magnetohydrodynamics. We will refer to the results obtained in the collaboration with J. Jezierski, P. Nowak-Przygodzki and A. Myszkowski.

Research supported by the National Science Centre, Poland, under the grant Sheng 1 no. 2018/30/Q/ST1/00228.

References

- [1] H. Barge, K. Wójcik, *Mayer-Vietoris property of the fixed point index*, *Topol. Methods Nonlinear Anal.* **50** (2): 643–667 (2017).
- [2] G. Graff, J. Jezierski, *Minimal number of periodic points of smooth boundary-preserving self-maps of simply-connected manifolds*, *Geom. Dedicata* **187**: 241–258

(2017).

- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Bifurkacje sprężystego pręta pod działaniem siły ściskającej na podłożu Winklera

Joanna Janczewska

joanna.janczewska@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

Teoria bifurkacji dostarcza wielu metod do badania deformacji elastycznych konstrukcji, w szczególności prętów, płyt i powłok.

Mój wykład oparty będzie na artykule [1], w którym wykorzystujemy teorię stopnia Brouwera do badania deformacji jednorodnego, sprężystego pręta na podłożu Winklera. Zakładamy, że pręt znajduje się w położeniu poziomym i jest poddawany działaniu siły ściskającej. Lewy koniec pręta jest wolny, a prawy swobodnie podparty. Pokazujemy, że zjawisko bifurkacji zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy problem zlinearyzowany posiada rozwiązania nietrywialne. Zastosowanie teorii stopnia daje dodatkową informację, że punkty bifurkacji są punktami rozgałęzienia, czyli odchodzą od nich continua rozwiązań.

Bibliografia

- [1] M. Izydorek, J. Janczewska, N. Waterstraat, A. Zgorzelska, *Bifurcation of equilibrium forms of an elastic rod on a two-parameter Winkler foundation*, *Nonlinear Anal. Real World Appl.* **39**: 451–463 (2018).
- [2] J. Janczewska, *Local properties of the solution set of the operator equation in Banach spaces in a neighbourhood of a bifurcation point*, *Cent. Eur. J. Math.* **2**:

561–572 (2004).

- [3] A. Borisovich, J. Dymkowska, *Elementy Analizy Funkcjonalnej z Zastosowaniem w Mechanice Ciał Sprężystych*, Politechnika Gdańska, Gdańsk, 2003.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Rigorous FEM for integration of dissipative PDEs in 1d

Piotr Kalita

piotr.kalita@ii.uj.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński

We describe a computer assisted algorithm for rigorous integration forward in time of dissipative PDEs. Contrary to the previous work, the algorithm is not based on the finite dimensional approximation in Fourier basis but in the Finite Element basis, making it more flexible. As an illustration of the algorithm we present the computer assisted and constructive proof of the existence of time periodic solution for the one dimensional Burgers equation with Dirichlet boundary conditions and non-autonomous periodic forcing. This is joint work with Piotr Zgliczyński.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Nieciągłe stany stacjonarne układów reakcji-dyfuzji

Grzegorz Karch

grzegorz.karch@uwr.edu.pl

Uniwersytet Wrocławski

Na wykładzie omówione zostaną wyniki uzyskane w ostatnich latach wspólnie z Anną Marciniak-Czochrą i Kanako Suzuki, oraz ostatnio z Szymonem Cyganem, dotyczące układów równań reakcji-dyfuzji modelujących zjawiska z biologii i medycyny. W układach tych niektóre komponenty nie podlegają zjawisku dyfuzji co prowadzi tworzenia się stabilnych rozwiązań stacjonarnych ze skokami.

Bibliografia

- [1] S. Cygan, A. Marciniak-Czochra, G. Karch, and K. Suzuki, *Regular and discontinues stationary solutions of reaction-diffusion-ODE systems*, (2019), preprint.
- [2] A. Marciniak-Czochra, G. Karch, and K. Suzuki, *Instability of Turing patterns in reaction-diffusion-ODE systems*, *J. Math. Biol.* **74** (3) (2017), 583–618.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Bifurkacje z orbit rozwiązań eliptycznych równań różniczkowych z warunkiem Neumanna

Joanna Kluczenko

jgawrycka@matman.uwm.edu.pl

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Wykład będzie prezentacją wyników zawartych we wspólnej pracy z Anią Gołębiewską oraz Piotrem Stefaniakiem. Celem prezentacji będzie badanie własności słabych, nietrywialnych rozwiązań nieliniowych układów równań eliptycznych z warunkiem brzegowym Neumanna, to znaczy układów postaci:

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda \nabla F(u) & \text{in } B^N \\ \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 & \text{on } S^{N-1}, \end{cases} \quad (3)$$

gdzie B^N oznacza kulę jednostkową w \mathbb{R}^N , $S^{N-1} = \partial B^N$ oraz $F: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia pewne dodatkowe założenia. Aby uzyskać sytuację niezmienniczą będziemy zakładać, że na przestrzeni \mathbb{R}^m jest zdefiniowane działanie zwartej grupy Liego Γ oraz F jest odwzorowaniem Γ -niezmienniczym. Oznaczmy przez \mathcal{G} grupę $\Gamma \times SO(N)$, zaś przez $H^1(B^N)$ pierwszą przestrzeń Sobolewa na zbiorze B^N . Rozważmy ponadto przestrzeń Hilberta $\mathbb{H} = \bigoplus_{i=1}^m H^1(B^N)$, która jest ortogonalną \mathcal{G} -reprezentacją z działaniem zadanym wzorem $(\gamma, \alpha)(u)(x) = \gamma u(\alpha^{-1}x)$ dla $(\gamma, \alpha) \in \mathcal{G}$, $u \in \mathbb{H}$. Do badania słabych rozwiązań układu (3) zastosujemy metody wariacyjne, to znaczy stworzymy z tym układem funkcjonal $\Phi: \mathbb{H} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, którego punkty krytyczne będą we wzajemnie jednoznacznej odpowiedniości ze słabymi rozwiązaniami układu (3). Z symetrii

układu (3) wynika, że gradient funkcjonatu Φ jest operatorem \mathcal{G} -współzmiennicznym. Zauważmy, że jeżeli $u_0 \in \nabla F^{-1}(0)$, to również $\gamma u_0 \in \nabla F^{-1}(0)$ dla wszystkich $\gamma \in \Gamma$. W tej sytuacji punkt krytyczny u_0 nie jest izolowany, dokładniej, mamy do czynienia z orbitą punktów krytycznych. Zatem dla $u_0 \in \nabla F^{-1}(0)$ funkcja stała $\tilde{u}_0 \equiv u_0$ jest rozwiązaniem układu (3) dla wszystkich $\lambda \in \mathbb{R}$ oraz punkt $(g\tilde{u}_0, \lambda)$ jest punktem krytycznym funkcjonatu Φ dla każdego $g \in \mathcal{G}$. Rozważmy rodzinę rozwiązań trywialnych $\mathcal{T} = \mathcal{G}(\tilde{u}_0) \times \mathbb{R} \subset \mathbb{H} \times \mathbb{R}$. Na wykładzie zbadamy istnienie bifurkacji nietrywialnych rozwiązań z rodziny \mathcal{T} , to znaczy zbadamy istnienie takich $\lambda_0 \in \mathbb{R}$, że $\mathcal{G}(\tilde{u}_0) \times \{\lambda_0\} \subset \{(v, \lambda) \in (\mathbb{H} \times \mathbb{R}) \setminus \mathcal{T} : \nabla_v \Phi(v, \lambda) = 0\}$. Ponadto, korzystając z teorii stopnia odwzorowań współzmiennicznych zdefiniowanego w [2] lub stopnia silnie nieokreślonych funkcjonatów niezmienniczych z pracy [3], sformułujemy warunki dostateczne na istnienie lokalnej oraz globalnej bifurkacji, przy użyciu wartości własnych macierzy Hessego odwzorowania F oraz wartości i podprzestrzeni własnych operatora Laplace'a. Na wykładzie scharakteryzujemy również orbity na których zachodzi zjawisko łamania symetrii rozwiązań układu (3).

Bibliografia

- [1] A. Gołębiewska, J. Kluczenko, P. Stefaniak, *Bifurcations from the orbit of solutions of the Neumann problem*, Calc. Var. Partial Differential Equations **57**, no 1, Art. 21,23 pp.
- [2] A. Gołębiewska, S. Rybicki, *Global bifurcations of critical orbits of G -invariant strongly indefinite functionals*,

Nonl.Anal.**74(5)**, 1823-1834.

- [3] S. Rybicki, *Degree for equivariant gradient maps*, Milan.J.Math. **73**,103-144.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Niezmienniki homotopijne dla układów równań w rezonansie

Piotr Kokocki

pkokocki@mat.umk.pl

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Zajmujemy się badaniem maksymalnych ograniczonych zbiorów niezmienniczych dla parabolicznego układu $m \geq 1$ równań postaci

$$\dot{u}_k(t) = -A_k u_k(t) + \lambda_k u_k(t) + f_k(x, u(t), \nabla u(t)), \quad 1 \leq k \leq m,$$

gdzie $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in \mathbb{R}$ są parametrami, A_k jest eliptycznym operatorem różniczkowym z warunkami Dirichleta na zbiorze $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ oraz $f = (f_1, \dots, f_m)$ jest ograniczonym zaburzeniem. Interesuje nas sytuacja, gdy powyższy układ jest w *rezonansie*, czyli, dla dowolnego $1 \leq k \leq m$ parametr λ_k jest wartością własną operatora A_k . Wówczas, nietrudno wskazać przykłady zaburzeń f , dla których powyższy układ nie posiada rozwiązań ograniczonych. Naszym celem jest wprowadzenie rodziny, zależnych od parametru, warunków rezonansowych dla odwzorowania f , gwarantujących, że maksymalny ograniczony zbiór niezmienniczy K_∞ dla naszego układu jest niepusty i zwarty. Ponadto zależność tych rodzin od wspomnianego parametru pozwala na „interpolację” między klasycznymi warunkami Landesmana–Lazera oraz warunkami z silnym rezonansem. Stosowana przez nas metoda niezmienników homotopijnych polegać będzie na wyznaczeniu indeksu Rybakowskiego–Conley’a zbioru K_∞ w zależności od wprowadzonych wcześniej warunków rezonansowych.

Bibliografia

- [1] P. Kokocki, *Maximal bounded invariant sets for systems of evolution equations at resonance*, w przygotowaniu
- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Maximal solution of the Liouville equation in doubly connected domains

Michał Kowalczyk

kowalczy@dim.uchile.cl

University of Chile, Santiago, Chile.

Co-authors:

Angela Pistoia

angela.pistoia@uniroma1.it

Sapienza Università di Roma, via Antonio Scarpa 16,
00161, Roma, Italy.

Giusi Vaira

giusi.vaira@unicampania.it

Università della Campania "L. Vanvitelli", Caserta, Italy.

In this talk I will discuss a new existence result for the widely studied Liouville problem $\Delta u + \lambda^2 e^u = 0$ in a bounded, two dimensional, doubly connected domain with Dirichlet boundary conditions. I will show that for a sequence of $\lambda_n \rightarrow 0$ this equation has solutions that blow-up in the whole domain. Profiles of the blowing-up solutions are related to a free boundary problem which gives a solution to an optimal partition problem for the given domain. I will also describe the role of the free boundary problem in other classical equations such as the mean field model or the prescribed Gaussian curvature equation.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Dualność Clarke'a dla układów Hamiltonowskich z niestandardowym wzrostem

Jakub Maksymiuk

jakub.maksymiuk@pg.edu.pl

Politechnika Gdańska

Rozważmy następujący układ Hamiltonowski:

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = J\nabla H(t, u(t)) \\ u(0) = u(T) \end{cases} \quad \text{p.w. } t \in [0, T] \quad (\text{HS})$$

gdzie $H: [0, T] \times \mathbb{R}^{2N} \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją klasy C^1 , wypukłą w zmiennej u , której wzrost jest wyznaczony przez G -funkcję $G: \mathbb{R}^{2N} \rightarrow [0, \infty)$. Z uwagi na strukturę równania (HS) wymagamy, aby G spełniała dodatkowo warunek symplektyczności $G^*(Jz) = G(z)$. Typowym przykładem takiej funkcji jest $G(x, y) = 1/p|x|^p + 1/q|y|^q$. Korzystając z dualności Clarke'a otrzymujemy twierdzenie o istnieniu.

Twierdzenie. Niech G będzie symplektyczną G -funkcją taką, że $G^* \in \Delta_2$. Załóżmy, że:

[1] istnieje $\xi \in L^{G^*}$ takie, że dla p.w. $t \in [0, T]$ i $u \in \mathbb{R}^{2N}$ zachodzi

$$H(t, u) \geq \langle \xi(t), u \rangle,$$

[2] istnieje $\Lambda > 0$ spełniająca $\Lambda^{-1} > T \max\{1, C_G/2\}$ oraz $\alpha \in L^1$ takie, że dla p.w. $t \in [0, T]$ i $u \in \mathbb{R}^{2N}$ zachodzi

$$H(t, u) \leq G(\Lambda u) + \alpha(t),$$

[3]

$$\lim_{|u| \rightarrow \infty} \int_0^T H(t, u) dt = \infty.$$

Wtedy układ (HS) posiada rozwiązanie w przestrzeni Orlicza-Sobolewa $W_T^1 L^G([0, T], \mathbb{R}^{2N})$.

Powyższe twierdzenie jest uogólnieniem wcześniejszych wyników podanych w [1] dla hamiltonianów o wzroście podkwadratowym oraz w pracy [2] dla przypadku wzrostu z p -tą potęgą. Analogicznie jak w wymienionych pracach, korzystając z dualności Lagrange'a dowodzimy także istnienie rozwiązań równania

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \nabla \Phi(\dot{q}) + \nabla V(t, q) = 0 \\ q(0) = q(T), \quad \dot{q}(0) = \dot{q}(T) \end{cases} \quad \text{p.w. } t \in [0, T]$$

gdzie $\Phi: \mathbb{R}^N \rightarrow [0, \infty)$ jest G -funkcją spełniającą warunek $\Delta_2 \cap \nabla_2$.

Bibliografia

- [1] J. Mawhin, M. Willem *Critical point theory and Hamiltonian systems*, Springer-Verlag, New York, 1989
- [2] Y. Tian, W. Ge, *Periodic solutions of non-autonomous second-order systems with a p -Laplacian*, *Nonl. Anal.*, **66**: 192-203, (2007)
- [3] S. Acinas, J. Maksymiuk, F. Mazzone, *Clarke duality for Hamiltonian systems with nonstandard growth*, *Nonl. Anal.* **188**: 1-21 (2019)

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Minimalizujące przekształcenia harmoniczne – wpływ przekształcenia brzegowego na osobliwości

Michał Miśkiewicz

m.miskiewicz@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Minimalizujące przekształcenia harmoniczne uogólniają klasyczne funkcje harmoniczne; są to przekształcenia między różnymi mnogościami minimalizujące energię Dirichleta (całkę z kwadratu gradientu). W ogólności nie są jednak gładkie w całej dziedzinie – posiadają tzw. zbiór osobliwy (czyli punkty nieciągłości) kowymiaru 3.

Podczas referatu skupię się na przekształceniach w standardową sferę S^2 przyjmujących zadane wartości na brzegu obszaru. Oprócz oszacowań na rozmiar zbioru osobliwego w terminach energii przekształcenia brzegowego omówię też wpływ małych zaburzeń przekształcenia brzegowego na osobliwości wewnątrz obszaru. Przedstawię prosty wynik stabilnościowy, który pozwala na oszacowanie odległości Wassersteina zbiorów osobliwych dwóch przekształceń harmonicznych.

Referat oparty jest na wynikach uzyskanych wspólnie z Katarzyną Mazowiecką i Arminem Schikorą.

Bibliografia

- [1] K. Mazowiecka, M. Miśkiewicz, A. Schikorra *On the size of the singular set of minimizing harmonic maps into the sphere in dimension three*,

arXiv preprint 1811.00515 (2018).

- [2] K. Mazowiecka, M. Miśkiewicz, A. Schikorra *On the size of the singular set of minimizing harmonic maps into the 2-sphere in dimension four and higher*, arXiv preprint 1902.03161 (2019).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Density patches in viscous fluid mechanics

Piotr B. Mucha

p.mucha@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

I would like to present the current results of the issue of density patches in the regime determined by the Navier-Stokes equations. In few words, the goal is to analyze the motion of the density given initially as a characteristic function of a set. The key element is the uniqueness of the evolution, connected with a need of relatively high regularity of the velocity. Here we need to introduce a new technique of the shift of regularity.

The talk will mostly based on joint results with Raphael Danchin (Paris12).

References

- [1] R. Danchin, P.B. Mucha, The Incompressible Navier-Stokes Equations in Vacuum *Comm. Pure Appl. Math.* 72 (2019), no. 7, 1351–1385.
- [2] R. Danchin, P.B. Mucha, Incompressible flows with piecewise constant density. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 207 (2013), no. 3, 991–1023.
- [3] R. Danchin, P.B. Mucha, A Lagrangian approach for the incompressible Navier-Stokes equations with variable density. *Comm. Pure Appl. Math.* 65 (2012), no. 10, 1458–1480.

Existence and asymptotics of positive solutions for semipositone problems

Aleksandra Orpel

aleksandra.orpel@wmii.uni.lodz.pl

Unwersytet Łódzki

We investigate the existence of a large number of positive evanescent solutions for the following semilinear elliptic equation $\Delta u(x) + f(x, u(x)) + g(x)x \cdot \nabla u(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}^n$ and $\|x\| > R$, where $f(x, \cdot)$ can be negative at the origin. Our results are based on a certain iteration schema, in which we apply the sub and supersolution method developed by Noussair and Swanson. We show that the solutions have the minimal growth and finite energy in a neighborhood of infinity. Our approach allows us to consider superlinear problems with g without radial symmetry.

References

- [1] E.S. Noussair and C.A. Swanson, *Multiple finite energy solutions of critical semilinear field equations*, J. Math. Anal. Appl. **195**: 278–293 (1995).
- [2] A. Orpel, *Increasing sequences of positive evanescent solutions of nonlinear elliptic equations*, J. Differential Equations **259**: 1743–1756 (2015).
- [3] L. Sankar, S. Sasi and R. Shivaji, *Semipositone problems with falling zeros on exterior domains*, J. Math. Anal. Appl. **401**: 146–153 (2013).

[● Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Mathematical models of interdiffusion

Lucjan Sapa

sapa@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Co-authors:

Bogusław Bożek

bozek@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

Marek Danielewski

daniel@agh.edu.pl

Akademia Górniczo-Hutnicza

We study the diffusional transport in an s -component solid solution. The local mass conservation law for fluxes with the Darken drift term and the Vegard rule lead to the parabolic-elliptic system of strongly coupled nonlinear differential equations

$$\begin{cases} \partial_t c_i + \operatorname{div}(-D_i(c_1, \dots, c_s) \nabla c_i + c_i \nabla F) = 0 & \text{on } [0, T] \times \Omega, \\ \Delta F = \operatorname{div}(\sum_{k=1}^s \Omega_k D_k(c_1, \dots, c_s) \nabla c_k) & \text{on } [0, T] \times \Omega, \\ \int_{\Omega} F dx = 0 & \text{on } [0, T], \end{cases}$$

with the nonlinear coupled initial-boundary Robin type conditions.

We will present theorems on well-posedness in the suitable Sobolev spaces. Moreover, finite implicit difference methods (FDM) and theorems concerned convergence and stability will be given.

References

- [1] B. Bożek, L. Sapa, M. Danielewski, *Difference methods to one and multidimensional interdiffusion models with Vegard rule*, Math. Model. Anal. **24**: 276–296 (2019).
- [2] L. Sapa, B. Bożek, M. Danielewski, *Existence, uniqueness and properties of global weak solutions to interdiffusion with Vegard rule*, Topol. Methods Nonlinear Anal. **52**: 423–448 (2018).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Układy równań eliptycznych na \mathbb{R}^N

Jakub Siemianowski

`jsiem@mat.umk.pl`

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Rozważamy układ M równań eliptycznych postaci

$$\begin{cases} \mathcal{L}_1 u_1 &= f_1(x, u, Du), & \text{na } \mathbb{R}^N \\ & \vdots \\ \mathcal{L}_M u_M &= f_M(x, u, Du), \end{cases} \quad (*)$$

gdzie $u = (u_1, \dots, u_M) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$, Du jest macierzą Jacobiego funkcji u , każdy \mathcal{L}_i jest eliptycznym liniowym operatorem różniczkowym drugiego rzędu oraz $f = (f_1, \dots, f_M) : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^M \times \mathbb{R}^{MN} \rightarrow \mathbb{R}^M$ nieliniowym zaburzeniem. Szukamy rozwiązań u w przestrzeni $H^1(\mathbb{R}^N, \mathbb{R}^M)$.

Układ (*) uzupełniony jest geometrycznymi założeniami, dotyczącymi styczności f do pewnego zbioru ograniczeń, który jest jednocześnie niezmienniczy względem rezolwent operatora $\mathcal{L}_1 \times \dots \times \mathcal{L}_M$, oraz odpowiednim wzrostem f .

Najpierw rozwiązujemy pomocnicze układy typu (*) na dużych kulach $B(0, n)$ przy użyciu indeksu punktów stałych. Następnie stosujemy tzw. oszacowania ogonowe (*ang. tail estimate technique*), aby wykazać zbieżność ciągu rozwiązań pomocniczych do wyjściowego problemu (*).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

On some generalisations of the rigidity result for the Giga-Kohn equation

Mikołaj Sierżęga

mikolaj.sierzega@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

What we refer to as the Giga-Kohn equation is a semi-linear elliptic equation of Ornstein-Uhlenbeck type:

$$\Delta u - \frac{x}{2} \cdot \nabla u - \alpha u + |u|^{p-1} u = 0, \quad \text{on } \mathbb{R}^n, \quad p > 1. \quad (4)$$

In [1] it was shown that when $\alpha = \frac{1}{p-1}$ and $p \leq \frac{n+2}{n-2}$, $n \geq 1$, all bounded solutions are necessarily constant. In this talk I will discuss some generalisations of this result.

Bibliografia

- [1] Giga, Y., Kohn, R.V., *Asymptotically self-similar blow-up of semilinear heat equations*. *Comm. Pure Appl. Math.* **38** (1985), no. 3, 297–319

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Modele populacyjne ze strukturą – optymalizacja rozwiązań miarowych

Jakub Skrzeczkowski

jakub.skrzeczkowski@student.uw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

Zajmujemy się równaniem transportu z warunkiem brzegowym:

$$\begin{cases} \partial_t \mu_t + \partial_x (b(x, \mu_t) \mu_t) &= c(x, \mu_t) \mu_t & \mathbb{R}^+ \times [0, T], \\ b(0, \mu_t) D_\lambda \mu_t(0) &= \int_{\mathbb{R}^+} a(x, \mu_t) d\mu_t(x) & [0, T], \end{cases} \quad (5)$$

oraz początkowym $\mu_0 = \nu$. Wiadomo, że (5) jest dobrze postawione w przestrzeni nieujemnych i ograniczonych miar Radona $\mathcal{M}^+(\mathbb{R}^+)$ z tzw. flat metric ρ_F [1]. Rozważmy (5) z zaburzonymi funkcjami modelowymi postaci $f^h(x, \mu) = f^0(x, \mu) + hf_p(x, \mu)$ dla $f = a, b, c$. Czy i w jakim sensie $h \mapsto \mu_t^h$ jest różniczkowalne? Pokażemy, że nie jest w $\mathcal{M}(\mathbb{R}^+)$ z metryką ρ_F . Następnie, wykażemy Fréchetowską różniczkowalność w większej przestrzeni $Z = \overline{\mathcal{M}(\mathbb{R}^+)}^{(C^{1+\alpha})^*}$ [2,3].

Bibliografia

- [1] P. Gwiazda, T. Lorenz, A. Marciniak-Czochra *A nonlinear structured population model: Lipschitz continuity of measure valued solutions with respect to model ingredients*, J. Differential Equations, **248** (2010), 2703–2735
- [2] P. Gwiazda, S. C. Hille, K. Łyczek, A. Świerczewska-Gwiazda *Differentiability in perturbation parameter of*

measure solutions to perturbed transport equation,
arXiv:1806.00357

- [3] J. Skrzeczkowski, *Measure solutions to perturbed structured population models – differentiability with respect to perturbation parameter,*
arXiv:1812.01747

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Klasy homotopii właściwych odwzorowań gradientowych

Maciej Starostka

Maciej.Starostka@ruhr-uni-bochum.de

Ruhr Universität Bochum

W [1] A. Parusinski pokazał, że dwa odwzorowania gradientowe na dysku są homotopijne wtedy i tylko wtedy, gdy mają ten sam stopień. Pokażemy, że ta teza przestaje być prawdziwa jeżeli dysk zastąpimy przestrzenią euklidesową i będziemy rozpatrywać odwzorowania właściwe.

Bibliografia

- [1] A. Parusinski, *Gradient Homotopies of Gradient Vector Fields*, *Studia Math.* XCVI (1990), 73-80
- [2] M. Starostka, *Connected components of the space of proper gradient vector fields*, 2018, arXiv:1809.01411
 - [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Stała typu Sobolewa dla operatora curl i stany podstawowe dla równania curl-curl

Andrzej Szulkin

andrzej.s@math.su.se

Uniwersytet Sztokholmski, Szwecja

Dla podzbioru otwartego $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ zdefiniujemy

$$S(\Omega) := \inf\{|\nabla u|_2^2/|u|_6^2 : u \in C_0^\infty(\Omega) \setminus \{0\}\}$$

(jak zwykle $|\cdot|_p$ oznacza normę w $L^p(\Omega)$).

$S(\Omega)$ jest stałą Sobolewa ze względu na zanurzenie $\mathcal{D}_0^{1,2}(\Omega) \hookrightarrow L^6(\Omega)$. Wiadomo, że jest ona niezależna od Ω , infimum jest osiągnięte wtedy i tylko wtedy gdy $\Omega = \mathbb{R}^3$ i jest realizowane przez stan podstawowy równania $-\Delta u = |u|^4 u$ w przestrzeni $\mathcal{D}^{1,2}(\mathbb{R}^3)$. Naturalnym uogólnieniem dla operatora *curl* mogłaby się wydawać stała

$$\bar{S}(\Omega) := \inf\{|\nabla \times u|_2^2/|u|_6^2 : u \in C_0^\infty(\Omega, \mathbb{R}^3) \setminus \{0\}\}.$$

Ponieważ jądro operatora *curl* jest nietrywialne ($\nabla \times u = 0 \forall u = \nabla \varphi$), stała ta zawsze byłaby równa 0.

Na niniejszym odczycie zdefiniujemy inną stałą, $S_{\text{curl}}(\Omega)$, jako pewne infimum. Ma ona następujące własności: $S_{\text{curl}}(\Omega) > S(\Omega)$; $S_{\text{curl}}(\Omega)$ nie zależy od Ω ; infimum jest osiągnięte gdy $\Omega = \mathbb{R}^3$ i realizowane przez stan podstawowy równania $\nabla \times (\nabla \times u) = |u|^4 u$, które można wyprowadzić z układu równań Maxwella. Otwarty pozostaje problem (nie)istnienia minimum gdy $\Omega \neq \mathbb{R}^3$.

Jeśli czas pozwoli, krótko przedyskutujemy również problem Brezisa i Nirenberga dla operatora *curl-curl* na zbiorach ograniczonych.

Powyższy materiał pochodzi z pracy w przygotowaniu z Jarosławem Mederskim.

- [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Onsager's Conjecture for General Conservation Laws

Agnieszka Świerczewska-Gwiazda

aswiercz@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

A common feature of systems of conservation laws of continuum physics is that they are endowed with natural companion laws which are in such case most often related to the second law of thermodynamics. This observation easily generalizes to any symmetrizable system of conservation laws. They are endowed with nontrivial companion conservation laws, which are immediately satisfied by classical solutions. Not surprisingly, weak solutions may fail to satisfy companion laws, which are then often relaxed from equality to inequality and overtake a role of a physical admissibility condition for weak solutions. We want to discuss what is a critical regularity of weak solutions to a general system of conservation laws to satisfy an associated companion law as an equality. An archetypal example of such result was derived for the incompressible Euler system by Constantin et al. ([1]) in the context of the seminal Onsager's conjecture. This general result can serve as a simple criterion to numerous systems of mathematical physics to prescribe the regularity of solutions needed for an appropriate companion law to be satisfied. The talk is based on the common results with C. Bardos, E. Feireisl, P. Gwiazda, E. S. Titi and E. Wiedemann ([2]-[5])

References

- [1] C. Bardos, P. Gwiazda, E. S. Titi, A. Świerczewska-Gwiazda and E. Wiedemann, *On the Extension of Onsager's Conjecture for General Conservation Laws*, J. Nonlinear Sci. **29**: 501–510 (2019).
- [2] P. Constantin, W. E, and E. S. Titi. *Onsager's conjecture on the energy conservation for solutions of Euler's equation*, Comm. Math. Phys., **165**: 207–209 (1994).
- [3] E. Feireisl, P. Gwiazda, A. Świerczewska-Gwiazda, E. Wiedemann, *Regularity and Energy Conservation for the Compressible Euler Equations*, Arch. Ration. Mech. Anal. **223**: 1375–1395 (2017).
- [4] P. Gwiazda, M. Michálek, A. Świerczewska-Gwiazda, *A note on weak solutions of conservation laws and energy/entropy conservation*, Arch. Ration. Mech. Anal. **229**: 1223–1238 (2018).
- [5] M. Omladič and P. Šemrl, *Matrix spaces with bounded number of eigenvalues*, Linear Algebra Appl. **249**: 29–46 (1996).

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Nieliniowe zagadnienia eliptyczne o anizotropowej strukturze z danymi o niskiej regularności

Anna Zatorska-Goldstein

azator@mimuw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

W czasie swojego wystąpienia zaprezentuję wyniki uzyskane wraz z Angelą Alberico, Andreą Cianchi, oraz Iwoną Chlebicką. Badaliśmy problem istnienia i regularności rozwiązań zagadnień brzegowych dla operatorów różniczkowych w postaci dywergencyjnej, dla których warunki eliptyczności oraz wzrostu opisane są dość ogólną funkcją klasy Orlicza. Minimalistyczna lista założeń na tę funkcję (rośnie szybciej niż liniowa, ale nie musi być ani radialna, ani spełniać żadnych warunków podwajania) pozwala uwzględnić operatory o anizotropowej strukturze. W przypadku, gdy dane w równaniu są mało regularne, tak, że nie należą do przestrzeni dualnej do naturalnej przestrzeni słabych rozwiązań (w ogólności mogą być miarami), wykazaliśmy istnienie rozwiązań uogólnionych oraz regularność rozwiązania i jego gradientu w przestrzeniach typu Marcinkiewicza. Dla danych opisanych funkcją całkowaną wykazaliśmy także jednoznaczność rozwiązań uogólnionych.

Bibliografia

- [1] A. Alberico, A. Cianchi, I. Chlebicka, and A. Zatorska-Goldstein. *Fully anisotropic elliptic problems with minimally integrable data*, arXiv:1903.00751, 2019.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

Adhesive contact problem for viscoplastic materials

Dariusz Pączka

d.paczka@mini.pw.edu.pl

Uniwersytet Warszawski

We examine a mathematical model that describes a quasistatic adhesive contact between a viscoplastic body and deformable foundation. The material's behaviour is described by the rate-type constitutive law which involves functions with a non-polynomial growth. The contact is modeled by the normal compliance condition with limited penetration and adhesion, a subdifferential friction condition also depending on adhesion, and the evolution of bonding field is governed by an ordinary differential equation. We present the variational formulation of this problem which is a system of an almost history-dependent variational-hemivariational inequality for the displacement field and an ordinary differential equation for the bonding field. The result on existence and uniqueness of solution to a variational-hemivariational inequality in the reflexive Orlicz–Sobolev space is proved and applied to the adhesive contact problem.

References

- [1] D. Pączka, *Adhesive contact problem for viscoplastic materials*, *Nonlinear Anal. Real World Appl.* **51** (2020) 102982.

- [2] M. Sofonea and S. Migórski, *Variational-hemivariational inequalities with applications*, Monographs and Research Notes in Mathematics, Boca Raton, FL: CRC Press, 2018.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)

On the solvability of the boundary value problems for discrete $p(\cdot)$ -Laplacian on finite graphs

Filip Pietrusiak

filip.pietrusiak@edu.p.lodz.pl

Uniwersytet Łódzki

I use non-classical monotonicity methods in order to investigate existence of solutions to boundary value problems connected to the discrete $p(\cdot)$ -Laplacian on weighted finite graphs with nonlinearities given in a non-potential form. Positive solutions are also considered. In potential form sufficient condition for uniqueness is received.

Bibliografia

- [1] M. Galewski, R. Wieteska, *Existence and multiplicity results for boundary value problems connected with the discrete $p(\cdot)$ -Laplacian on weighted finite graphs*, Applied Mathematics and Computation, 290, 376-391, 2016.
- [2] S. Migórski, A. Ochal, M. Sofonea, *Nonlinear inclusions and hemivariational inequalities. Models and analysis of contact problems*, Advances in Mechanics and Mathematics, Volume 26. New York: Springer, 2013.

● [Powrót do indeksu abstraktów sekcji](#)