100 lat PTM

topologia, geometria i algebra homologiczna

patroni sesji

Karol Borsuk, Samuel Eilenberg

rok zał. 1919

Jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich
w stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Kraków 3 -7 września 2019

Indeks abstraktów

Heegaard Floer homologies and Gordian distance of torus knots

Maciej Borodzik mcboro@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

We apply c_j invariants of Dai, Hom, Stoffregen and Truong to obtain restrictions for possible configurations of integers p, q, r, s such that the torus knot $T(r, s)$ belongs to a minimal unknotting sequence of the torus knot $T(p, q)$. We compare these restrictions to other restrictions known in the literature, especially with other restrictions from Heegaard Floer homology.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

What is persistence?

Wojciech Chachólski wojtek@kth.se
KTH Royal Institute of Technology, Sztokholm

How to give a machine a sense of geometry? There are two aspects of what a sense is: technical tool and ability to learn to use it. This learning ability is essential. For example we are born with technical ability to detect smells and through our lives we develop it, depending on needs and environment around us. In my talk I will describe how to use homology to give a machine a sense of geometry.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Linear algebra and unification of geometries in all scales

Jerzy Dydak jdydak@utk.edu
University of Tennessee (USA) i Xi'an Technological University (Chiny)

I will present a framework inspired by concepts from linear algebra that allows for a unified exposition of the following three basic geometries:
a. topology,
b. uniform category (i.e. small scale geometry),
c. large scale geometry.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Counterexamples to a conjecture of Bing and Borsuk

Steven Ferry steven.ferry@icloud.com
Rutgers University and Binghamton University

A well-known conjecture of Bing and Borsuk says that every homogeneous euclidean neighborhood retract is a topological manifold. In this joint work with J Bryant, we describe a collection of high-dimensional counterexamples to this conjecture.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Skein Modules and Conformal Field theory

Joanna Kania-Bartoszynska jkaniaba@nsf.gov
National Science Foundation

Skein modules of 3-dimensional manifolds, introduced by Przytycki and Turaev, are formed by taking linear combination of isotopy classes of framed links in the manifold with complex coefficients, and dividing by a submodule generated by skein relations. We study the skein module corresponding to the Kauffman bracket relations that underly his state sum formula for the Jones polynomial. When a 3-manifold is a cylinder over a surface, the module has an algebra structure, where multiplication comes from placing one link above the other. These spaces are central tools in constructing quantum invariants of 3-manifolds.

I will explain recent joint work with Charles Frohman and Thang Le concerning the representation theory of the Kauffman bracket skein algebra of a finite type surface at a root of unity. I will use those results to outline the construction of a family of conformal field theories in dimension 3.

References

[1] Frohman, Charles; Kania-Bartoszynska, Joanna; Lê, Thang, *Unicity for representations of the Kauffman bracket skein algebra* Invent. Math. 215 (2019), no. 2.

[2] Frohman, Charles; Kania-Bartoszynska, Joanna; Lê, Thang, *Dimension and Trace of the Kauffman Bracket Skein Algebra*, preprint, arXiv:1902.02002 [math.GT]

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Monotonicity of Entropy for the Quadratic Family

James Keesling kees@ufl.edu
University of Florida, USA

Let $f_\mu(x) = \mu \cdot x \cdot (1 - x)$ be the quadratic family where $0 \leqslant x \leqslant 1$ and $0 \leqslant \mu \leqslant 4$. For each μ the function f_μ is unimodal with critical point $c = \frac{1}{2}$. Let $h\left(f_\mu\right)$ denote the topological entropy of f_μ. Let $K\left(f_\mu\right)$ denote the kneading sequence for f_μ. There is a natural order on the kneading sequence. It is well-known, and first proved by Milnor and Thurston [1], that $h\left(f_\mu\right)$ is monotone in the ordering on $K\left(f_\mu\right)$.

It is also known that $h\left(f_\mu\right)$ is monotone in the parameter μ. There are several proofs of this. We do not enumerate these in the abstract, but the proofs make non-trivial use of complex analysis in one way or another. In this talk we give a proof of the monotonicity of entropy as a function of the parameter μ which is elementary and does not use complex analysis.

References

[1] J. Milnor, W. Thurston, *On iterated maps of the interval*, in *Lecture Notes in Mathematics 1342*, Springer-Verlag, Berlin, 1988, pp. 465-563
● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

On some problem of K. Borsuk concerning homotopy dominations

Danuta Kołodziejczyk dkolodziejczyk@impan.pl, dakolodz@gmail.com
Polska Akademia Nauk

Recall that a map $f : X \to Y$ is a *homotopy domination* if there exists a map $g : Y \to X$ such that $fg \simeq id_Y$. Then we write $X \geqslant Y$, and we say that Y is homotopy dominated by X. In the sequel, as usually, every polyhedron is finite and every ANR is compact.

In this talk we will discuss the longstanding Borsuk's problem: *Is it true that two ANR's homotopy dominating each other have the same homotopy type?* [K. Borsuk, "Theory of Retracts", 1967], and some closely related open questions. Given a polyhedron P, one may ask: *Is it true that each sequence $P \geqslant X_1 \geqslant X_2 \geqslant \ldots$ contains only finitely many homotopy dominations which are not homotopy equivalences?*, or: *Does there exist an integer l_P (depending only on P) such that each sequence of this kind contains only $\leqslant l_P$ homotopy dominations which are not homotopy equivalences?* In the second case, P have *finite depth* (this notion was introduced by K. Borsuk in 1979). (By the result of J. West [Ann. of Math. 1975], we may use the notions "polyhedronąnd ĄNR"interchangeably.)

We will also consider, among others, the following problems: *Is it true that each homotopy domination of a polyhedron over itself is a homotopy equivalence?* [J. Dydak, A. Kadlof, S. Nowak, 1981], and: *Are the homotopy types (or equivalently, shapes) of two quasi-homeomorphic ANR's equal?* [K. Borsuk, "Theory of Shape", 1975] (By the result of S. Eilenberg, if $X \geqslant Y \geqslant X$, $X, Y \in ANR$, then X and Y are quasi-homeomorphic.)

We will present the latest results of the author and some related interesting problems on finitely presented groups.
● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Bounded cohomology of transformation groups

Michał Marcinkowski marcinkow@math.uni.wroc.pl
Polska Akademia Nauk i Uniwersytet Wrocławski

Let S be a compact oriented surface and let $\mathrm{Diff}(S, area)$ be the group of area preserving diffeomorphisms of S. On $\mathrm{Diff}(S, area)$ we have an interesting conjugacy invariant norm coming from the dynamics: the entropy norm. A quasimorphism is a real function on a group that behaves, up to a bounded error, like a homomorphism. During the talk I will explain how to construct dynamically motivated quasimorphisms, and how to use them to show that the entropy norm is unbounded. Based on a joint work with Michael Brandenbursky.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Problemy realizacyjne dla grafów Reeba oraz epimorfizmów na grupy wolne

Łukasz Michalak lukasz.michalak@amu.edu.pl
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

W trakcie odczytu omówimy zagadnienia związane z realizacją grafu jako grafu Reeba $\mathcal{R}(f)$ funkcji gładkiej $f\colon M \to \mathbb{R}$ na rozmaitości M. Powstaje on poprzez ściągnięcie do punktu składowych spójnych poziomic funkcji f. Odwzorowanie ilorazowe $M \to \mathcal{R}(f)$ indukuje na grupach podstawowych epimorfizm $\pi_1(M) \to F$ na grupę wolną, zwany epimorfizmem Reeba. Rozważymy problem reprezentacji dowolnego epimorfizmu $\pi_1(M) \to F$ jako epimorfizmu Reeba funkcji Morse'a, a także jego reprezentacji za pomocą systemu hiperpowierzchni w M. Prowadzi to do badania geometrycznymi metodami własności epimorfizmów na grupy wolne, np. liczby ich klas równoważności. Część wyników pochodzi ze wspólnej pracy z W. Marzantowiczem.

Bibliografia

[1] R. I. Grigorchuk and P. F. Kurchanov, *Classification of epimorphisms of fundamental groups of surfaces onto free groups*, Mat. Zametki 48 (1990), no. 2, 26–35.

[2] W. Marzantowicz and Ł. P. Michalak, *Relations between Reeb graphs, systems of hypersurfaces and epimorphisms onto free groups*, preprint (2019).

[3] Ł. P. Michalak, *Realization of a graph as the Reeb graph of a Morse function on a manifold*, Topol. Methods Nonlinear Anal. 52 (2018), no. 2, 749–762.

[4] Ł. P. Michalak, *Combinatorial modifications of Reeb graphs and the realization problem*, preprint (2018), submitted.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Combinatorics of Markov compacta

Andrzej Nagórko amn@mimuw.edu.pl
University of Warsaw

The class of Markov compacta was introduced by Gromov and was motivated by the study of boundaries of hyperbolic groups. We develop a formalism that allows us to describe Markov compacta with finite sets of diagrams that are building blocks of the entire sequence.

During the talk I will show how topological spaces such as the Menger curve or solenoid can be encoded using diagrams. I will talk about how topological properties of the limit (such as k-connectedness, local k-connectedness or the disjoint arcs property) can be detected by looking at combinatorial properties of the diagrams.

This is joint work with G. C. Bell from University of North Carolina at Greensboro.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Czy złożoność obliczeniowa homologii Khovanova warkoczy o danej liczbie pasm jest wielomianowa?

Józef Przytycki przytyck@gwu.edu
George Washington University, USA

Proponujemy Hipotezę, że złożoność obliczeniowa homologii Khovanova warkoczy o danej liczbie pasm jest wielomianowa (ze względu na liczbę skrzyżowań). Omawiamy wstępne badania dotyczące tej hipotezy.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Nowe kierunki w kategoryfikacji niezmienników kwantowych

Krzysztof K. Putyra krzysztof.putyra@math.uzh.ch
Universität Zürich, Szwajcaria

Odkrycie przez V. F. R. Jonesa wielomianowego niezmiennika węzłów [1] podczas badań nad reprezentacjami $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ zrewolucjonizowało teorię węzłów, łącząc ją bezpośrednio z teorią reprezentacji grup kwantowych. Kolejnym milowym krokiem było skontruowanie przez M. Khovanova niezmienniczych homologii splotów, których charakterystyka Eulera jest tożsama z wielomianem Jonesa [2]. Tak jak w przypadku wielomianu, homologia jest niejako "reprezentacją" pewnej kategorii monoidalnej $\mathcal{U}$, odkrytą przez M. Khovanova, A. Laudę i R. Rouquiera, której grupa Grothendiecka jest naturalnie utożsamiona z $U_q(\mathfrak{sl}_2)$. Innymi słowy, kategoria $\mathcal{U}$ jest tzw. *kategoryfikacją* grupy kwantowej, natomiast homologie Khovanova są *kategoryfikacją* wielomianu Jonesa. Ważną zaletą homologii jest ich funktorialność, która prowadzi do niezmienników zapętlonych powierzchni.

W ostatnich latach zauważono, że istnieje też inny sposób na odzyskanie algebry z kategorii monoidalnej — ślad kategorii lub, ogólniej, jej homologie Hochschilda–Mitchela [3]. Ta "homologiczna" dekategoryfikacja prowadzi w naturalny sposób do niezmienników splotów w torusie. Co więcej, można ją zdeformować, uzyskując nietrywialne niezmienniki zapętlonych powierzchni w $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}^3$ [4].

W referacie opiszę najnowsze wyniki homologicznej kategoryfikacji. Choć *a priori* daje ona niezmienniki dla węztów w torusie, można z niej uzyskać *a posteriori* także interesujące homologiczne niezmienniki dla węzłów w $\mathbb{S}^3$. Podejrzewamy, że są one pierwszym krokiem ku skategoryfikowaniu kwantowych niezmienników 3-rozmaitości.

Bibliografia

[1] V. F. R. Jones, *A polynomial invariant for knots via von Neumann algebra*, Bulletin of the American Mathematical Society 12:103–111 (1985).

[2] M. Khovanov, *A categorification of the Jones polynomial*, Duke Mathematical Journal **101** (3):359–426 (2000).

[3] A. Beliakova, Z. Guliyev, K. Habiro, Kazuo, A. D. Lauda, *Trace as an alternative decategorification functor*, Acta Mathematica Vietnamica 39 (4):425–480 (2014).

[4] A. Beliakova, K. K. Putyra, S. M. Wehrli, *Quantum link homology via trace functor I*, Inventiones mathematicae **215** (2):383–492 (2019).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

On index maps and metric spaces defined by group actions

Damian Sawicki dsawicki@mpim-bonn.mpg.de
Max-Planck-Institut für Mathematik, Niemcy

I will describe a construction that — given either an action of a finitely generated group on a compact space or a compact foliated manifold — associates to it an unbounded metric space, called its warped cone. The construction dates back to the turn of the millennium [3, 4] and is currently [1, 9] undergoing a renaissance.

On the one hand, in the case of homogeneous dynamics, it yields a powerful invariant of the dynamical system, remembering the action up to a finite cover [2, 7].

On the other hand, it is an abundant source of examples of metric spaces with exotic properties, very sought after in metric geometry and geometric group theory: expanders [8], super-expanders [5], and counterexamples to the coarse Baum–Connes conjecture [6].

References

[1] C. Druţu and P. W. Nowak, *Kazhdan projections, random walks and ergodic theorems*, J. Reine Angew. Math. (2017).
[2] D. Fisher, T. Nguyen, and W. van Limbeek, *Rigidity of warped cones and coarse geometry of expanders*, Adv. Math. **346** (2019).
[3] J. Roe, *From foliations to coarse geometry and back*, Analysis and geometry in foliated manifolds, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1995.
[4] J. Roe, *Warped cones and property A*, Geom. Topol. **9** (2005).
[5] D. Sawicki, *Super-expanders and warped cones*, Ann. Inst. Fourier. (2019).
[6] D. Sawicki, *Warped cones violating the coarse Baum - Connes conjecture.*
[7] D. Sawicki, *Warped cones, (non-)rigidity, and piecewise properties; with an appendix with Dawid Kielak*, Proc. Lond. Math. Soc. **118** (2019).
[8] F. Vigolo, *Measure expanding actions, expanders and warped cones*, Trans. Amer. Math. Soc. **371** (2019).
[9] C. Wulff, *Ring and module structures on K-theory of leaf spaces and their application to longitudinal index theory*, J. Topol. **9** (2016).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Rigidity of embeddings and homeomorphisms of products of continua

Stanisław Spież spiez@impan.pl
Polska Akademia Nauk

A function $f : \prod_{a \in A} X_a \to \prod_{b \in B} Y_b$ is called *factorwise rigid* if there is a bijection $\varepsilon : A \to B$ and functions $f_a : X_a \to Y_{\varepsilon(a)}$ such that $(f(x))_{\varepsilon(a)} = f_a(x_a)$ for each $x = (x_a)_{a \in A}$ and each $a \in A$.

Theorem 1. *Let $X_1, \ldots, X_n$ be k-dimensional continua with dense families of "cohomological k-holes" and let $Y_1, \ldots, Y_n$ be cohomologicaly $(k-1)$-connected k-dimensional continua, $k \geqslant 1$. Then any embedding*

$$X_1 \times \ldots \times X_n \to Y_1 \times \ldots \times Y_n$$

is factorwise rigid.

In particular, if $X_1, \ldots, X_n$ and $Y_1, \ldots, Y_n$ are k-dimensional Menger spaces then any embedding $X_1 \times \ldots \times X_n \to Y_1 \times \ldots \times Y_n$ is factorwise rigid. A similar result for product of pseudoarcs was proved by M. E. Chacón-Tirado, A. Illanes and R. Leonel [2].

Theorem 2. *Let $\{X_s\}_{s \in \mathcal{S}}$ and $\{Y_t\}_{s \in \mathcal{T}}$ be families of non-trivial finite dimensional continua such that each X_s is shape $(\dim X_s - 1)$-connected and has a dense family of śhape holesąnd that each Y_t is shape $(\dim Y_t - 1)$-connected. Then any homeomorphism $h : \prod_{s \in \mathcal{S}} X_s \to \prod_{t \in \mathcal{T}} Y_t$ is factorwise rigid.*

Corolary. *Let $\{X_s\}_{s \in \mathcal{S}}$ and $\{Y_t\}_{s \in \mathcal{T}}$ be families of Menger spaces of positive (not necessarily the same) dimensions. Then any homeomorphism $h : \prod_{s \in \mathcal{S}} X_s \to \prod_{t \in \mathcal{T}} Y_t$ is factorwise rigid.*

The above results extend some earlier results of R. Cauty [1], J. Kennedy [3] and [4], K. Kuperberg, W. Kuperberg, W. R. R. Transue [6] and [7], and K. Kuperberg [8].

References

[1] R. Cauty, *Sur les homèomorphismes de certains produits de courbes*, Bull. Acad. Polon. Sci. **27**: 413–416 (1979).
[2] M. E. Chacón-Tirado, A. Illanes and R. Leonel, *Factorwise rigidity of emmbedings of products of pseudoarcs*, Colloqium Math., **128**:7–14 (2012).
[3] J. Kennedy Phelps, *Homeomorpism of products of universal curves*, Houston J. of Math. **6**: 127–134 (1980).
[4] J. Kennedy, *Maps between products of one dimensional arcwise connected continua*, Houston J. of Math. **15**: 371–385 (1989).

[5] A. Koyama, J. Krasinkiewicz, S. Spież, *Generalized manifolds in products of curves*, Trans. Amer. Math. Soc. **363**: 1509–1532 (2011).
[6] K. Kuperberg, W. Kuperberg and W. R. R. Transue, *On the 2-homogenity of Catesian products*, Fund. Math. bf 110: 131–134 (1980).
[7] K. Kuperberg, W. Kuperberg and W. R. R. Transue, *Homology separation and 2-homogeneity*, Lecture Notes in Pure and Appl. Math. **170**: 287–295 (1995).
[8] K. Kuperberg, *Bihomogeneity and Menger manifolds*, Topology and its Applications **84**: 175–184 (1998).
[9] S. Spież, *Rigidity of embeddings of finite products of certain continua*, Topology and its Applications 225: 67–74 (2017).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Physics, knots, and biology

Joanna Sułkowska jsulkowska@cent.uw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

During the talk I provide an overview of entangled proteins. Around 7% of protein structures deposited in the PBD are entangled, forming knots, slipknots, lassos, and links. I will present theoretical methods and tools that enabled to discover and classify such structures. I will discuss advantages and disadvantages of non-trivial topology in proteins, based on available data about folding, stability, biological properties, and evolutionary conservation. I will also discuss intriguing and challenging questions on the border of biophysics, bioinformatics, biology, and 7 mathematics, which arise from the discovery of an entanglement in proteins. Finally, I discuss possible applications of entangled proteins in medicine and nanotechnology, such as a chance to design super stable proteins, whose stability could be controlled by chemical potential.

References

[1] JI Sulkowska, E Rawdon, KC Millett, J Onuchic, A Stasiak, *Conservation of complex knotting and slipknotting patterns in proteins* PNAS (2012) 109: E1715-23
[2] P Dabrowski-Tumanski, JI Sulkowska, *Topological knots and links in proteins* PNAS (2017) 114, 3415-3420
[3] T Christian, et al., *Methyl Transfer by Substrate Signaling from a Knotted Protein Fold* Nature S-MB (2016) 23, 941- 948

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Physics, knots, and quivers

Piotr Sułkowski psulkows@fuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

After briefly reviewing links between knot theory, quantum field theory, and string theory, I will summarize a surprising recent discovery of how various knot invariants are encoded in quivers and moduli spaces of their representations.

References

[1] Piotr Kucharski, Markus Reineke, Marko Stosic, Piotr Sułkowki, *BPS states, knots and quivers*, Phys. Rev. D96 (2017) 121902(R).
[2] Piotr Kucharski, Markus Reineke, Marko Stosic, Piotr Sułkowski, *Knots-quivers correspondence*, Adv. Theor. Math. Phys. 23, 3 (2019).
[3] Miłosz Panfil, Marko Stosic, Piotr Sułkowski, *Donaldson-Thomas invariants, torus knots, and lattice paths*, Phys. Rev. D98 (2018) 026022.
[4] Miłosz Panfil, Piotr Sułkowski, *Topological strings, strips and quivers*, JHEP 1901 (2019) 124.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Homotopijne interpretacje teorii typów

Karol Szumiło K.Szumilo@leeds.ac.uk
University of Leeds, Wielika Brytania

Teoria $(\infty, 1)$-kategorii [1] wyłoniła się z klasycznej teorii kategorii i topologii algebraicznej i służy, między innymi, jako abstrakcyjny system, na którym zbudowana jest współcznesna teoria homotopii. Homotopijna Teoria Typów (HoTT) [3] jest formalnym językiem pochodzącym z logiki matematycznej, w którym również można sformułować wiele rezultatów i dowodów w teorii homotopii. Związek pomiędzy tymi dwoma podejściami można sformułować jako hipotezę: „HoTT jest wewnętrznym językiem $(\infty, 1)$-kategorii". Nieformalnie, oznacza to, że HoTT i teoria $(\infty, 1)$-kategorii powinny dowodzić tych samych twierdzeń. Nawet precyzjne sformułowanie tego postulatu nie jest łatwym wyzwaniem i prowadzi do szeregu hipotez o różnych klasach teorii typów i $(\infty, 1)$-kategorii. W niniejszym referacie przedstawię naprostszą z tych hipotez [2], udowodnioną we współpracy z Krzysztofem Kapulkinem.

Bibliografia

[1] A. Joyal, *The Theory of Quasi-Categories and Its Applications*, Quadern 45, Vol. II, CRM, Barcelona, 2008
[2] K. Kapulkin, K. Szumiło, *Internal languages of finitely complete* $(\infty, 1)$*-categories*, Selecta Math. 25 (2019), no. 2, Art. 33
[3] The Univalent Foundations Program, *Homotopy type theory—univalent foundations of mathematics*, IAS, Princeton, NJ, 2013

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Przestrzeń metryczna odwzorowań wielowartościowych

Mirosław Ślosarski slosmiro@gmail.com
Politechnika Koszalińska

Pojęcie odwzorowań wielowartościowych silnie dopuszczalnych wprowadził L. Górniewicz (patrz [1]). Do badań ich własności, często wykorzystujemy pewną wersję odwzorowań wielowartościowych silnie dopuszczalnych - morfizmy. Morfizmy mają wiele interesujących zastosowań (patrz, [4,9]). Stanowią bardzo dobre narzędzie do badań własności odwzorowań wielowartościowych i przestrzeni topologicznych. Warto nadmienić, że W. Kryszewski skonstruował morfizmy, które odgrywają bardzo ważną rolę w topologi (patrz [2,3]). W przestrzeni wszystkich diagramów

$$D(X, Y) = \{(p, q) : \ \ p : Z \to X, \ \ q : Z \to Y\},$$

gdzie $p : Z \to X$ jest odwzorowaniem Vietorisa, $q : Z \to Y$ jest odwzorowaniem ciągłym i Z jest przestrzenią metryzowalną wprowadzamy różne relacje równoważności. Relacje te determinują różne rodzaje morfizmów. W zależności od rodzaju, można je różnie wykorzystać np.: do badania własności multidominacji przestrzeni metrycznych (patrz [5,6,7,8]), ale też do konstrukcji przestrzeni metrycznej odwzorowań wielowartościowych.

Bibliografia

[1] L. Górniewicz, *Topological Methods in Fixed Point Theory of Multi-valued Mappings*, Springer, 2006.
[2] W. Kryszewski, *Topological and Approximation Methods of Degree Theory of Set-valued Maps*, Dissertationes Mathematicae, CCXXXVI, Warsaw 1994.
[3] W. Kryszewski, *Homotopy Properties of Set-Valued Mappings*, Wydawnictwo UMK, Toruń 1997.
[4] M. Ślosarski, *The multi-morphisms and their properties and applications*, Ann. Univ. Paedagog. Crac. Stud. Math. **14** (2015), 5-25.
[5] M. Ślosarski, *Multidomination of metric spaces in the context of multimorphisms*, Journal of Fixed Point Theory and Applications **17**(4) (2015), 641-657.
[6] M. Ślosarski, *The properties and applications of relative homotopy*, Topology and its Applications **210** (2016), 183-200.
[7] M. Ślosarski, *The properties and applications of relative retracts*, Journal of Fixed Point Theory and its Applications **18** (4) (2016), 801-822.

[8] M. Ślosarski, *Different types of relative contractibility and their applications*, Topology Appl 236 (2018), 11-25.
[9] M. Ślosarski, *Multi-invertible maps and their applications*, Ann. Univ. Paedagog. Crac. Stud. Math. **18** (2019), 35-52.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

O quasigrupach ternarnych w teorii węzłów

Anna Zamojska-Dzienio A.Zamojska-Dzienio@mini.pw.edu.pl
Politechnika Warszawska

Na quasigrupę ternarną można spojrzeć jak na pewne uogólnienie idei quandla. Wiadomo [1], że jeśli łuki diagramu węzła pokolorujemy elementami algebry z jedną 2-argumentową operacją, w taki sposób, aby liczba kolorowań nie zmieniła się pod wpływem ruchów Reidemeistera, to otrzymamy aksjomaty quandla. Jeśli chcemy pokolorować obszary dopełnienia diagramu - potrzebna będzie operacja 3-argumentowa i dostaniemy quasigrupę ternarną, spełniającą dodatkowe aksjomaty [2]. Interesują nas algebraiczne własności pojawiających się w ten sposób quasigrup [3]. Między innymi, podamy twierdzenia o reprezentacji i izomorfizmie, które pozwalają policzyć takie algebry przy pewnych dodatkowych założeniach. Pokażemy także konstrukcje niezmienników wykorzystujących opisane przez nas quasigrupy ternarne. Są to wyniki uzyskane wspólnie z Maciejem Niebrzydowskim i Agatą Pilitowską.

Bibliografia

[1] D. Joyce, *Classifying invariant of knots, the knot quandle*, J. Pure Appl. Algebra 23: 37–65 (1982).
[2] M. Niebrzydowski, *On some ternary operations in knot theory*, Fund. Math. 225: 259–276 (2014).
[3] M. Niebrzydowski, A. Pilitowska, A. Zamojska-Dzienio, *Knot-theoretic ternary groups*, Fund. Math. online first, DOI: 10.4064/fm611-11-2018.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Spaces of directed paths on precubical sets

Krzysztof Ziemiański ziemians@mimuw.edu.pl
Uniwersytet Warszawski

Precubical sets are analogues of simplicial sets which allow to present concurrent programs in a geometric way. A path on the geometric realization of a precubical set is directed if all its segments lying in individual cubes have non-decreasing coordinates. In my talk, I will construct a “permutahedral" complex that is homotopy equivalent to the space of directed paths between two vertices of a given precubical set.

References

[1] Krzysztof Ziemiański *Spaces of directed paths on pre-cubical sets*, Appl. Algebra Eng. Commun. Comput. 28 (2017), 497–525.
[2] Krzysztof Ziemiański *Spaces of directed paths on pre-cubical sets II*, arXiv:1901.05206.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

O homotopii morfizmów i odwzorowań dopuszczalnych

Tomasz Gzella tomasz.gzella@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Współautor:
Zdzisław Dzedzej zdzislaw.dzedzej@pg.edu.pl
Politechnika Gdańska

Definiujemy relację homotopii w kategorii morfizmów, wprowadzonej przez L. Górniewicza i A. Granasa. Następnie dowodzimy niektóre jej własności. Głównym celem jest pokazanie przechodniości tej relacji, dzięki czemu tak zdefiniowana homotopia morfizmów jest relacją równoważności.

Bibliografia

[1] J. Andres, *On the coexistence of irreducible orbits of coincidences for multivalued admissible maps on the circle via Nielsen theory*, Topol. Appl. **221**: 596-609 (2017).
[2] L. Górniewicz, *Topological Fixed Point Theory of Multivalued Mappings*, 2nd Edition, Springer, Dortrech (2006).
[3] A. Granas, *Sur la methode de continuité de Poincaré*, C. R. Acad. Sci Paris **282**: 978-985 (1976).
[4] A. Granas, J. Dugundji, *Fixed Point Theory*, Springer, New York (2003).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Local Contraction Properties and Fixed Point Theorems

Jakub Jasinski jakub.jasinski@scranton.edu
University of Scranton, USA

We present an overview of fixed point results for locally and pointwise contractive maps on metric spaces $\langle X, d\rangle$. For example, we say that a mapping $f : \langle X, d\rangle \to \langle X, d\rangle$ is *uniformly locally contractive*, provided $\exists\varepsilon > 0 \exists\lambda \in [0, 1)\forall y \in X \forall x_1, x_2 \in X (x_1, x_2 \in B(y, \varepsilon) \Rightarrow [d(f(x_1), f(x_2)) \leqslant \lambda d(x_1, x_2)])$. Through deleting and/or changing the order of quantifiers in the above statement we obtain ten essentially different classes of functions. Then for each of those classes we investigate the existence of fixed point theorems on complete, compact, (path) connected, rectifiably path connected and d-convex metric spaces.

References

[1] K.C. Ciesielski and J. Jasinski, *Fixed Point Theorems for Maps With Local and Pointwise Contraction Properties*, Can. J. Math, **70**, pp. 538-594 (2018).
[2] K.C. Ciesielski and J. Jasinski, *On fixed points of locally and pointwise contracting maps*, Topology Appl. 204: 70–78 (2016).

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

Własność produktowa stopnia współzmienniczego przy działaniu zwartej abelowej grupy Liego

Bartosz Kamedulski bartoszkamedulski@gmail.com
Uniwersytet Morski w Gdyni

Własność produktowa $\deg(f_1 \times f_2) = \deg f_1 \cdot \deg f_2$ to jeden ze znanych atrybutów stopnia topologicznego. Celem pracy jest przedstawienie dowodu analogicznej własności dla innego niezmiennika homotopii – stopnia współzmienniczego $\deg_G$. W tym przypadku G jest zwartą abelową grupą Liego, a f_1, f_2 to odwzorowania współzmiennicze. Podstawową trudnością jest fakt, że wartości omawianego stopnia nie są liczbami całkowitymi, lecz elementami pierścienia Burnside'a $A(G)$ z nietrywialnym mnożeniem. Kluczowe dla dowodu jest wykorzystanie twierdzenia typu Hopfa dla odwzorowań współzmienniczych oraz wskazanie w każdej klasie homotopii reprezentanta pewnej specjalnej klasy funkcji, dla których stopień $\deg_G$ jest stosunkowo łatwy do wyznaczenia.

Bibliografia

[1] P. Bartłomiejczyk, *A Hopf type theorem for equivariant local maps*, Colloq. Math.147(2) (2017), 315-324.

[2] P. Bartłomiejczyk, B. Kamedulski, P. Nowak-Przygodzki, *Degree product formula in the case of a finite group action*, New York J. Math. **25** (2019), 362–373.

[3] T. tom Dieck, *Transformation groups and representation theory*, Lecture Notes in Mathematics 766, Springer, Berlin, 1979.

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji

On mappings which preserve metric-type structure of the space

Filip Turoboś filipturobos@gmail.com
Politechnika Łódzka

Since the beginning of the XX century, mathematicians were introducing various generalizations to the metric space structure. During this talk we will be interested in generalizations which alter the last axiom of metric space – the triangle inequality. We will go through few of the most important alternatives for this inequality to define mappings, which preserve metric-type structure.

Let $A1$ and $A2$ be two properties of semimetric – for example: triangle inequality, b-metric inequality, 5$^{\text{th}}$ Wilson axiom etc. We will say, that function $F : [0, +\infty) \to [0, +\infty)$ is $A1$-$A2$-preserving if for any semimetric space (X, d) satisfying property $A1$ the space $(X, F \circ d)$ enjoys the property $A2$.

During the talk we will take a closer look on characterizations of such functions. We will also pay attention to relations between classes of functions preserving several important metric-type properties. A few already known results will be presented along with the new ones.

Bibliografia

[1] Józef, Doboś. (1995). *A survey of metric-preserving functions*, Questions Answers Gen. Topology 13, 129-133.

[2] Khemaratchatakumthorn, Tammatada & Pongsriiam, Prapanpong. (2018). Remarks on b-Metric and metric-preserving functions. Mathematica Slovaca. 68. 1009-1016. 10.1515/ms-2017-0163.

[3] Pongsriiam, Prapanpong & Imchit, Termwuttipong. (2013). Remarks on Ultrametrics and Metric-Preserving Functions. Abstract and Applied Analysis. 2014. 10.1155/2014/163258.

[4] Paul Corazza. (1999). Introduction to Metric-Preserving Functions. The American Mathematical Monthly 106(4):309-323

● Powrót do indeksu abstraktów sekcji