Hipotezy Seiferta

Krystyna Kuperberg `kuperkm@auburn.edu`
Auburn University, Stany Zjednoczone

Znane od dawna twierdzenie o zaczesaniu kuli mówi, że żadna sfera o wymiarze parzystym nie dopuszcza stycznego do niej ciągłego pola wektorowego bez wektorów zerowych. Sfery o nieparzystym wymiarze, dzięki ich zerowej charakterystyce Eulera, dopuszczają takie pola wektorowe. W roku 1950 H. Seifert udowodnił, że małe zaburzenie pola wektorowego bez wektorów zerowych, równoległego do rozwłóknienia Hopfa, musi posiadać zamkniętą trajektorię. Hipoteza o istnieniu zamkniętej trajektorii dla wszystkich takich pól wektorowych na sferze trójwymiarowej przyjęła nazwę Hipotezy Seiferta. W roku 1966 F. W. Wilson obalił analogiczną hipotezę dla sfer o nieparzystym wymiarze od piątego wzwyż.

Przypadek wymiaru trzeciego przez dłuższy czas był nierozstrzygnięty. W roku 1974 P. A. Schweitzer znalazł piękny kontrprzykład do Hipotezy Seiferta klasy C^1. W roku 1993 H. Hofer udowodnił hipotezę w przypadku rozmaitości kontaktowych. Wkrótce potem skonstruowany został (przez prelengentkę) kontrprzykład nieskończenie różniczkowalny. W rezultacie, dzięki pracy G. Kuperberga ukazały się kontrprzykłady w dwóch bardzo ważnych kategoriach: analitycznych oraz kawałkami liniowych. W roku 1996 G. Kuperberg podał również kontrprzykład w wymiarze trzecim zachowujący objętość. W roku 2003 V. Ginzburg i B. Gürel skonstruowali potok Hamiltona bez zamkniętych orbit.

W wykładzie zostanie przedstawiona historia rozwiązań Hipotezy Seiferta oraz Zmodyfikowanej Hipotezy Seiferta. Dzięki pracom E. Ghysa, Sh. Matsumoto, S. Hurdera, A. Rechtman i innych, pewne ważne właściwości algebraiczne i ergodyczne można opisać dla dużej klasy kontrprzykładów.

Bibliografia

[1]. V. L. Ginzburg and B. Z. Gürel, *C^2-smooth counterexample to the Hamiltonian Seifert conjecture in $\mathbb{R}^4$*, Ann. of Math. 158 (2003), 953–976.

[2]. H. Hofer, *Pseudoholomorphic curves in symplectizations with applications to the Weinstein conjecture in dimension three*, Invent. Math. 114 (1993), 515–563.

[3]. S. Hurder and A. Rechtman, *The dynamics of generic Kuperberg flows*, Astérisque 377 (2016), 1–250.

[4]. G. Kuperberg, *A volume-preserving counterexample to the Seifert conjecture*, Comment. Math. Helvetici 71 (1996), 70–97.

[5]. K. Kuperberg, *A smooth counterexample to the Seifert conjecture*, Ann. of Math., 140 (1994), 723–732.

[6]. K. Kuperberg and G. Kuperberg, *Generalized counterexamples to the Seifert conjecture*, Ann. Math.144 (1996), 239–268.

[7]. P. A. Schweitzer, *Counterexamples to the Seifert conjecture and opening closed leaves of foliations*, Ann. Math. 100 (1974), 386–400.

[8]. H. Seifert, *Closed integral curves in 3-space and two-dimensional deforma-*

tions, Proc. Amer. Math. Soc. 1 (1950), 287–302.
[9]. F. W. Wilson, *On the minimal sets of non-singular vector fields*, Ann. Math. 84 (1966), 529–536.